Письма в ЖЭТФ, том 109, вып. 4, с. 236 – 241

Нелокальный турбофорез частиц в логарифмическом слое пристенной турбулентности

Д. Ф. Сиковский[1) 2)]

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 21 ноября 2018 г.
После переработки 3 декабря 2018 г.
Принята к публикации 6 декабря 2018 г.

С помощью стохастического лагранжева моделирования исследована динамика высокоинерционных частиц в логарифмическом слое пристенного турбулентного течения. Вследствие линейного изменения турбулентного масштаба времени с расстоянием от стенки в логарифмическом слое наблюдается турбофорез – миграция частиц к стенке, имеющая нелокальный характер в пристенной области из-за существенного вклада баллистического движения частиц. Получены профили концентрации и второго момента скорости частиц для произвольного параметра инерционности частицы и различных значений коэффициента восстановления скорости частиц при отскоке от стенки. Показано наличие "тяжелых хвостов" функции плотности вероятности скорости частиц в пристенной области, приобретающих степенное поведение в режиме неупругого коллапса траекторий частиц, наблюдаемого при значениях коэффициента восстановления ниже критического значения 0.163 в соответствии с результатами Belan et al., Phys. Rev. E **93**, 052206 (2016).

DOI: 10.1134/S0370274X19040064

Турбулентные течения с взвешенными частицами встречаются во многих сферах человеческой деятельности, природных и космических явлениях. Статистические модели динамики частиц в турбулентной среде в последнее время являются объектом многочисленных исследований, главным образом, благодаря явлению кластеризации частиц [1–3], связанному с их инерцией. Большинство практически важных турбулентных газо-дисперсных потоков ограничено твердыми стенками, вблизи которых имеет место еще одно вызванное инерцией частиц явление: аккумуляция частиц в пристенной зоне. Причиной аккумуляции традиционно считается турбофорез частиц [4, 5] – миграция частиц против градиента турбулентных напряжений частиц (второй момент флуктуации скорости частиц), принимающего наибольшие значения в вязком подслое – прилегающей к стенке тонкой области, в которой скорость среды падает до нуля на стенке. Как показано в [6], профиль концентрации частиц в вязком подслое подчиняется степенному закону с отрицательным показателем, зависящим от параметра инерционности частиц – числа Стокса $\tau_+ = v_\tau^2\tau/\nu$, где τ – время релаксации частиц, v_τ – динамическая скорость, ν – кинематическая вязкость среды. Формирование степенной сингулярности концентрации происходит при участии больших выбросов скорости среды, происходящих на границе вязкого подслоя с ядром потока и вызванных когерентными вихревыми структурами пристенной турбулентности. Частицы, получившие благодаря таким выбросам большую отрицательную (направленную к стенке) скорость, достигают стенки благодаря своей инерции по баллистическим траекториям без существенного влияния турбулентных флуктуаций среды, резко затухающих при движении частицы вглубь вязкого подслоя. Если импульса влетающей в подслой частицы недостаточно, чтобы после столкновения со стенкой отскочить и вылететь в ядро потока, частица остается в подслое на достаточно долгое время. Несмотря на описанный нелокальный баллистический механизм формирования пристенного пика концентрации частиц в вязком подслое, статистический режим скорости частиц, формирующих такой пик, является локально-равновесным вплоть до чисел Стокса $\tau_+ \sim 0.2\widetilde{\rho}$, где $\widetilde{\rho}$ – отношение плотностей частицы и среды, что позволяет получить простые аналитические решения для концентрации частиц в вязком подслое [6–8].

В то же время для высокоинерционных частиц в ядре потока с числами Стокса 10^2 и более, характерная длина пробега частиц превышает толщину вязко-

1) D.Ph. Sikovsky.
2) e-mail: dphs@mail.ru

го подслоя. Такие частицы, сталкиваясь со стенкой, проводят в вязком подслое малое время, поэтому их динамика определяется главным образом турбулентностью в логарифмическом слое, занимающем основную часть пристенной зоны потока при больших числах Рейнольдса [9]. Определяющими параметрами для турбулентности логарифмического слоя являются динамическая скорость и расстояние до стенки y, поэтому интенсивность флуктуаций скорости среды в нем постоянна [10]. Вблизи стенки лагранжев масштаб времени меньше времени релаксации частицы, из-за чего степень вовлечения инерционных частиц в турбулентное движение и интенсивность флуктуаций их скорости становится меньше интенсивности флуктуаций скорости среды, в то время как вдали от стенки лагранжев масштаб времени превышает время релаксации и скорость частицы стремится к скорости среды (предел пассивной примеси [1, 11]). В результате интенсивность флуктуаций скорости частиц при приближении к стенке падает, что вызывает миграцию частиц по направлению к стенке. В [1] получены соответствующие решения для концентрации и интенсивности флуктуаций скорости частиц в логарифмическом слое на основе уравнений переноса вторых моментов скорости частиц, выведенных из кинетического уравнения для функции плотности вероятности (ФПВ) скорости и местоположения частиц с использованием квазиравновесных гипотез замыкания для третьих и четвертых моментов. Однако, применимость квазиравновесных соотношений для замыкания моментных уравнений в данном случае вызывает вопросы, поскольку характерная длина пробега частиц $v_\tau \tau$ вблизи стенки превышает расстояние до нее. За время декорреляции скорости частицы статистический режим скорости среды вдоль ее траектории существенным образом меняется, что свидетельствует о нелокальном механизме турбофореза и аккумуляции частиц в логарифмическом слое, отличающемся от локально-равновесного механизма аккумуляции в вязком посдлое. Аналогичная нелокальность механизма кластеризации высокоинерционных частиц обнаружена в однородно-изотропной турбулентности [12].

В настоящей работе проведено статистическое моделирование динамики частиц в логарифмическом слое с помощью стохастической лагранжевой модели турбулентности, преимуществом которой перед квазиравновесными моделями замыкания уравнений переноса моментов является прямое моделирование нелокального транспорта частиц.

Рассматривается турбулентное течение в логарифмическом слое вдоль неограниченной плоской поверхности [13], в котором взвешены инерционные частицы с временем релаксации τ. Поскольку течение статистически однородно в параллельных стенке направлениях, ниже будет рассматриваться движение частиц в нормальном к стенке направлении y, подчиняющееся уравнениям $\dot{y_p} = v$, $\dot{v} = (v_f - v_p)/\tau$, где v_p – скорость частицы, v_f – скорость среды вдоль траектории частицы, которую необходимо моделировать исходя из заданных статистических характеристик движения среды в логарифмическом слое. К таковым прежде всего относятся интенсивность флуктуаций нормальной к стенке компоненты скорости $v_{f,rms} = (\langle v_f^2 \rangle)^{1/2}$ и характерное время декорреляции флуктуаций скорости среды – лагранжев интегральный масштаб времени T_L, которые в соответствии с теорией подобия пристенной турбулентности [10] имеют вид

$$v_{f,rms} = a v_\tau,\ T_L = \kappa_L y / v_\tau, \tag{1}$$

где $a = 1.13$, $\kappa_L = 0.356$ – коэффициенты, являющиеся универсальными в пределе больших чисел Рейнольдса. Здесь значение a получено из результатов прямого численного моделирования турбулентного течения в плоском канале при большом числе Рейнольдса [14], а также использовано соотношение $\kappa_L = \kappa a^{-2} Pr_t^{-1}$, связывающее коэффициент турбулентной диффузии в логарифмическом слое с постоянной Кармана $\kappa = 0.41$ и турбулентным числом Прандтля $Pr_t = 0.9$ [10]. В качестве модели скорости среды вдоль траектории частицы используется нормализованная ланжевеновская модель [15], в которой скорость среды нормируется на свою интенсивность: $u = v_f / (\langle v_f^2 \rangle)^{1/2}$, а для нормализованной скорости u записывается стохастическое дифференциальное уравнение (СДУ) в смысле Ито

$$du = [u_d(y_p) - G(y_p)u]\, dt + [2G(y_p)]^{1/2}\, dW, \tag{2}$$

где $W(t)$ – стандартный винеровский процесс, для которого $\langle (dW(t))^2 \rangle = dt$, $G(y_p)$ – обратное время декорреляции скорости среды, $u_d(y)$ – скорость дрейфа, определяемая из выражений

$$u_d = \frac{d(f_v v_{f,rms})}{dy},\ f_v = \frac{1}{1 + \tau G}. \tag{3}$$

Для однородной турбулентности с $G, v_{f,rms} = \mathrm{const}$ СДУ (2) описывает процесс Орнштейна–Уленбека с гауссовой ФПВ и корреляционной функцией $\langle u(0)u(t) \rangle = \exp(-Gt)$, что позволяет вычислить лагранжев интегральный масштаб времени скорости среды вдоль траектории частиц

$$G = T_{Lp}^{-1}. \tag{4}$$

Для однородно-изотропной турбулентности связь между T_{Lp} и интегральным лагранжевым масштабом времени турбулентности среды T_L задается аппроксимацией [16]

$$T_{Lp} = \frac{T_L}{0.356}\left[1 - \frac{0.644}{(1+St_E)^{0.4(1+0.01St_E)}}\right], \quad (5)$$

где $St_E = 0.356\tau/T_L$. Для произвольного неоднородного турбулентного течения связать обратное время декорреляции с интегральным масштабом времени не удается, можно лишь показать, что соотношение (4), а также первое соотношение (3), являются главными приближениями некоторого разложения по параметру неравновесности для квазиравновесных течений [15]. Для рассматриваемого неравновесного течения в логарифмическом слое выражения (3)–(5) могут рассматриваться, как разумная аппроксимация, дающая неплохие результаты при моделировании динамики частиц с преобладанием баллистических механизмов переноса [15].

Поскольку единственными определяющими параметрами задачи являются динамическая скорость и время релаксации частицы, удобно привести уравнения модели (2)–(5) к безразмерному виду

$$\frac{d\eta}{dt} = v,\ \frac{dv}{dt} + v = au, \quad (6)$$

$$du = \left(u_d - \frac{u}{T_{Lp}}\right)dt + \sqrt{\frac{2}{T_{Lp}}}dW, \quad (7)$$

$$u_d(\eta) = a\frac{d}{d\eta}\left[\frac{T_{Lp}(\eta)}{1+T_{Lp}(\eta)}\right], \quad (8)$$

$$T_{Lp}(\eta) = \eta\left[1 - \frac{0.644}{(1+1/\eta)^{0.4(1+0.01/\eta)}}\right], \quad (9)$$

где $\eta = y_p/(v_\tau\tau)$, $v = v_p/v_\tau$ и время t теперь обезразмерено на время релаксации τ.

Ниже будет рассмотрен случай неупругого взаимодействия частиц со стенкой, характеризуемого коэффициентом восстановления e_y $(0 < e_y \leq 1)$

$$v(t_c+0) = -e_y v(t_c - 0), \quad (10)$$

где t_c – время столкновения частицы со стенкой.

Задача (6)–(10) решалась численно с использованием метода Хойна второго порядка точности [17] для расчетной области $[0;\eta_{\max}]$, $\eta_{\max} = 200$. Интегрировалось уравнение движения для одной частицы в течении длительного времени $t_{\mathrm{comp}} = 2\cdot 10^7$, в течение которого ее траектория достаточно плотно заполняет доступное фазовое пространство, после чего профили концентрации и статистических моментов скорости частицы вычислялись путем осреднения с весом, пропорциональным времени пребывания частицы в каждом из 200 интервалов $\Delta\eta_i$, на которые разбивалась расчетная область (со сгущением к стенке). Сбор статистики велся после начального периода времени $\Delta t_{\mathrm{in}} = 3\cdot 10^5$, в течении которого устанавливался стационарный статистический режим движения частицы. При выходе частицы из расчетной области она симметрично отражалась от плоскости $\eta = \eta_{\max}$, возвращаясь обратно, при этом знаки v и u менялись на противоположные.

На рисунке 1 представлена интенсивность флуктуаций скорости частицы для различных значений коэффициента восстановления. При $\eta > 1$ профили интенсивности близки к равновесному, определяемому соотношением Чена [18]

$$v_{rms} = v_{f,rms}[1+T_{Lp}^{-1}]^{-1/2} = a[1+T_{Lp}^{-1}]^{-1/2}, \quad (11)$$

При $\eta < 1$ локальность связи между v_{rms} и T_{Lp} нарушается. Так, например, поскольку на стенке турбулентный масштаб времени равен нулю, в равновесном случае скорость частиц, согласно (11), должна обращаться в ноль и столкновения частиц со стенкой должны отсутствовать. Однако, по данным расчетов столкновения имеют место при любых e_y, что связано с преобладающей ролью баллистического переноса в пристенной области, за счет которого частицы достигают стенки с расстояний $\eta \sim 1$.

Как видно из рис. 1, интенсивность флуктуаций скорости частиц вблизи стенки падает с уменьше-

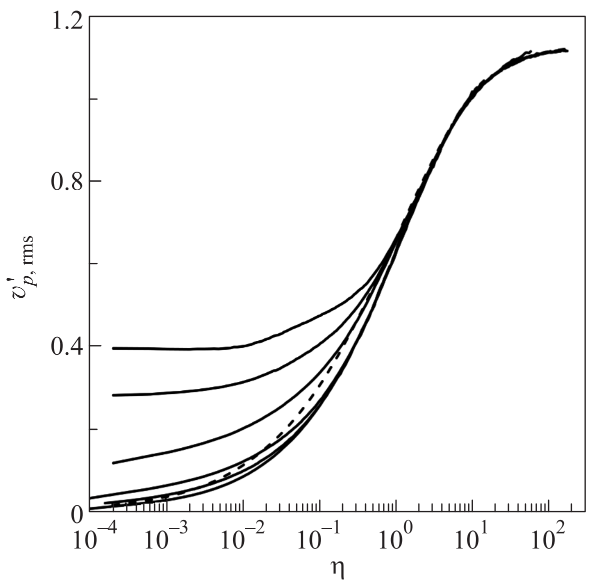

Рис. 1. Интенсивность флуктуаций скорости частиц в логарифмическом слое. Коэффициент восстановления e_y: 0.02 (нижняя), 0.163, 0.3, 0.5, 0.8, 1 (верхняя). Пунктир – равновесная зависимость (11)

нием e_y, что связано с диссипацией энергии в ходе столкновений со стенкой. При $e_y < 0.5$ профили интенсивности флуктуаций скорости частиц приближаются к равновесному и могут быть ниже его. При этом в распределении концентрации частиц (рис. 2) происходит качественная перестройка:

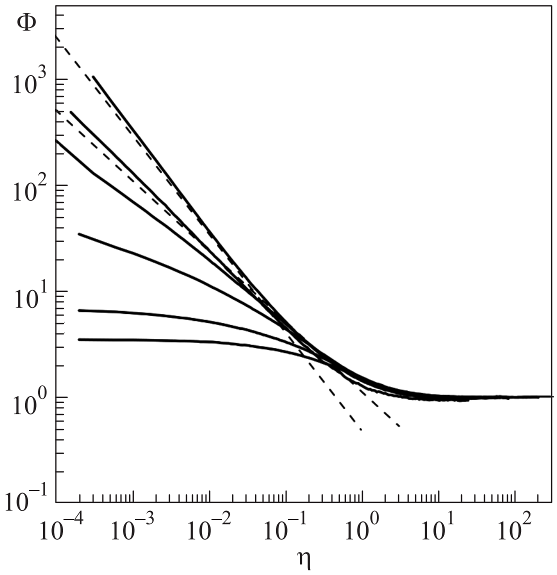

Рис. 2. Концентрация частиц в логарифмическом слое. Значения e_y – см. рис. 1, верхней кривой соответствует наименьшее значение e_y. Пунктирные линии – степенной закон (14)

при $e_y < 0.163$ вблизи стенки отчетливо формируется степенная сингулярность концентрации, в то время как для $e_y > 0.163$ концентрация, по-видимому, стремится к конечному пределу при $\eta \to 0$, хотя последний не всегда достигается в численных расчетах с конечным разрешением, особенно для значений e_y, близких к критическому $e_{y,\rm cr} = 0.163$.

Причину такого поведения помогает понять метод, развитый в [19]. Поскольку вблизи стенки турбулентный масштаб времени стремится к нулю, турбулентные флуктуации скорости среды можно заменить в первом приближении белым шумом, что позволяет с учетом (1),(9) записать для ФПВ скорости частиц $P(v, \eta)$ уравнение Фоккера–Планка

$$v\partial_\eta P - \partial_v(vP) = a^2\eta\partial_v^2 P. \tag{12}$$

Вследствие преобладания баллистического переноса частиц при $\eta \ll 1$ вторым членом в левой части (12) можно пренебречь. Получившееся уравнение, как показано в [19], имеет автомодельное решение

$$P \sim \eta^{-2\gamma}h(\zeta),\ \zeta = \frac{2v^3}{9a^2\eta^2}, \tag{13}$$

соответствующее степенной сингулярности концентрации

$$\Phi \sim \eta^{2/3-2\gamma}. \tag{14}$$

Кроме того, в пределе $\eta \to 0$ ФПВ скорости частиц также стремится к степенному закону

$$P \sim |v|^{-3\gamma}. \tag{15}$$

Коэффициент γ в (13)–(15) зависит только от коэффициента восстановления и определяется из соотношения

$$\frac{\sin(\pi\gamma) - \sin[\pi(\gamma - 2/3)]}{\sin(2\pi/3)} = e_y^{3(\gamma-2/3)}, \tag{16}$$

Решение (13) имеет физический смысл только при $0 < e_y < e_{y,\rm cr}$, где критическое значение коэффициента восстановления равно $e_{y,\rm cr} = \exp(-\pi/\sqrt{3}) \simeq$ $\simeq 0.163$. В этом интервале коэффициента восстановления происходит так называемый неупругий коллапс траектории частицы, когда ее скорость в результате последовательности столкновений стремится к нулю, а сама частица стремится к стенке [19].

Как видно из рис. 2, степенной закон (14) с рассчитанными из (16) величинами $\gamma(e_y)$ хорошо согласуется с данными численного моделирования для $e_y < e_{y,\rm cr}$, в то время как при $e_y > e_{y,\rm cr}$ наблюдается отклонение от степенного закона. В соответствии с приведенными на рис. 3 расчетными функциями плотности вероятности скорости частиц вблизи стенки (в расчетах – на расстояниях $y < 10^{-4}$), при $e_y < e_{y,\rm cr}$ также происходит переход к степенному закону (15). Эти результаты иллюстрируют экстремальную перемежаемость скорости частиц вблизи стенки в режиме неупругого коллапса $e_y < e_{y,\rm cr}$, когда ФПВ скорости состоит практически из сплошных степенных "тяжелых хвостов" (15) [19]). При $e_y > e_{y,\rm cr}$ "хвосты" ФПВ остаются "тяжелыми" вблизи стенки, но уже не имеют выраженных степенных асимптотик. Вдали от стенки при $\eta \gg 1$, как упоминалось выше, скорость частицы стремится к скорости среды, которая в соответствии с моделью (2) имеет гауссову статистику (рис. 4).

Полезно обсудить отличия динамики инерционных частиц в двух разных областях пристенного турбулентного потока: логарифмическом слое и в вязком подслое (см. [6, 8]). В обоих случаях наблюдается степенная сингулярность концентрации частиц на стенке, однако в вязком подслое она имеет место при любом числе Стокса, которое однозначно определяет величину показателя степени, в то время как в логарифмическом слое степенная сингулярность концентрации имеет место только для коэффициентов вос-

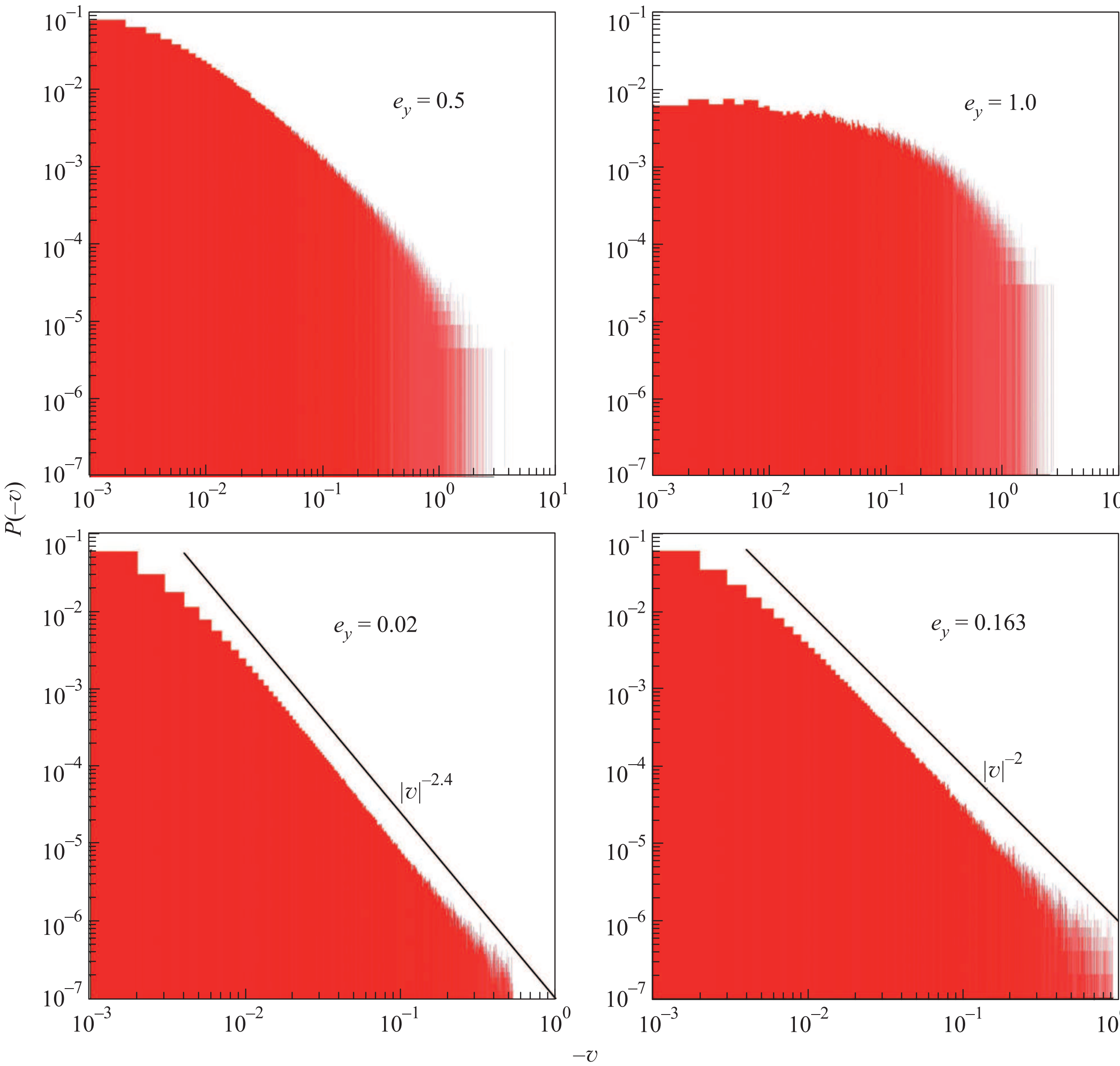

Рис. 3. (Цветной онлайн) Функция плотности вероятностей отрицательных скоростей частиц вблизи стенки. Линии – степенной закон (15)

становления, меньших критического значения перехода к неупругому коллапсу, причем показатель степени однозначно определяется коэффициентом восстановления. За пределами режима неупругого коллапса концентрация частиц на стенке имеет конечное значение. Отличие наблюдается и в поведении "тяжелых хвостов" ФПВ скорости частиц вблизи стенки: если в логарифмическом слое они наблюдаются для всех e_y и имеют степенной вид при неупругом коллапсе, то в вязком подслое хвосты ФПВ возникают только во втором порядке асимптотического разложения по параметру неравновесности, пропорциональному расстоянию до стенки [6], и связаны с баллистическими частицами из ядра потока.

Таким образом, в логарифмическом слое наблюдается миграция частиц к стенке, направленная против градиента масштаба времени турбулентности. Профили концентрации и статистических моментов скорости частиц однозначно определяются автомодельной координатой η и коэффициентом восстановления e_y. Координата η характеризует близость статистики скорости частиц к локально-равновесной, отклонение от которой растет при уменьшении η. Вблизи стенки баллистический перенос частиц ста-

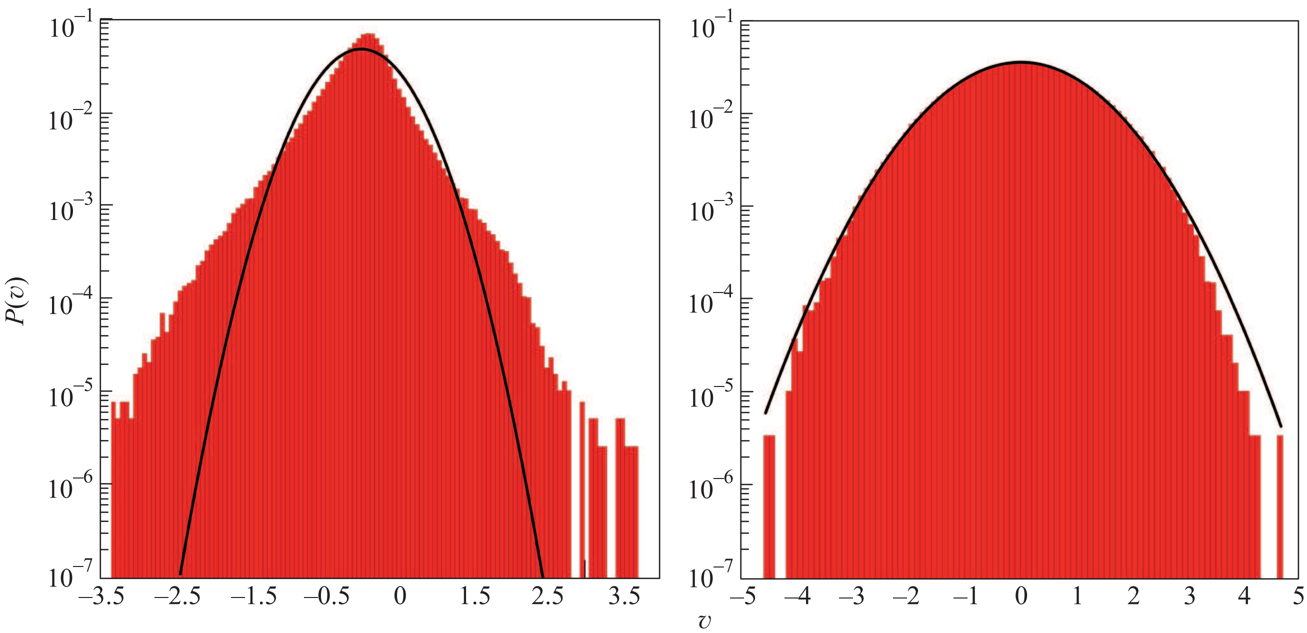

Рис. 4. (Цветной онлайн) Функция плотности вероятностей скоростей частиц с упругим отскоком ($e_y = 1$) вблизи стенки $\eta = 0.1$ (a) и вдали от нее $\eta = 200$ (b). Линии – гауссова ФПВ

новится преобладающим, нарушая локальность турбулентного переноса частиц и приводя к появлению "тяжелых хвостов" ФПВ скорости частиц в пристенной области. При значениях коэффициента восстановления ниже критического значения перехода к неупругому коллапсу, ФПВ скорости частиц приобретает степенные "тяжелые хвосты", свидетельствующие об экстремальной перемежаемости скорости частиц. Концентрация частиц на стенке растет при уменьшении коэффициента восстановления и приближении его к критическому значению и расходится по степенному закону при значениях коэффициента восстановления ниже критического в режиме неупругого коллапса траекторий частиц.

Автор благодарен С. А. Белану, Г. Е. Фальковичу и В. В. Лебедеву за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект # 14-19-01685). Численные методы стохастического моделирования разработаны в рамках государственного задания Института теплофизики Сибирского отделения РАН.

1. Л. И. Зайчик, В. М. Алипченков, *Статистические модели движения частиц в турбулентной жидкости*, Физматлит, М. (2007).
2. M. W. Reeks, Flow. Turb. Combust. **92**, 3 (2014).
3. K. Gustavsson and B. Mehlig, Adv. Phys. **65**, 1 (2016).
4. M. W. Reeks, J. Aerosol Sci. **92**, 729 (1983).
5. M. Caporaloni, F. Tampieri, F. Trombetti, and O. Vittori, J. Atmos. Sci. **32**, 565 (1975).
6. D. Ph. Sikovsky, Flow Turb. Comb. **92**, 41 (2014).
7. S. Belan, I. Fouxon, and G. Falkovich, Phys. Rev. Lett. **112**, 234502 (2014).
8. S. Belan, Physica A **443**, 128 (2016).
9. S. B. Pope, *Turbulent Flows*, Cambridge Univ. Press (2000).
10. А. С. Монин, А. М. Яглом, *Статистическая гидромеханика*, Гидрометеоиздат, СПб. (1992), т. 1.
11. D. F. Sikovskii, Fluid Dynamics **45**, 74 (2010).
12. A. D. Bragg, P. J. Ireland, and L. R. Collins, J. Fluid Mech. **780**, 327 (2015).
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, М. (1986), пп. 42.
14. M. Lee and R. D. Moser, J. Fluid Mech. **774**, 395 (2015).
15. D. Ph. Sikovsky, Flow Turb. Comb. **95**, 561 (2015).
16. L.-P. Wang and D. E. Stock, J. Atmos. Sci. **50**, 1897 (1993).
17. J.-P. Minier, E. Peirano, and S. Chibbaro, Monte Carlo Methods Appl. **9**, 93 (2003).
18. И. О. Хинце, *Турбулентность*, Изд-во физ.-мат. лит., М. (1963).
19. S. Belan, A. Chernykh, V. Lebedev, and G. Falkovich, Phys. Rev. E **93**, 052206 (2016).