Письма в ЖЭТФ, том 109, вып. 1, с. 65 – 71

Ангармонические эффекты 3-го порядка в ядерной квантовой теории многих тел

С. П. Камерджиев[1)], *М. И. Шитов*

Национальный Исследовательский Центр "Курчатовский Институт", 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 25 октября 2018 г.
После переработки 14 ноября 2018 г.
Принята к публикации 15 ноября 2018 г.

Квантовая теория ангармонических эффектов 3-го порядка по амплитуде рождения фонона, развитая В.А. Ходелем, обобщается для ядер со спариванием и для случая более точного описания низкоэнергетических коллективных фононов. Получено выражение для амплитуды перехода между двухфононным и однофононным состояниями. Выполнено сравнение полученного выражения с решением аналогичной задачи, рассмотренной в рамках квазичастично-фононной модели. Показано, что рассматриваемый нами подход содержит ряд новых эффектов, включая трех- и четырех-квазичастичные корреляции в основном состоянии (*backward-going graphs*).

DOI: 10.1134/S0370274X19010132

1. Введение. Ангармонические эффекты, которые количественно изучались в ядерной физике низких энергий, т.е. при энергиях возбуждения до 30–40 МэВ, можно разделить на 2 вида: эффекты 2-го и 3-го порядков по амплитуде рождения фонона g, если предполагается относительно слабый ангармонизм, когда существует малый параметр по амплитуде g (в дальнейшем эффекты g^2 и g^3). Это означает, что задача решается поэтапно: сначала можно построить фононы, а затем рассматривать их взаимодействия. Указанный параметр существует для магических ядер [1] и для полумагических ядер [2].

Ангармонические поправки g^2 для магических ядер изучались давно в рамках теории ядерных полей (ТЯП) [1, 3], метода функций Грина (ФГ) [4]. Для ядер со спариванием они изучались в рамках ТЯП [5], метода ФГ [6, 7] и в рамках квазичастично-фононной модели (КФМ) [8–10], подробнее см. [7].

В [7] впервые было сказано о новом эффекте трехквазичастичных корреляций в основном состоянии (КОС), которые, как оказалось, велики (в отличие от двухквазичастичных КОС, имеющихся в стандартном (квазичастичном) методе хаотических фаз ((К)МХФ)) и объясняют половину эффекта. Следует отметить, что эти новые КОС в g^2 подходе фактически учитывались в рамках ТЯП [5] и метода ФГ [6, 11], но количественно они не выделялись и не назывались.

Большую роль в изучении эффектов второго и третьего порядков сыграла работа [12] для магических ядер, основанная на методе ФГ и теории конечных ферми-систем (ТКФС) [13] и использующая условия согласования между средним полем и эффективным ядерным взаимодействием, что позволило избежать введения новых параметров. Исходным положением здесь является использование МХФ (точнее, приближения Бора–Моттельсона для амплитуды g) и эффектов так называемого фононного тэдпола (*tadpole*), который, по определению, содержит величину $\delta_1 g_2 \equiv g_{12}$, где $\delta_1 g_2$ есть вариация амплитуды рождения фонона 2 в поле другого фонона 1 (подробнее см. [14]).

В анализе эффектов g^2 было показано, что для квадрупольных моментов фононов [7] и вероятностей переходов между однофононными состояниями [15] в магических и полумагических ядрах роль КОС количественно велика и разумное согласие с экспериментом получается только за счет одновременного учета эффектов КОС и ядерной поляризуемости, описываемой в рамках МХФ, точнее ТКФС. Главное отличие от КФМ [9] заключалось в учете КОС, в КФМ согласие с экспериментом получалось также за счет примешивания двухфононных компонент к волновой функции рассматриваемого однофононного состояния, т.е. в выходе за рамки (К)МХФ подхода при описании фононов.

Совершенно другая ситуация сложилась с ангармоническими эффектами 3-го порядка – это возбуждение трехфононных состояний, переходы между двухфононными и однофононными состояниями и др. Насколько мы знаем, они рассматривались лишь в рамках КФМ и, как увидим, без учета КОС. По-

1)e-mail: kamerdzhiev_sp@nrcki.ru

требность рассмотрении этих эффектов состоит не только в том, что есть (см. [9]) или планируется получить [10] соответствующие экспериментальные данные, прежде всего для вероятностей переходов, но и в необходимости обоснования гипотезы Бринка–Акселя [16, 17] (подробнее см. [18]), на использовании которой фактически основана вся система расчета радиационных ядерных данных для реакторов и астрофизики.

По этим причинам представляет интерес более подробно и на современном языке рассмотреть подход Ходеля [12] для эффектов 3-го порядка, чтобы понять специфику такого подхода, впервые выделить вклад КОС и, по возможности, сравнить с имеющимися подходами. Это является первой задачей настоящей работы. Поскольку в работе [12] рассматривались только магические ядра и использовалось приближение Бора–Моттельсона для амплитуды g, желательно избавиться от этих приближений и обобщить подход на случай ядер со спариванием. Это является второй задачей настоящей работы и выполняется впервые. Обобщение на спаривание позволит сравнить этот подход с конкретной задачей перехода между двухфононным и однофононым состояниями, рассмотренной ранее в рамках КФМ [9].

2. Диаграммный анализ эффектов 3-го порядка. Исходная амплитуда перехода $M^{(3)}$ для возбуждения внешним полем V_0 трех фононов выражается через вариацию одночастичной ФГ под действием трех фононов [12], которые в этом разделе мы обозначим для простоты как 1, 2, 3, где 1 – набор квантовых чисел фонона с энергией ω_{s_1}: I_{s_1}, M_{s_1} и т.д.:

$$M^{(3)} = V_0\delta^3 G = V_0\delta_1\delta_2\delta_3 G, \tag{1}$$

где, например, $\delta_3 G = G g_3 G$ и g_3 – амплитуда рождения фонона. Последовательное варьирование в формуле (1) приводит к символическому выражению для $M^{(3)}$, правую часть которого можно записать на языке диаграм Фейнмана в виде, представленном на рис. 1.

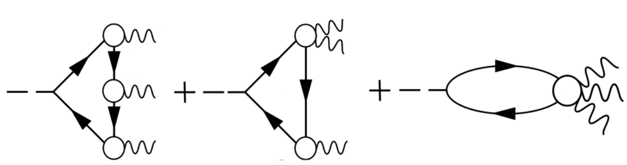

Рис. 1. Правая часть формулы (2) в диаграммном виде. Пунктир означает внешнее поле V_0, кружки с одной волнистой линией обозначают амплитуду рождения фонона g, кружки с двумя и тремя волнистыми линиями обозначают, соответственно, величины g_{12} и g_{123}, линии со стрелками – функции Грина

$$M^{(3)} = V_0 GGg_1Gg_2Gg_3 + V_0GGg_{12}Gg_3 + V_0GGg_{123}, \tag{2}$$

где $g_{123} = \delta_1\delta_2 g_3 = \delta_1 g_{23}$. В формулах мы нигде не выписываем слагаемые, отличающиеся перестановкой фононов. Здесь и в дальнейшем величина g рассматривается в рамках МХФ, точнее ТКФС:

$$g = FAg, \tag{3}$$

здесь F – эффективное взаимодействие нуклонов, A – частично-дырочный пропагатор, представляющий собой интеграл от двух ФГ G. То есть, в отличие от [12], приближение Бора–Моттельсона для амплитуды g не используется.

В формулу (2) (рис. 1) входят "четырехугольник" с тремя фононами, "треугольник" с амплитудой g_{12} (эффекты фононного тэдпола), которые содержат, соответственно, интегралы от 4-х и 3-х ФГ и третий график с блоком g_{123}, удовлетворяющим сложному интегральному уравнению с большим количеством свободных членов.

Проще пояснить смысл дальнейшего вывода для $M^{(3)}$ на примере более простой задачи ангармонических поправок 2-го порядка для величины $M^{(2)}$, в которую входит только g_{12}. Для амплитуды перехода для двух фононов под действием внешнего поля имеем (см. рис. 3):

$$M^{(2)} = V_0\delta^2 G = V_0 Gg_1Gg_2G + V_0GGg_{12}, \tag{4}$$

где

$$g_{12} = \delta_1 FAg_2 + F(\delta_1 A)g_2 + FAg_{12}. \tag{5}$$

Уравнение (5) получается вариацией уравнения (3) для g в поле фонона, оно показано на рис. 2.

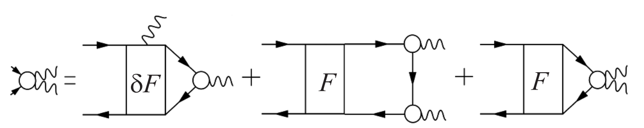

Рис. 2. Уравнение (5) в диаграммном виде

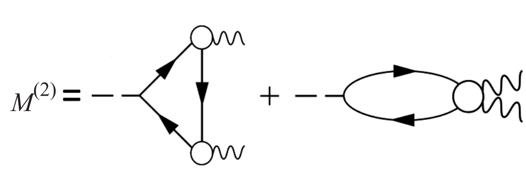

Рис. 3. Выражение (4) в диаграммном виде

Итерируя (5) по эффективному взаимодействию F, получаем следующее выражение для g_{12}

$$g_{12} = \Gamma(\delta_1 A)g_2 + (\delta_1\Gamma)Ag_2, \tag{6}$$

где величины Γ и $\delta_L\Gamma$ удовлетворяют интегральным уравнениям [12]

$$\Gamma = F + FA\Gamma, \tag{7}$$

$$\delta_L\Gamma = \delta_L F + FA\delta_L\Gamma. \tag{8}$$

Подставим (6) в (4) и воспользуемся соотношением между амплитудой Γ и вершиной V [13]

$$V = V_0 + \Gamma A V_0. \tag{9}$$

Учитывая соотношение $V_0GG\delta_1\Gamma = VGG\delta_1F$, получаемое из уравнения (8) умножением на VGG, находим окончательное выражение для $M^{(2)}$:

$$M^{(2)} = VGGGg_1g_2 + VGG\delta_1FGGg_2, \tag{10}$$

которое представлено на рис. 4.

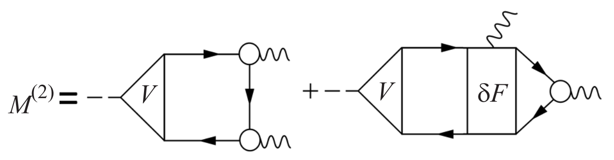

Рис. 4. Выражение (10) в диаграммном виде. Треугольник с пунктиром означает эффективное поле V, определяющее поляризуемость ядра

Таким образом, окончательное выражение для $M^{(2)}$ содержит эффект поляризуемости ядра, описываемый в рамках RPA, точнее ТКФС (первое слагаемое), и второе слагаемое с δF. Как показали расчеты в [7], вклад второго слагаемого мал.

Чтобы получить аналогичную формулу для $M^{(3)}$, надо рассмотреть более сложное интегральное уравнение для g_{123}, которое получается варьированием уравнения (5):

$$g_{123} = \delta_1\delta_2FGGg_3 + \delta_1FGg_2Gg_3G + \delta_1FGGg_{12} + \\ + FGg_{12}Gg_3G + FGg_1Gg_2Gg_3G + FGGg_{123} \tag{11}$$

и содержит 5 (а не 2, как в g_{12} (5)) различных свободных членов, не считая подобных от перестановки фононов. Повторяя по аналогии вывод для получения $M^{(2)}$, после длительного вывода находим выражение для $M^{(3)}$:

$$M^{(3)} = VGg_1Gg_2Gg_3G + VGg_{12}Gg_3G + \\ + VGG\delta_1FGGg_{12} + VGG\delta_1FGg_1Gg_2G + \\ + VG\delta_1\delta_2FGg_3G. \tag{12}$$

На языке диаграмм Фейнмана его можно записать в виде, показанном на рис. 5.

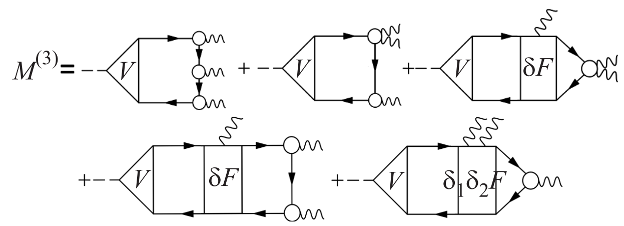

Рис. 5. Выражение (12) в диаграммном виде

По аналогии с результатами о малости графиков с δF, полученными в [7], можно думать что третий, четвертый и пятый графики на рис. 5, содержащие $\delta F, \delta_1\delta_2F$, также дают малый вклад. Второй график на рис. 5 с g_{12}, который содержит эффекты фононного тэдпола, насколько мы знаем, нигде не обсуждался, и в дальнейшем для нашей задачи с тремя фононами мы рассматриваем только первый график с четырьмя ФГ на рис. 5. Для задачи с тремя равноправными фононами, рассмотренной в [12], необходимо учитывать перестановки фононов.

3. Обобщение на спаривание. Чтобы на языке ФГ рассмотреть ядра со спариванием, следует использовать четыре ФГ: $G, G^h, F^{(1)}, F^{(2)}$ [13],

$$\begin{gathered} G_1(\varepsilon) = G_1^h(-\varepsilon) = \frac{u_1^2}{\varepsilon - E_1 + \imath\delta} + \frac{v_1^2}{\varepsilon + E_1 - \imath\delta}, \\ F_1^{(1)}(\varepsilon) = F_1^{(2)}(\varepsilon) = \\ = -\frac{\Delta_1}{2E_1}\left[\frac{1}{\varepsilon - E_1 + \imath\delta} + \frac{1}{\varepsilon + E_1 - \imath\delta}\right], \end{gathered} \tag{13}$$

где $E_1 = \sqrt{(\varepsilon_1 - \mu)^2 + \Delta_1^2}$, $u_1^2 = (E_1 + \varepsilon_1 - \mu)/2E_1 = 1 - v_1^2$. Действуя по аналогии с нашей работой для задачи со спариванием [7], запишем первый график для $M^{(3)}$ с учетом этих ФГ. При этом, как и в [7], учитываем только ph-вершины в уравнении для эффективного поля и не учитываем pp- и hh-вершины, которые обычно дают малый вклад, их учет привел бы к огромному усложнению задачи. Итак, в случае спаривания необходимо рассмотреть 7 типов графиков. Все они, кроме графика с четырьмя аномальными ФГ, содержат произведения ФГ $F_1^{(1)}F_2^{(2)}$ и интегралы вида $\int GGF^{(1)}F^{(2)}d\epsilon$ с множителями $\frac{\Delta_1\Delta_2}{4E_1E_2}$ и представлены на рис. 6 для $M^{(3)}$ вместе с графиками, содержащими четыре ФГ G и четыре аномальных ФГ.

Из (13) следует что в наши интегралы от 4-х ФГ всегда входят произведения квадратов коэффициентов Боголюбова v_1^2 и u_1^2. Комбинации коэффициентов v_1 и u_1 используются в других подходах, прежде всего в КФМ. Поэтому полезно знать (и мы будем использовать) соответствующие формулы "приведения к квадратам". Например, общий множитель

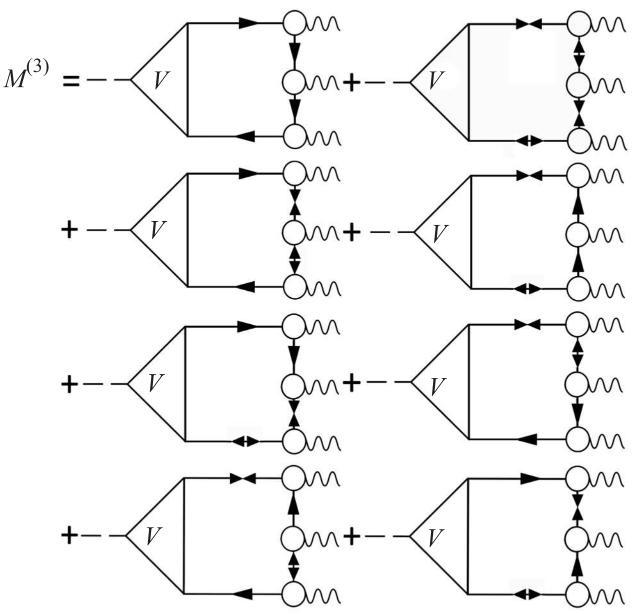

Рис. 6. Амплитуда перехода в ядрах со спариванием, полученная при учете лишь первого слагаемого в (12), рис. 5. Линии с двумя входящими и двумя выходящими стрелками означают ФГ $F^{(1)}$ и $F^{(2)}$ (см. текст)

$u^+_{12}u^+_{13}u^+_{24}u^+_{43}$, где $u^+_{12} = u_1v_2 + v_1u_2$, входящий в формулу (10) [9], выражается через v_1^2 и u_1^2 так:

$$\begin{aligned} &u^+_{12}u^+_{13}u^+_{24}u^+_{43} = \\ &= u_1^2v_2^2v_3^2u_4^2 + v_1^2u_2^2u_3^2v_4^2 + \frac{\Delta_1\Delta_2\Delta_3\Delta_4}{2E_1E_2E_3E_4} + \\ &C_{12}(u_3^2v_4^2 + v_3^2u_4^2) + C_{13}(u_2^2v_4^2 + v_2^2u_4^2) + \\ &C_{14}(u_2^2v_3^2 + v_2^2u_3^2) + C_{23}(u_1^2v_4^2 + v_1^2u_4^2) + \\ &+ C_{24}(u_1^2v_3^2 + v_1^2u_3^2) + C_{34}(u_1^2v_2^2 + v_1^2u_2^2) \equiv \\ &\equiv u_1^2v_2^2v_3^2u_4^2 + v_1^2u_2^2u_3^2v_4^2 + b_{1234}, \end{aligned} \tag{14}$$

где введены обозначения $C_{12} = \frac{\Delta_1\Delta_2}{4E_1E_2}$ и b_{1234}.

4. Общая схема расчета. Сравнение с квазичастично-фононной моделью. В случае равноправных фононов [12], следует рассматривать шесть (число сочетаний) графиков, содержащих ФГ G. Для задачи со спариванием необходимо добавить $7 \times 6 = 42$ графика с аномальными ФГ $F^{(1)}, F^{(2)}$, итого 48 диаграмм с 48 интегралами от 4-х ФГ, каждый из которых имеет весьма сложный алгебраический вид. Формула для амплитуды $M^{(3)}$, квадрат которой определяет вероятность перехода, имеет следующий общий вид:

$$M^{(3)} = \sum_{i=1-48,1234} V_{12}g^{s_1}_{13}g^{s_2}_{34}g^{s_3}_{42}A^{(i)}_{1234}(\omega, \omega_{s_1}, \omega_{s_2}\omega_{s_3}). \tag{15}$$

В этом выражении нижние индексы 1 обозначают полный набор одночастичных квантовых чисел (n_1, j_1, l_1, m_1), A^i – интегралы от 4-х ФГ, вершина V и амплитуда g^{s_i} удовлетворяют, соответственно, уравнениям (9) и (3), в которых следует уже учесть спаривание, см. [13]. Соответствующие 8 графиков без перестановок фононов показаны на рис. 6.

Представляет интерес рассмотреть конкретный случай перехода между двухфононным и однофононным состояниями, для которого имеются экспериментальные данные и расчеты в рамках других моделей. В частности, в [9] была рассмотрена задача о E1 переходе между конкретными двух-фононным и однофононным состояниями в ядрах со спариванием. Авторы вывели формулу (10), рассчитали вероятность наблюдаемых E1 переходов между двухфононным 1^- состоянием, состоящем из низколежащих однофононных 2^+- и 3^- состояний, и однофононным 2^+ состоянием в трех ядрах Sn, Sm, Nd, и получили хорошее согласие с экспериментом. По аналогии с [9] рассмотрим переход между конкретным двухфононным состоянием $[1 \times 2] \to 4$ на однофононное состояние 4. В формулу (10)[9] входит общий множитель $u^+_{12}u^+_{13}u^+_{24}u^+_{43}$ $(u^+_{12} \equiv u_1v_2 + v_1u_2)$, который происходит от множителя u^+_{12} в (10) [9] и содержится в определениях для амплитуд ψ, ϕ оператора рождения фонона, описываемого в рамках КМХФ. Соответствующее приведение к квадратам определяется формулой (14).

В результате интегрирования 4-х ФГ G

$$\begin{aligned} A^{(1)}_{1234} = \int G_1(\varepsilon)G_2(\varepsilon - \omega) \times \\ \times G_3(\varepsilon - \omega_1)G_4(\varepsilon - \omega + \omega_2)d\varepsilon \end{aligned} \tag{16}$$

с законом сохранения (ω - энергия перехода)

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 - \omega_4 \tag{17}$$

получаются 14 слагаемых. В том числе, 6 слагаемых содержат по два множителя вида u^2u^2 или v^2v^2 и в пределе отсутствия спаривания соответствуют случаю, когда две частицы (дырки) находятся выше поверхности Ферми, а две дырки (частицы) находятся ниже поверхности Ферми. Из них 2 слагаемых с числителями $u_1^2v_2^2v_3^2u_4^2$ и $v_1^2u_2^2u_3^2v_4^2$, как видно из формулы “приведения” (14), содержатся в формуле (10) [9]. 4 слагаемых с иным наборам коэффициентов Боголюбова, а именно $[v_1^2u_2^2v_3^2u_4^2 + u_1^2v_2^2u_3^2v_4^2 + b_{1234}]$ и $[v_1^2v_2^2u_3^2u_4^2 + u_1^2u_2^2v_3^2v_4^2 + b_{1234}]$ отсутствуют в формуле (10) [9]. Эта группа 4-х слагаемых содержит знаменатели $(E_{12} \pm \omega)$, где 1, 2-индексы вершины V, и более сложные знаменатели с суммой энергий двух квазичастиц и двух фононов. По аналогии с [7, 15] мы называем их четырех-квазичастичными корреляциями в основном состоянии (КОС), они, как будет видно, отсутствуют в формуле (10) [9].

Кроме слагаемых типа $u^2u^2v^2v^2$ в результате интегрирования 4-х ФГ G в (16) получаются 8 слагаемых с одним из двух коэффициентов Боголюбова и тремя другими коэффициентами типа $u^2v^2v^2v^2$ или $u^2u^2u^2v^2$, а именно $[v_1^2u_2^2u_3^2u_4^2 + u_1^2v_2^2v_3^2v_4^2 + ...]$, $[u_1^2v_2^2u_3^2u_4^2 + v_1^2u_2^2v_3^2v_4^2 + ...]$, $[v_1^2v_2^2u_3^2v_4^2 + u_1^2u_2^2v_3^2u_4^2 + ...]$ и $[v_1^2v_2^2v_3^2u_4^2 + u_1^2u_2^2u_3^2v_4^2 + ...]$. В пределе отсутствия спаривания они соответствуют случаю, когда одна частица (дырка) находится выше поверхности Ферми и три дырки (частицы) находятся ниже поверхности Ферми. Как видно из (14), таких слагаемых нет в формуле (10)[9].

Учитывая, как уже говорилось, только первый график на рис. 5, для нашей конкретной задачи со спариванием на языке ФГ следует рассмотреть 3 графика с ФГ G (аналог задачи без спаривания): график, показанный на рис. 7, и графики с переставленными фононами $2 \to 4$ и $1 \to 4$, показанные на рис. 8. Далее следует добавить такие же графики с перестановками фононов 1 и 2, а также, для учета спаривания, к каждому из вышеупомянутых добавить еще аналогичные 7 графиков, рис. 6, с аномальными ФГ $F^{(1)}$, $F^{(2)}$ – всего $6 + 6 \cdot 7 = 48$ графиков. После длительных вычислений по взятию соответствующих интегралов от 4-х ФГ и отделению угловых переменных получаем следующие результаты для приведенного матричного элемента от амплитуды EL-перехода $M^{(3)}$ из двухфононного состояния с моментом I_3 на однофононное состояние с моментом I_4, которую надо сравнивать с формулой (10) [9]:

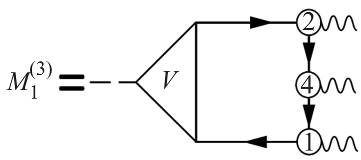

Рис. 7. Пример диаграммы, порождающей группу графиков, приводящих к получению первого слагаемого в формуле (10) [9], см. текст

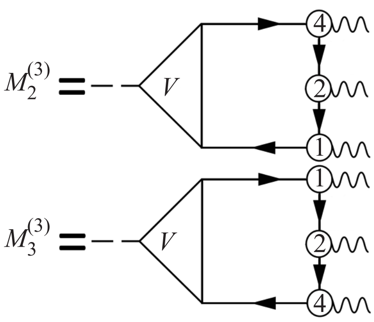

Рис. 8. Пример диаграмм, порождающих группу графиков, приводящих к получению второго слагаемого в формуле (10) [9], см. текст

$$
\begin{aligned}
&\langle [s_1 \times s_2]_{I_3} \parallel M^{(3)} \parallel s_4 \rangle = \\
&= \sum_{1234} V_{12} g_{13}^{s_1} g_{34}^{s_2} g_{42}^{s_3} \times \sum_J (-1)^J \times \\
&\times (u_1^2v_2^2v_3^2u_4^2 + v_1^2u_2^2u_3^2v_4^2 + b_{1234}) \times \\
&\times \left\{ \begin{array}{ccc} j_2 & j_1 & L \\ j_4 & j_3 & I_4 \\ I_2 & I_1 & J \end{array} \right\} \times \\
&\times \Bigg[\bigg(\frac{1}{(E_{13}+\omega_1)(E_{24}+\omega_2)(E_{34}+\omega_4)} + \\
&+ \frac{1}{(E_{13}-\omega_1)(E_{24}-\omega_2)(E_{34}-\omega_4)} \bigg) \times \delta_{I_3 J} + \\
&+ \bigg(\frac{1}{(E_{13}+\omega_1)(E_{24}-\omega_2)(E_{34}-\omega_4)} + \\
&+ \frac{1}{(E_{13}-\omega_1)(E_{24}+\omega_2)(E_{34}+\omega_4)} \bigg) \times \\
&\times (2J+1) \cdot \left\{ \begin{array}{ccc} L & I_4 & I_3 \\ I_1 & I_2 & J \end{array} \right\} \Bigg] + [GSC] + [uvvv], \quad (18)
\end{aligned}
$$

где V_{12}, $g_{13}^{s_1}$ – приведенные матричные элементы. Здесь (кроме индексов при энергиях фононов ω_i) индексы 1 означают набор одночастичных квантовых чисел (n_1, j_1, l_1) для сферического ядра. Слагаемое с первой круглой скобкой с 9j-символом и фактором $\delta_{I_3 J}$ соответствует первому слагаемому с 9j-символом, а второе слагаемое со второй круглой скобкой с 9j- и 6j-символами второму слагаемому с 9j- и 6j-символами в формуле (10) [9], поскольку величины ψ_{12}^s и ϕ_{12}^s в операторе рождения КМХФ фонона в КФМ имеют вид (с точностью до нормировки):

$$
\psi_{12}^s \sim \frac{u_{12}^+}{E_{12} - \omega_s}, \phi_{12}^s \sim \frac{u_{12}^+}{E_{12} + \omega_s}. \quad (19)
$$

Группа из 16 графиков типа рис. 7, но без КОС, определяет первое слагаемое в формуле (10) [9], содержащее 9j-символ, если при отделении угловых переменных для суммы 4-х коэффициентов Клебша–Гордана воспользоваться формулой (А.165) из книги А.Л. Барабанова [19]. Группа из 32 графиков типа рис. 8, но без КОС, дает второе слагаемое в формуле (10) [9], содержащее 9j- и 6j-символы. Выписанная часть в (18) полностью соответствует формуле (10)

[9]. Невыписанные и значительно более длинные части, обозначенные как [GSC] и [uvvv], соответствуют указанным выше КОС (4 слагаемых в интеграле (16) и 8 слагаемых с [uvvv]). Половина из них содержит знаменатели $(E_{12} \pm \omega)$, характерные для изученных ранее КОС 2-го порядка [7, 15].

Таким образом, формула (10) [9] получается в рассматриваемом нами подходе, если в первом графике на рис. 6 не учитывать:

1) указанные четырех-квазичастичные КОС, в том числе, четыре слагаемых типа $u^2u^2v^2v^2$;

2) все 8 слагаемых типа $u^2v^2v^2v^2$ или $u^2u^2u^2v^2$.

И на рисунке 5 не учитывать:

1) графики с g_{12} (вторые на рис. 5), которые содержат как эффекты тэдпола, так и и трех-квазичастичные КОС;

2) слагаемые с δF и $\delta_1\delta_2 F$, которые, видимо, малы. Вышесказанное остается справедливым и для задачи без спаривания, рассмотренной в работе [10], если заменить коэффициенты Боголюбова на соответствующие числа заполнения. Для графиков на рис. 6, содержащих аномальные ФГ, следует выполнить аналогичные процедуры.

Каждый из этих пунктов применим для многих физических случаев – по мультипольности и энергии переходов, характеристикам фононов и т.п. Иначе говоря, появляется много новых физических вариантов изучения ангармонических эффектов 3-го порядка. К этому следует добавить факт наличия в формулах (12) (рис. 5), (15) вершины V, описывающей поляризуемость ядра под действием внешнего поля V_0, которая определяется эффективным взаимодействием нуклонов. Как показано ранее [7, 15], для случая эффектов 2-го порядка наблюдаемые данные объясняются *только при совместном учете* вкладов от КОС и ядерной поляризуемости. Можно думать, что то же самое вместе с вкладом от графиков с g_{12} будет важным и для ангармонических эффектов 3-го порядка.

5. Заключение. В рамках квантовой теории многих тел выполнен общий анализ ангармонических эффектов 3-го порядка. Впервые указано (и на качественном уровне пояснено): 1) на существование четырех-(квази)частичных КОС и 2) на появление новых эффектов, определяемых вторым графиком на рис. 5, который содержит одновременно эффекты и фононного тэдпола g_{12}, и трех-(квази)частичных КОС. Впервые в рамках метода ФГ: 1) выполнено обобщение квантовой теории ангармонических эффектов 3-го порядка на ядра со спариванием, применимо только для коллективных фононов, 2) с использованием только первого графика на рис. 5 рассмотрен частный случай перехода между двух-фононным и одно-фононным состояниями. При этом показано, что, если не учитывать четырех-(квази)частичные КОС как в магических ядрах, так и в ядрах со спариванием, получается случай, аналогичный изученному ранее в рамках метода КФМ [9, 10]. В нашем подходе последовательно учитывается эффект ядерной поляризуемости и, следовательно, соответствующих эффективных зарядов [15], см. об этой проблеме в [10].

Предложенный подход позволит уточнить описание низколежащих возбуждений ядер на языке фононов с помощью микроскопических расчетов различных характеристик двух-фононных состояний и, в частности, прояснить известную задачу о распадных характеристиках двух-фононного $3_1^- \times 3_1^-$ мультиплета в ^{208}Pb [10] на одно-фононное состояние. Они также дают возможность проверить гипотезу Бринка–Акселя в рамках последовательного количественного подхода. Численный анализ этих и других задач выходит за рамки настоящей работы

Авторы благодарят В.А. Ходеля за обсуждение результатов работы и В.Ю. Пономарева за обсуждения вопросов, связанных с КФМ. Работа поддержана грантом РНФ # 16-12-10155.

1. О. Бор, Б. Моттельсон, *Структура атомного ядра*, Мир, М. (1977), т. 2.
2. А.В. Авдеенков, С.П. Камерджиев, ЯФ **62**, 563 (1999) [Phys. Atom. Nucl. **62**, 563 (1999)].
3. I. Hamamoto, Phys. Rep. **10**, 63 (1974).
4. P. Ring and J. Speth, Nucl. Phys. A **235**, 315 (1974).
5. R. A. Broglia, R. Liotta, and V. Paar, Phys. Lett. B **38**, 480 (1972).
6. B. L. Birbrair, Phys. Lett. B **32**, 165 (1970).
7. D. Voitenkov, S. Kamerdzhiev, S. Krewald, E. E. Saperstein, and S. V. Tolokonnikov, Phys. Rev. C **85**, 054319 (2012).
8. В. Г. Соловьев, *Теория атомного ядра. Квазичастицы и фононы*, Энергоатомиздат, М. 1989).
9. V. Yu. Ponomarev, Ch. Stoyanov, N. Tsoneva, and M. Grinberg, Nucl. Phys. A **635**, 470 (1998).
10. J. Enders, E von Neumann-Cosel, V. Yu. Ponomarev, and A. Richter, Nucl. Phys. A **612**, 239 (1997).
11. A. P. Platonov, Sov. J. Nucl. Phys. **36**, 491 (1982).
12. В. А. Ходель, ЯФ **24**, 704 (1976) [Sov. J. Nucl. Phys. **24**, 367 (1976)].
13. А. Б. Мигдал, *Теория конечныых ферми-систем и свойства атомных ядер*, Наука, М. (1965).
14. V. A. Khodel and E. E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).

15. С. П. Kamerdzhiev, Д. Ф. Войтенков, Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, М. И. Шитов, Письма в ЖЭТФ **106**, 132 (2017).
16. D. Brink, *PhD Thesis*, Oxford University (1955).
17. P. Axel, Phys. Rev. **126**, 671 (1962).
18. С. П. Камерджиев, А. В. Авдеенков, О. И. Ачаковский, ЯФ **77**, 1367 (2014) [Phys. At. Nucl. **77**, 1303 (2014)].
19. А. Л. Барабанов, *Симметрии и спин-угловые корреляции в реакциях и распадах*, Физматлит, М. (2010).