Письма в ЖЭТФ, том 109, вып. 4, с. 219 – 222 © 2019 г. 25 февраля

К вопросу о зависимости ширин распадов $\tau \to [\rho^0(770), \rho^0(1450)]\pi^-\nu_\tau$ от параметров промежуточного a_1-мезона

М. К. Волков[1)], *А. А. Пивоваров*

Лаборатория теоретической физики им. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 5 декабря 2018 г.
После переработки 5 декабря 2018 г.
Принята к публикации 14 декабря 2018 г.

Ширины распадов $\tau \to [\rho^0(770), \rho^0(1450)]\pi^-\nu_\tau$ вычислены в расширенной модели Намбу–Иона–Лазинио. В качестве промежуточных рассмотрены как основные, так и первые радиально-возбужденные состояния мезонов. Доминирующим здесь является аксиально-векторный канал с промежуточными a_1-мезонами. В работе учтены недавно полученные в коллаборациях COMPASS И JPAC значения масс и полных ширин a_1-мезона.

DOI: 10.1134/S0370274X19040027

1. Введение. В последние годы проводятся интенсивные исследования процессов, в которых участвуют аксиально-векторные мезоны $a_1(1260)$ и $a_1(1640)$. При этом в настояще время существует некоторое разногласие в определении таких основных параметров мезона $a_1(1260)$, как масса и полная ширина. А именно, в работе коллаборации COMPASS были получены следующие значения $M_{a_1(1260)} = 1299 \begin{matrix} +12 \\ -28 \end{matrix}$ МэВ, $\Gamma_{a_1(1260)} = 380 \pm 80$ МэВ [1]. В то же время в коллаборации JPAC с использованием данных ALEPH получены несколько иные значения этих параметров $M_{a_1(1260)} = 1209 \pm 4 \begin{matrix} +12 \\ -9 \end{matrix}$ МэВ, $\Gamma_{a_1(1260)} = 576 \pm 11 \begin{matrix} +80 \\ -20 \end{matrix}$ МэВ [2].

В распадах $\tau \to [\rho^0(770), \rho^0(1450)]\pi^-\nu_\tau$ доминирующим каналом, определяющим величину ширины этого распада, является аксиально-векторный канал, где основной вклад дает промежуточный мезон $a_1(1260)$. К сожалению, в настоящее время не существует хорошо измеренных экспериментально ширин этих распадов. Поскольку в настоящее время идут интенсивные исследования параметров мезона $a_1(1260)$, можно надеяться, что ширина указанного здесь процесса $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$ будет скоро измерена. Поэтому нам кажется полезным дать в этой работе предсказание для ширин данного процесса при двух различных вариантах параметров мезона $a_1(1260)$, полученных как в коллаборации COMPASS, так и в коллаборации JPAC. При этом будет использована расширенная модель Намбу–Иона–Лазинио (НИЛ), которая дала хорошие результаты при описании многих распадов τ-лептона [3–8].

2. Лагранжиан расширенной модели НИЛ. В расширенной модели НИЛ фрагмент кварк-мезонного лагранжиана взаимодействия для мезонов ρ, a_1 и π имеет вид [5, 8, 9]:

$$\Delta L_{\text{int}} = \bar{q}\left[i\gamma^5 \sum_{j=\pm} \lambda_j^\pi (A_\pi \pi^j + B_\pi \pi^{'j}) + \right.$$
$$+ \frac{1}{2}\gamma^\mu \sum_{j=\pm,0} \lambda_j^\rho (A_\rho \rho_\mu^j + B_\rho \rho_\mu^{'j}) +$$
$$\left. + \frac{1}{2}\gamma^\mu\gamma^5 \sum_{j=\pm} \lambda_j^\rho (A_{a_1} a_{1\mu}^j + B_{a_1} a_{1\mu}^{'j})\right] q, \quad (1)$$

где q и $\bar{q}$ – поля u- и d-кварков с массами $m_u = m_d = m = 280$ МэВ, штрихом обозначены возбужденные состояния мезонов,

$$A_M = \frac{1}{\sin(2\theta_M^0)} \times$$
$$\times \left[g_M \sin(\theta_M + \theta_M^0) + g_M^{'} f(\mathbf{k}^2) \sin(\theta_M - \theta_M^0)\right],$$
$$B_M = \frac{-1}{\sin(2\theta_M^0)} \times$$
$$\times \left[g_M \cos(\theta_M + \theta_M^0) + g_M^{'} f(\mathbf{k}^2) \cos(\theta_M - \theta_M^0)\right], \quad (2)$$

где индексом M обозначен π-, ρ- или a_1-мезон.

[1)]e-mail: volkov@theor.jinr.ru; tex_k@mail.ru

Функция $f\left(\mathbf{k}^2\right) = 1 + d\mathbf{k}^2$ – формфактор, вводимый для описания первых радиально-возбужденных состояний, $d = -1.784 \cdot 10^{-6}$ МэВ — параметр наклона. Этот параметр фиксируется исходя из требования, чтобы введение возбужденных состояний не меняло значения кваркового конденсата, и тем самым – масс составляющих кварков [3, 4]. Аргументом формфактора является поперечный относительный импульс внутренней кварк-антикварковой пары:

$$k_\perp = k - \frac{(kp)p}{p^2}, \qquad (3)$$

где p – импульс мезона. В системе покоя мезона $k_\perp = (0, \mathbf{k})$.

Параметр θ_M – угол смешивания, фиксируемый после диагонализации свободного лагранжиана, содержащего как основные, так и первые радиально-возбужденные состояния мезонов [4]:

$$\theta_\rho \approx \theta_{a_1} = 81.8^\circ, \quad \theta_\pi = 59.48^\circ, \qquad (4)$$

θ_M^0 – вспомогательная величина, вводимая для удобства записи:

$$\sin\theta_M^0 = \sqrt{\frac{1+R_M}{2}},$$
$$R_\rho = R_{a_1} = \frac{I_2^f}{\sqrt{I_2 I_2^{f^2}}},$$
$$R_\pi = \frac{I_2^f}{\sqrt{Z_\pi I_2 I_2^{f^2}}}. \qquad (5)$$

Здесь в качестве I_2 обозначены расходящиеся интегралы вида

$$I_2^{f^n} = -i\frac{N_c}{(2\pi)^4}\int \frac{f^n(\mathbf{k}^2)}{(m^2-k^2)^2}\theta(\Lambda_3^2 - \mathbf{k}^2)\mathrm{d}^4k, \qquad (6)$$

$\Lambda_3 = 1.03$ ГэВ – параметр обрезания при интегрировании по трехмерному импульсу.

Z_π – множитель, соответствующий дополнительной перенормировки, возникающей при учете π–a_1 переходов:

$$Z_\pi = \left(1 - 6\frac{m^2}{M_{a_1}^2}\right)^{-1}, \qquad (7)$$

где M_{a_1} — масса аксиально-векторного мезона в основном состоянии.

Таким образом, θ_M^0 выражается через известные величины и не является модельным параметром:

$$\theta_\rho^0 = \theta_{a_1}^0 = 61.5^\circ, \quad \theta_\pi^0 = 59.12^\circ. \qquad (8)$$

Матрицы λ имеют вид:

$$\lambda_+^\rho = \lambda_+^\pi = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\lambda_-^\rho = \lambda_-^\pi = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\lambda_0^\rho = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \qquad (9)$$

Константы взаимодействия:

$$g_\rho = g_{a_1} = \left(\tfrac{2}{3}I_2\right)^{-1/2}, \; g_\pi = \left(\tfrac{4}{Z_\pi}I_2\right)^{-1/2},$$
$$g_\rho^{'} = g_{a_1}^{'} = \left(\tfrac{2}{3}I_2^{f^2}\right)^{-1/2}, \; g_\pi^{'} = \left(4I_2^{f^2}\right)^{-1/2}. \qquad (10)$$

3. Амплитуда распада $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$ в расширенной модели НИЛ. Диаграммы для процесса $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$ изображены на рис. 1, 2. Петли на указанных диаграммах образованы кварковыми линиями.

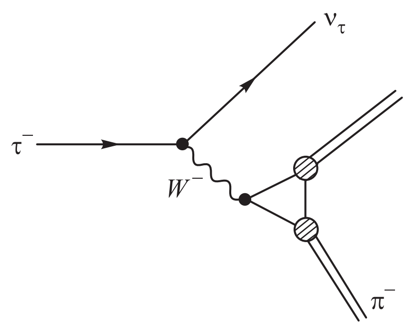

Рис. 1. Контактная диаграмма распада $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$

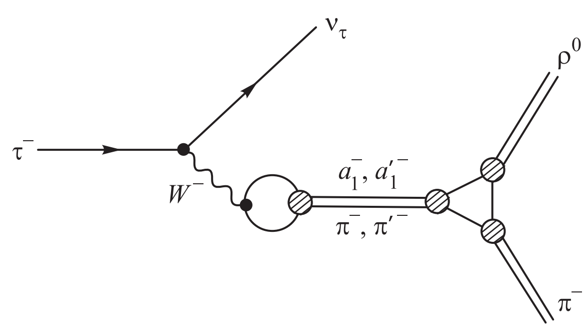

Рис. 2. Распад $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$ с промежуточными мезонами

Амплитуда этого процесса принимает вид:

$$\mathcal{M} = -if_\pi G_\mathrm{F} V_{ud} g_\rho Z_\pi l_\mu \{\mathcal{M}_c + \mathcal{M}_{AV} + \\ + \mathcal{M}_{AV'} + \mathcal{M}_{PS} + \mathcal{M}_{PS'}\}^{\mu\nu} e_\nu(p_\rho), \qquad (11)$$

где $G_{\rm F}$ – константа Ферми; V_{ud} – элемент матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскава; l_μ – лептонный ток; $e_\nu(p_\rho)$ – поляризационный вектор мезона $\rho(770)$; $\mathcal{M}_c, \mathcal{M}_{AV}$ и $\mathcal{M}_{PS}$ – вклады в амплитуду от контактной диаграммы и от диаграмм с промежуточными аксиально-векторными и псевдоскалярными мезонами:

$$\mathcal{M}_c^{\mu\nu} = C_\rho g^{\mu\nu} + \frac{2}{3} g_\rho \Big[(I_3^\rho - m^2 I_4^\rho) q^\mu q^\nu + m^2 I_4^\rho p_\rho^\mu p_\pi^\nu + m^2 I_4^\rho \left(p_\pi^2 + p_\rho^2 - (p_\pi, p_\rho)\right) g^{\mu\nu}\Big] - \frac{2}{3}\frac{C_{a_1} I_2^{\rho a_1}}{M_{a_1}^2} \left\{(q^2 - M_\rho^2) g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu\right\},$$

$$\mathcal{M}_{AV}^{\mu\nu} = \frac{2}{3} C_{a_1} BW_{a_1} \left[(q^2 - 6m^2) g^{\mu\lambda} - \frac{q^\mu q^\lambda}{Z_\pi}\right] \times \times \Big\{ I_2^{a_1\rho} g_{\lambda\delta} + (I_3^{a_1\rho} - m^2 I_4^{a_1\rho}) q_\lambda q_\delta + m^2 I_4^{a_1\rho} p_{\rho\lambda} p_{\pi\delta} + m^2 I_4^{a_1\rho} \left(p_\pi^2 + p_\rho^2 - (p_\pi, p_\rho)\right) g_{\lambda\delta} - \frac{C_{a_1} I_2^{a_1\rho a_1}}{g_\rho M_{a_1}^2} \left[(q^2 - M_\rho^2) g_{\lambda\delta} - q_\lambda q_\delta\right] \Big\} g^{\delta\nu} + 4m^2 Z_\pi C_{a_1} \frac{1}{M_{a_1}^2} \frac{M_{a_1}^2 - q^2}{M_\pi^2 - q^2} \times \times BW_{a_1} \left[I_2^{a_1\rho} + \frac{C_{a_1} I_2^{a_1\rho a_1} M_\rho^2}{g_\rho M_{a_1}^2}\right] q^\mu q^\nu,$$

$$\mathcal{M}_{AV'}^{\mu\nu} = \frac{2}{3} C_{a_1}' BW_{a_1'} \left[(q^2 - 6m^2) g^{\mu\lambda} - \frac{q^\mu q^\lambda}{Z_\pi}\right] \times \times \Big\{ I_2^{a_1'\rho} g_{\lambda\delta} + (I_3^{a_1'\rho} - m^2 I_4^{a_1'\rho}) q_\lambda q_\delta + m^2 I_4^{a_1'\rho} p_{\rho\lambda} p_{\pi\delta} + m^2 I_4^{a_1'\rho} \left(p_\pi^2 + p_\rho^2 - (p_\pi, p_\rho)\right) g_{\lambda\delta} - \frac{C_{a_1} I_2^{a_1'\rho a_1}}{g_\rho M_{a_1}^2} \left[(q^2 - M_\rho^2) g_{\lambda\delta} - q_\lambda q_\delta\right] \Big\} g^{\delta\nu},$$

$$\mathcal{M}_{PS}^{\mu\nu} = -2 Z_\pi C_\rho \times \left[1 - 4 I_2^{\rho a_1} \frac{m^2}{M_{a_1}^2}\right] \left[1 - 6 \frac{m^2 C_{a_1}^2}{M_{a_1}^2}\right] BW_\pi q^\mu p_\pi^\nu,$$

$$\mathcal{M}_{PS'}^{\mu\nu} = -8 \frac{g_\pi}{g_\rho} C_\pi' I_2^{\rho\pi'} \times \left[1 - 6 \frac{I_2^{\rho a_1 \pi'} C_{a_1}}{I_2^{\rho\pi'} g_\rho} \frac{m^2}{M_{a_1}^2}\right] BW_{\pi'} q^\mu p_\pi^\nu, \qquad (12)$$

где множители C_M имеют вид:

$$C_M = \frac{1}{\sin(2\theta_M^0)} \times \times \left[\sin(\theta_M + \theta_M^0) + R_M \sin(\theta_M - \theta_M^0)\right],$$
$$C_M' = \frac{-1}{\sin(2\theta_M^0)} \times \times \left[\cos(\theta_M + \theta_M^0) + R_M \cos(\theta_M - \theta_M^0)\right]. \qquad (13)$$

Величины R_M определены в (5).

Пропагаторы Брейта–Вигнера:

$$BW_M = \frac{1}{M_M^2 - q^2 - i\sqrt{q^2}\Gamma_M}. \qquad (14)$$

Интегралы, возникшие при описании кварковых петель:

$$I_{nm}^{M_1 M_2 \ldots M_1' M_2' \ldots} = -i \frac{N_c}{(2\pi)^4} \times \times \int \frac{A_{M_1} A_{M_2} \ldots B_{M_1} B_{M_2} \ldots}{(m_u^2 - k^2)^n (m_s^2 - k^2)^m} \theta(\Lambda_3^2 - \mathbf{k}^2) \mathrm{d}^4 k, \qquad (15)$$

где величины A_M и B_M определены в (2).

В приведенной амплитуде учтены $\pi{-}a_1$-переходы в аксиально-векторном и псевдоскалярном каналах.

4. Численные оценки. Полная парциальная ширина распада $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$, вычисленная в расширенной модели НИЛ, для случая $M_{a_1(1260)} = 1299$ МэВ, $\Gamma_{a_1(1260)} = 380$ МэВ [1]

$$Br(\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau) = 5.65\,\%. \qquad (16)$$

Аксиально-векторный канал, содержащий основное состояние мезона $a_1(1260)$, совместно с контактным вкладом дает

$$Br(\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau)_{AV} = 4.54\,\%. \qquad (17)$$

Для аксиально-векторного канала совместно с контактным и псевдоскалярным каналами без возбужденных состояний

$$Br(\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau)_{AV+PS} = 5.75\,\%. \qquad (18)$$

Для процесса $\tau \to \rho^0(1450)\pi^-\nu_\tau$ амплитуды будут иметь аналогичную структуру с заменой соответствующих коэффициентов из лагранжиана. Парциальная ширина для такого процесса

$$Br(\tau \to \rho^0(1450)\pi^-\nu_\tau) = 1.64 \cdot 10^{-4}. \qquad (19)$$

В случае, если $M_{a_1(1260)} = 1209$ МэВ, $\Gamma_{a_1(1260)} = 576$ МэВ [2], полная парциальная ширина распада $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$

$$Br(\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau) = 4.94\,\%. \qquad (20)$$

Аксиально-векторный и контактный вклады для этого случая дают

$$Br(\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau)_{AV} = 3.84\,\%. \tag{21}$$

Для аксиально-векторного, контактного и псевдоскалярого вкладов для этого случая без возбужденных состояний

$$Br(\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau)_{AV+PS} = 5.09\,\%. \tag{22}$$

Парциальная ширина процесса $\tau \to \rho^0(1450)\pi^-\nu_\tau$ для этого случая

$$Br(\tau \to \rho^0(1450)\pi^-\nu_\tau) = 1.43 \cdot 10^{-4}. \tag{23}$$

Как видно из приведенных выше результатов, для процесса $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$ аксиально-векторный канал совместно с контактной диаграммой дают основной вклад. При этом учет радиально- возбужденных промежуточных состояний лишь незначительно меняет результат. Как следствие, и процесс $\tau \to \rho^0(1450)\pi^-\nu_\tau$ также оказывается значительно подавленным по сравнению с процессом $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$.

5. Заключение. Похожее описание распада $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$ было сделано с участием одного из авторов этой работы в 1989 г. [10]. Однако там расчеты проводились в стандартной модели НИЛ [11–15], где рассматривалось только основное состояние промежуточного мезона a_1 с параметрами $M_{a_1(1260)} = 1200$ МэВ, $\Gamma_{a_1(1260)} = 420$ МэВ. Радиально-возбужденные промежуточные мезоны были учтены только в псевдоскалярном канале с использованием феноменологической модели, приведенной в работе [16]. В результате было получено следующее значение для парциальной ширины распада $Br(\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau) = 5.21\,\%$. При этом оценка вклада от $\pi(1300)$ была завышена по сравнению с той оценкой, которая получается в расширенной модели НИЛ. Кроме того, использование расширенной модели НИЛ позволило нам учесть вклады от радиально-возбужденного состояния $a_1(1640)$, а также рассмотреть распад $\tau \to \rho^0(1450)\pi^-\nu_\tau$.

Поскольку в настоящее время не существует удовлетворительных численных оценок для ширины распада $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$, мы могли бы сравнить наши результаты с близким процессом распада $\tau \to \pi^-\pi^-\pi^+\nu_\tau$. Для парциальной ширины этого процесса в PDG (Particle Data Group) указано значение $Br(\tau \to \pi^-\pi^+\pi^-\nu_\tau) = 9.31 \pm 0.05\,\%$ [17]. Так как процесс $\tau \to \pi^-\pi^-\pi^+\nu_\tau$, помимо основного канала, связанного с промежуточным ρ-мезоном содержит также и другие каналы (например, канал с промежуточными f_0-мезоном и канал с промежуточной бокс-диаграммой), есть основания полагать, что рассматриваемый в настощей работе процесс должен иметь ширину распада меньшую, чем $\tau \to \pi^-\pi^-\pi^+\nu_\tau$.

Качественные оценки для ширины распада $\tau \to \rho^0(770)\pi^-\nu_\tau$ были получены также и другими авторами с использованием других феноменологических моделей [18, 19]. В указанных работах его парциальная ширина близка к ширине распада $\tau \to \pi^-\pi^-\pi^+\nu_\tau$. Однако в этих моделях оценки не всегда находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными (например, оценка ширины распада $\tau \to \rho^0(770)K^-\nu_\tau$).

Авторы выражают благодарность А.Б. Арбузову и А.А. Осипову за полезные обсуждения.

Работа была поддержана Грантом молодых ученых и специалистов Объединенного института ядерных исследований # 19-302-06.

1. M. Aghasyan et al. (COMPASS Collaboration), Phys. Rev. D **98**(9), 092003 (2018).
2. M. Mikhasenko et al. (JPAC Collaboration), arXiv:1810.00016 [hep-ph].
3. M. K. Volkov and C. Weiss, Phys. Rev. D **56**, 221 (1997).
4. M. K. Volkov, Phys. Atom. Nucl. **60**, 1920 (1997).
5. M. K. Volkov, D. Ebert, and M. Nagy, Int. J. Mod. Phys. A **13**, 5443 (1998).
6. M. K. Volkov and V. L. Yudichev, Phys. Part. Nucl. **31**, 282 (2000).
7. M. K. Volkov and A. E. Radzhabov, Phys. Usp. **49**, 551 (2006).
8. M. K. Volkov and A. B. Arbuzov, Phys. Usp. **60**(7), 643 (2017).
9. A. V. Vishneva and M. K. Volkov, Int. J. Mod. Phys. A **29**(24), 1450125 (2014).
10. M. K. Volkov, Y. P. Ivanov, and A. A. Osipov, Preprint P2-89-419, JINR, Dubna (1989).
11. M. K. Volkov and D. Ebert, Yad. Fiz. **36**, 1265 (1982).
12. D. Ebert and M. K. Volkov, Z. Phys. C **16**, 205 (1983).
13. M. K. Volkov, Annals Phys. **157**, 282 (1984).
14. M. K. Volkov, Sov. J. Part. Nucl. **17**, 186 (1986).
15. D. Ebert and H. Reinhardt, Nucl. Phys. B **271**, 188 (1986).
16. A. B. Govorkov, Z. Phys. C **32**, 405 (1986).
17. M. Tanabashi et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018).
18. Z. H. Guo, Phys. Rev. D **78**, 033004 (2008).
19. L. R. Dai, R. Pavao, S. Sakai, and E. Oset, arXiv:1805.04573 [hep-ph].