Письма в ЖЭТФ, том 109, вып. 5, с. 331 – 336 © 2019 г. 10 марта

Влияние случайной анизотропии на сдвиг частоты ЯМР в полярной фазе сверхтекучего ^{3}He

И. А. Фомин[1)]

Институт физических проблем им. П. Л. Капицы РАН, 119334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 20 декабря 2018 г.
После переработки 24 декабря 2018 г.
Принята к публикации 25 декабря 2018 г.

Орбитальная анизотропия, создаваемая нематическими аэрогелями в сверхтекучем ^{3}He, вообще говоря, пространственно неоднородна. В настоящей работе показано, что для полярной фазы флуктуационные поправки, обязанные этой неоднородности, уменьшают амплитуду среднего параметра порядка и величину сдвига частоты ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Произведена оценка величины разных поправок и обсуждаются температурные зависимости их вкладов в указанные макроскопические величины.

DOI: 10.1134/S0370274X19050096

1. Введение. Полярной называется фаза сверхтекучего ^{3}He, соответствующая куперовскому спариванию с орбитальным моментом $l = 1$ и его проекцией $l_z = 0$ на выделенное направление. Параметр порядка полярной фазы можно записать в виде 3×3 комплексной матрицы $A_{\mu j} = \Delta_P \exp(i\varphi) d_\mu m_j$, где d_μ – вещественный единичный вектор в спиновом пространстве, а m_j – единичный орбитальный вектор, Δ_P – общая амплитуда. В свободном от примесей ^{3}He полярная фаза энергетически не выгодна. Для ее возможной стабилизации в экспериментах [1–3] использовались нематические аэрогели, т.е. аэрогели, образованные одинаково направленными нитями. Ансамбль таких нитей создает среднюю орбитальную анизотропию, которая, согласно теоретическим расчетам [4–6], должна стабилизировать состояние с $l_z = 0$. Фактически были использованы два типа аэрогелей – "обнинский" и нафен [7]. Не вызывающие вопросов данные о наблюдении полярной фазы были получены именно в нафене [2].

Идентификация фаз производилась по совокупности их свойств, проявляющихся при ЯМР измерениях. При этом зависимость от температуры величины сдвига частоты ЯМР $\Delta\omega$ от ларморовской частоты ω_L рассматривалась как количественная характеристика полярной фазы. Для непрерывного ЯМР в обозначениях работы [2] $2\omega_L\Delta\omega = K\Omega_A^2$, где Ω_A^2 – частота продольного резонанса в объемной А-фазе. В приближении среднего поля коэффициент K зависит от вида среднего параметра порядка. Если магнитное поле параллельно нитям аэрогеля, то для полярной фазы $K = 4/3$, без учета эффектов сильной связи. Следует иметь в виду, однако, что типичные расстояния между нитями аэрогелей использованных в упомянутых экспериментах одного порядка с длиной корреляций в сверхтекучем ^{3}He и создаваемая аэрогелем анизотропия пространственно неоднородна. Помимо однородной глобальной имеется также случайная локальная анизотропия. Случайная анизотропия вызывает локальные флуктуации параметра порядка, которые, как будет показано, изменяют среднюю амплитуду параметра порядка и величину коэффициента K, не изменяя вида среднего параметра порядка. Наблюдаемые изменения K могут быть не отличимы от тех, которые вызваны изменением этого вида. В применении к экспериментам [1, 2] это может означать, что полярная фаза наблюдалась не только в нафене, но и еще раньше – в "обнинском" аэрогеле.

2. Учет неоднородности. В объеме жидкого ^{3}He температура перехода в сверхтекучее состояние T_c одна и та же для всех трех проекций орбитального момента. Создаваемая аэрогелем анизотропия снимает это вырождение. В результате температура перехода расщепляется. Расщепление вообще говоря разное в разных точках образца. Вблизи T_c это расщепление можно учесть, записав член 2-го порядка в разложении Ландау плотности свободной энергии в виде $f_{ag} = N(0)\Lambda_{jl}(\mathbf{r})A_{\mu j}A^*_{\mu l}$, где $N(0)$ – плотность состояний, а $\Lambda_{jl}(\mathbf{r})$ – вещественный симметричный тензор. Его можно представить в виде: $\Lambda_{jl}(\mathbf{r}) = \kappa_{jl} + \eta_{jl}(\mathbf{r})$, причем $\kappa_{jl} = \langle\Lambda_{jl}\rangle$ описывает среднюю (глобальную) анизотропию. Зависящий от координат остаток $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ – это локальная анизотро-

[1)]e-mail: fomin@kapitza.ras.ru

пия. В силу ее определения $\langle\eta_{jl}\rangle = 0$. Угловые скобки здесь и в дальнейшем обозначают усреднение по ансамблю.

Будем считать, что рассматриваемый нематический аэрогель в среднем аксиально симметричен. В системе координат с осью z, направленной вдоль нитей аэрогеля, тензор κ_{jl} диагонален и имеет два разных собственных значения, которые удобно обозначить как $\tau_\parallel = (1 - T_\parallel/T)$ и $\tau_\perp = (1 - T_\perp/T)$, где T – текущая температура. Постоянные $T_\parallel$ и $T_\perp$ – это температуры, при которых изменяют знак собственные значения κ_{jl}, соответствующие состояниям с $l_z = 0$ и $l_z = \pm 1$. В нематическом аэрогеле $T_\parallel > T_\perp$. Для изменения плотности свободной энергии ^{3}He при его переходе в сверхтекучее состояние $f_S - f_N$ можно написать тогда:

$$\frac{f_S - f_N}{N(0)} = [\tau_\parallel \hat{z}_j\hat{z}_l + \tau_\perp(\hat{x}_j\hat{x}_l + \hat{y}_j\hat{y}_l) + \eta_{jl}(\mathbf{r})]A_{\mu j}A^*_{\mu l} + \xi_s^2\left(\frac{\partial A_{\mu l}}{\partial x_n}\frac{\partial A^*_{\mu l}}{\partial x_n}\right) + \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{5}\beta_s I_s. \quad (1)$$

Здесь I_s – инварианты 4-го порядка [8]: $I_1 = A_{\mu j}A_{\mu j}A^*_{\nu l}A^*_{\nu l}$, $I_2 = A_{\mu j}A^*_{\mu j}A_{\nu l}A^*_{\nu l}$, $I_3 = A_{\mu j}A_{\nu j}A^*_{\mu l}A^*_{\nu l}$, $I_4 = A_{\mu j}A^*_{\nu j}A_{\nu l}A^*_{\mu l}$, $I_5 = A_{\mu j}A^*_{\nu j}A_{\mu l}A^*_{\nu l}$, а $\beta_1, ..., \beta_5$ – феноменологические коэффициенты. Для градиентной энергии использовано упрощенное изотропное выражение. Такое упрощение позволяет избежать излишне громоздких выкладок. Уравнение равновесия, которое получается варьированием свободной энергии по $A^*_{\mu l}$ имеет вид:

$$[\tau_\parallel \hat{z}_j\hat{z}_l + \tau_\perp(\hat{x}_j\hat{x}_l + \hat{y}_j\hat{y}_l)]A_{\mu l} - \xi_s^2\left(\frac{\partial^2 A_{\mu j}}{\partial x_n^2}\right) + \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{5}\beta_s\frac{\partial I_s}{\partial A^*_{\mu j}} = -\eta_{jl}(\mathbf{r})A_{\mu l}. \quad (2)$$

В дальнейшем будет рассматриваться ситуация, когда случайная анизотропия $|\eta_{jl}|$ мала по сравнению с глобальной, которую можно охарактеризовать относительной величиной расщепления температуры перехода $\tau_\perp - \tau_\parallel$. Влияние случайной анизотропии будет учитываться по теории возмущений аналогично тому, как учитываются пространственные флуктуации температуры перехода для случая s-спаривания в работе Ларкина и Овчинникова [9]. Решение уравнения (2) следует искать в виде $A_{\mu j} = \bar{A}_{\mu j} + a_{\mu j}$, где $\bar{A}_{\mu j}$ – это значение параметра порядка, усредненное по масштабам, большим по сравнению с характерным масштабом, на котором изменяется случайная анизотропия $\eta_{jl}(\mathbf{r})$. Именно $\bar{A}_{\mu j}$ естественно считать параметром порядка равновесной при заданных условиях фазы. Флуктуационная часть $a_{\mu j}$ при таком усреднении исчезает, $\langle a_{\mu j}\rangle = 0$. Главные поправки к макроскопическим величинам пропорциональны усредненным произведениям флуктуаций $\langle a_{\nu l}a_{\eta r}\rangle, \langle a^*_{\nu l}a_{\eta r}\rangle$. Удерживая в уравнении (2) члены вплоть до 2-го порядка по $a_{\mu j}$ и $\eta_{jl}(\mathbf{r})$ и усредняя полученное уравнение, имеем:

$$[\tau_\parallel \hat{z}_j\hat{z}_l + \tau_\perp(\hat{x}_j\hat{x}_l + \hat{y}_j\hat{y}_l)]\bar{A}_{\mu l} + \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{5}\beta_s\frac{\partial I_s}{\partial A^*_{\mu j}} + \frac{1}{4}\sum_{s=1}^{5}\beta_s\left[\frac{\partial^3 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A_{\nu l}\partial A_{\eta r}}\langle a_{\nu l}a_{\eta r}\rangle + 2\frac{\partial^3 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A^*_{\nu l}\partial A_{\eta r}}\langle a^*_{\nu l}a_{\eta r}\rangle\right] = -\langle\eta_{jl}(\mathbf{r})a_{\mu l}\rangle - \tau^{(1)}_{jl}\bar{A}_{\mu l}. \quad (3)$$

Производные инвариантов I_s берутся при $A_{\mu j} = \bar{A}_{\mu j}$. В членах, содержащих малость для $\bar{A}_{\mu j}$, можно ограничиться решением уравнения нулевого приближения:

$$[\tau_\parallel \hat{z}_j\hat{z}_l + \tau_\perp(\hat{x}_j\hat{x}_l + \hat{y}_j\hat{y}_l)]\bar{A}_{\mu l} + \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{5}\beta_s\frac{\partial I_s}{\partial A^*_{\mu j}} = 0, \quad (4)$$

т.е. параметром порядка полярной фазы $\bar{A}^0_{\mu j} = \Delta_0\exp(i\varphi)d_\mu m_j$, причем $\Delta_0 = \frac{-\tau_\parallel}{\beta_{12345}}$, а $\beta_{12345} = \beta_1 + \beta_2 + ... + \beta_5$. Собирая члены 1-го порядка малости, получим уравнения для определения $a_{\mu j}$:

$$[\tau_\parallel \hat{z}_j\hat{z}_l + \tau_\perp(\hat{x}_j\hat{x}_l + \hat{y}_j\hat{y}_l)]a_{\mu l} - \xi_s^2\left(\frac{\partial^2 a_{\mu j}}{\partial x_n^2}\right) + \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{5}\beta_s\left[\frac{\partial^2 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A_{\nu l}}a_{\nu l} + \frac{\partial^2 I_s}{\partial A^*_{\mu j}\partial A^*_{\nu l}}a^*_{\nu l}\right] = -\eta_{jl}(\mathbf{r})\bar{A}_{\mu l}. \quad (5)$$

Здесь считается, что средний параметр порядка пространственно однороден. Проекции $a_{\mu j}$ на спиновые векторы e_μ, f_μ, образующие вместе с d_μ спиновый репер, удовлетворяют однородным линейным уравнениям, не зависящим от случайной анизотропии. В области устойчивости полярной фазы эти проекции можно считать отсутствующими, т.е. учитывать только проекцию $a_{\mu j}$ на d_μ. Удобно умножить уравнение (5) на d_μ и решать его относительно орбитального вектора $a_j = d_\mu a_{\mu j}$. С учетом явного вида инвариантов I_s имеем:

$$[\tau_\parallel \hat{m}_j\hat{m}_l + \tau_\perp(\hat{n}_j\hat{n}_l + \hat{l}_j\hat{l}_l)]a_l - \xi_s^2\left(\frac{\partial^2 a_j}{\partial x_n^2}\right) +$$

$$+\Delta_0^2\Big\{\beta_{13}[2m_j(a_s m_s)+a_j^*]+$$
$$+\beta_{245}[a_j+m_j m_s(a_s+a_s^*)]\Big\}=-\eta_{jl}(\mathbf{r})\bar{A}_l. \quad (6)$$

При написании уравнения учтен тот факт, что нематический аэрогель ориентирует орбитальный вектор m_j в направлении волокон и введены единичные векторы n_j и l_j, образующие вместе с m_j ортогональный базис. Уравнение (6) – линейное и в нем можно отделить вещественную и мнимую части, положив $a_j = b_j + ic_j$. Свободу в выборе общей фазы можно использовать для того, чтобы сделать $\bar{A}_l$ вещественным. Уравнение для c_j становится тогда однородным. Его возможное решение не зависит от случайной анизотропии. Продольная компонента $(\hat{m}_l c_l)$ является малой поправкой к общей фазе, а поперечная отсутствует в области устойчивости полярной фазы. Уравнение для вещественной части имеет вид:

$$-\tau_\parallel[\hat{m}_j(\hat{m}_l b_l)+b_l]+\tau_\perp[(\hat{n}_j\hat{n}_l+\hat{l}_j\hat{l}_l)]b_l -$$
$$-\xi_s^2\left(\frac{\partial^2 b_j}{\partial x_s^2}\right)=-\eta_{jl}\bar{A}_l. \quad (7)$$

Проектирование этого уравнения на $\hat{m}_j, \hat{n}_j, \hat{l}_j$ приводит, соответственно, к уравнениям для обезразмеренной продольной компоненты $\hat{b}_\parallel \equiv b_j m_j/\Delta_P$:

$$2\tau_\parallel\hat{b}+\xi_s^2\left(\frac{\partial^2\hat{b}_\parallel}{\partial x_s^2}\right)=-\eta_{zz} \quad (8)$$

и каждой из поперечных $\hat{b}_{\perp 1} \equiv b_j n_j/\Delta_P$ и $\hat{b}_{\perp 2} \equiv \equiv b_j l_j/\Delta_P$

$$(\tau_\perp-\tau_\parallel)\hat{b}_{\perp\alpha}-\xi_s^2\left(\frac{\partial^2\hat{b}_{\perp\alpha}}{\partial x_s^2}\right)=-\eta_{\alpha z}, \quad (9)$$

где α пробегает два значения – 1, 2 или x, y. Линейные уравнения (8) и (9) решаются переходом к фурье-образам $\hat{b}_\parallel(\mathbf{k})=\int\hat{b}_\parallel(\mathbf{r})\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r})d^3r$ и т.п. Согласно (8) и (9), имеем:

$$\hat{b}_\parallel(\mathbf{k})=\frac{\eta_{zz}(\mathbf{k})}{\xi_s^2k^2-2\tau_\parallel};\quad \hat{b}_{\perp\alpha}=-\frac{\eta_{\alpha z}(\mathbf{k})}{\xi_s^2k^2+(\tau_\perp-\tau_\parallel)}. \quad (10)$$

Для вычисления поправки к величине сдвига частоты ЯМР в главном приближении по величине случайной анизотропии потребуются средние $\langle\hat{b}_\parallel(\mathbf{r})\hat{b}_\parallel(\mathbf{r})\rangle$ и $\langle\hat{b}_{\perp\alpha}(\mathbf{r})\hat{b}_{\perp\alpha}(\mathbf{r})\rangle$. Фактически они не зависят от $\mathbf{r}$. Среднее $\langle\hat{b}_\parallel\hat{b}_\parallel\rangle$ можно выразить через корреляционную функцию $f_\parallel(\mathbf{r})=\langle\eta_{zz}(0)\eta_{zz}(\mathbf{r})\rangle$:

$$\langle\hat{b}_\parallel\hat{b}_\parallel\rangle=\frac{1}{8\pi\xi_s^3\sqrt{2|\tau_\parallel|}}\int d^3r f_\parallel(\mathbf{r})\exp(-r/\xi_\parallel), \quad (11)$$

или через ее фурье-образ $f_\parallel(\mathbf{k})$:

$$\langle\hat{b}_\parallel\hat{b}_\parallel\rangle=\int\frac{f_\parallel(\mathbf{k})}{(\xi_s^2k^2-2\tau_\parallel)^2}\frac{d^3k}{(2\pi)^3}, \quad (12)$$

где $\xi_\parallel=\xi_s/\sqrt{2|\tau_\parallel|}$. При приближении к температуре сверхтекучего перехода $T_\parallel$ эта поправка расходится как $1/\sqrt{|\tau_\parallel|}$. Теория возмущений применима до тех пор, пока поправка мала, т.е.

$$\frac{1}{8\pi\xi_s^3\sqrt{2|\tau_\parallel|}}\int d^3r f_\parallel(\mathbf{r})\exp(-r/\xi_\parallel)\ll 1. \quad (13)$$

Пусть $R_\parallel$ – длина, на которой спадают корреляции $\eta_{zz}(\mathbf{r})$. Для оценок можно пренебречь ее возможной анизотропией. При $|\tau_\parallel|\to 0$ длина $\xi_\parallel\to\infty$ и при достаточно малом $|\tau_\parallel|$ окажется выполненным условие $R_\parallel\ll\xi_\parallel$. В этом случае в подынтегральном выражении в формуле (13) экспоненту можно заменить на единицу, а оставшийся интеграл оценить как $|\eta_{zz}|^2R_\parallel^3$ и условие применимости теории возмущений сводится к ограничению $|\tau_\parallel|\gg\left(\frac{R_\parallel^3}{\xi_s^3}|\eta_{zz}|^2\right)^2$.

В противоположном предельном случае $R_\parallel\gg\xi_\parallel$ сходимость интеграла в формуле (13) обеспечивается экспонентой, а корреляционную функцию можно считать постоянной и равной $f_\parallel(0)$. В этом случае для искомого среднего получается следующая оценка: $\langle\hat{b}_\parallel\hat{b}_\parallel\rangle\sim\frac{|\eta_{zz}|^2}{\tau_\parallel^2}$. То есть относительный вклад продольных флуктуаций параметра порядка в макроскопические величины, характеризующие полярную фазу, по порядку величины равен квадрату отношения амплитуды случайной составляющей продольной компоненты анизотропии к средней анизотропии.

Усредненные произведения поперечных компонент $\hat{b}_{\perp\alpha}$ выражаются аналогично формулам (11), (12) через корреляционные функции $f_\alpha(\mathbf{r})=\langle\eta_{\alpha z}(0)\eta_{\alpha z}(\mathbf{r})\rangle$ или их Фурье-образы $f_\alpha(\mathbf{k})$:

$$\langle\hat{b}_{\perp\alpha}\hat{b}_{\perp\alpha}\rangle=\frac{1}{8\pi\xi_s^3\sqrt{\tau_\perp-\tau_\parallel}}\int d^3r f_\alpha(\mathbf{r})\exp(-r/\xi_\alpha), \quad (14)$$

$$\langle\hat{b}_{\perp\alpha}\hat{b}_{\perp\alpha}\rangle=\int\frac{f_\alpha(\mathbf{k})}{(\xi_s^2k^2+\tau_\perp-\tau_\parallel)^2}\frac{d^3k}{(2\pi)^3}, \quad (15)$$

где $\xi_\perp=\xi_s/\sqrt{\tau_\perp-\tau_\parallel}$. В этих формулах не подразумевается суммирование по повторяющемуся индексу α. Произведение поперечных флуктуаций $\langle\hat{b}_{\perp\alpha}\hat{b}_{\perp\alpha}\rangle$ в отличие от продольных $\langle\hat{b}_\parallel\hat{b}_\parallel\rangle$ практически не зависит от температуры. Вдали от температуры перехода именно эта поправка может оказаться наиболее существенной из-за большей чувствительности недиагональных элементов тензора η_{jl} к флуктуационным изгибам нитей. Если ввести длину $R_\perp$, на которой спадают корреляции $\eta_{\alpha z}(\mathbf{r})$, то рассуждения, аналогичные проделанным для продольных компонент приводят к следующим оценкам: $\langle\hat{b}_{\perp\alpha}\hat{b}_{\perp\alpha}\rangle \sim \frac{|\eta_{\alpha z}|^2}{(\tau_\perp-\tau_\parallel)^2}$ при $R_\perp \gg \xi_\perp$ и $\langle\hat{b}_{\perp\alpha}\hat{b}_{\perp\alpha}\rangle \sim \frac{|\eta_{\alpha z}|^2 R_\perp^3}{\xi_s^3\sqrt{\tau_\perp-\tau_\parallel}}$ при $R_\perp \ll \xi_\perp$. Перекрестные средние $\langle\hat{b}_\parallel\hat{b}_{\perp\alpha}\rangle$ обращаются в нуль в силу симметрии.

Средний квадрат амплитуды Δ_P с точностью до членов второго порядка по η_{jl} находится с помощью уравнения (3). Его следует спроектировать на $d_\mu m_j$. Условие обращения в нуль правой части позволяет найти поправку второго порядка к температуре перехода ^{3}He в полярную фазу $\tau_{zz}^{(1)}$, она нам здесь не понадобится. Решая оставшееся уравнение, находим:

$$\langle\Delta_P^2\rangle = -\frac{\tau_\parallel}{\beta_{12345}}(1+\hat{b}_l\hat{b}_l\rangle + 2\langle\hat{b}_\parallel\hat{b}_\parallel\rangle)^{-1} \approx$$
$$\approx -\frac{\tau_\parallel}{\beta_{12345}}(1-\langle\hat{b}_l\hat{b}_l\rangle - 2\langle\hat{b}_\parallel\hat{b}_\parallel\rangle), \qquad (16)$$

где $\hat{b}_l = b_l/\Delta_0$, $\hat{b}_\parallel = b_\parallel/\Delta_0$. Для того, чтобы средний параметр порядка хорошо описывал состояние рассматриваемой фазы, требуется, чтобы флуктуационные добавки были малы. Согласно сделанным выше оценкам, это значит, что для наблюдения полярной фазы требуется выполнение следующих сильных неравенств: $\frac{\eta_{\alpha z}^2}{(\tau_\perp-\tau_\parallel)^2} \ll 1$ при $R_\perp \gg \xi_\perp$ или $\frac{|\eta_{\alpha z}|^2 R_\perp^3}{\xi_s^3\sqrt{\tau_\perp-\tau_\parallel}} \ll 1$ при $R_\perp \ll \xi_\perp$ для поперечных флуктуаций и $|\tau_\parallel| \gg \left(\frac{R_\parallel^3}{\xi_s^3}|\eta_{zz}|^2\right)^2$ при $R_\parallel \ll \xi_\parallel$ или $\frac{|\eta_{zz}|^2}{\tau_\parallel^2} \ll 1$ при $R_\parallel \gg \xi_\parallel$ – для продольных.

Величины, входящие в эти неравенства, можно грубо оценить с помощью модели длинных параллельных друг другу цилиндров, случайно расположенных в пространстве с двумерной плотностью n_2 и зеркально отражающих фермиевские возбуждения в ^{3}He [10]. В этой модели $(\tau_\perp - \tau_\parallel) \sim n_2 d\xi_s$, где d – средний диаметр цилиндров. Из этого соотношения находим: $\frac{|\eta_{zz}|^2}{(\tau_\perp-\tau_\parallel)^2} \sim \frac{1}{n_2\xi_s^2} \ll 1$. Сильное неравенство является естественным условием применимости теории среднего поля. Если считать, что R – это среднее расстояние между нитями, то указанное условие можно записать как $\frac{R^2}{\xi_s^2} \ll 1$. Фактически, как видно из таблицы в работе [11], это условие может удовлетворяться лишь для некоторых аэрогелей, причем при низких давлениях. Условию для другого предела $R_{\perp,\parallel} \ll \xi_{\perp,\parallel}$, а именно, $\frac{|\eta_{\alpha z}|^2}{(\tau_\perp-\tau_\parallel)^2}\frac{R_{\perp,\parallel}^3}{\xi_{\perp,\parallel}^3} \ll 1$ удовлетворить легче. Поскольку в экспериментах [2] полярная фаза заведомо наблюдалась и флуктуационные поправки были малы, следует считать, что приведенные оценки основаны на предположениях, не применимых к нафену.

3. Сдвиг частоты ЯМР. Для вычисления поправки к величине сдвига частоты ЯМР следует повторить вывод соответствующих формул из работы [2], но с учетом флуктуационных членов. Сдвиг вызван дипольной энергией [8]:

$$U_D = \frac{3}{5}g_D(A_{jj}A_{\mu\mu}^* + A_{\mu j}A_{j\mu}^*), \qquad (17)$$

где g_D – дипольная постоянная. В эту формулу следует подставить $A_{\nu j} = \bar{A}_{\mu j} + a_{\mu j}$. Согласно приведенным выше рассуждениям, добавка $a_{\mu j}$, как и средний параметр порядка $\bar{A}_{\mu j}$, пропорциональна спиновому вектору d_μ, т. е. выражение для дипольной энергии можно представить как произведение чисто спиновой матрицы $d_j d_l$ на чисто орбитальную $A_j A_l^*$. В уравнениях спиновой динамики удобно выбрать единицы так, чтобы гиромагнитное отношение для ядер ^{3}He – g и магнитная восприимчивость жидкого ^{3}He – χ равнялись друг другу. В этих единицах дипольная энергия имеет размерность квадрата частоты, и ее величину можно охарактеризовать квадратом частоты продольных колебаний Ω^2. Эта частота различна в разных фазах. Следуя соглашению, принятому в работах [1, 2], мы будем нормировать все сдвиги на квадрат частоты продольных колебаний в объемной A-фазе Ω_A^2. В большинстве экспериментов, включая [1, 2], используются магнитные поля, для которых ларморовская частота ω_L удовлетворяет сильному неравенству $\omega_L \gg \Omega_A$. Главный член разложения величины сдвига частоты ЯМР $\Delta\omega$ по малому отношению Ω^2/ω_L^2 находится методом усреднения классической механики [12, 13]. В рассматриваемом случае по быстрой (с частотой $\sim\omega_L$) прецессии следует усреднить спиновую матрицу $d_j d_l$. Обозначим это среднее как $\overline{d_j d_l} \equiv D_{jl}$. Тензор D_{jl} зависит от ориентации магнитного поля и от начального угла отклонения намагниченности β. Произведение орбитальных частей следует усреднить по ансамблю случайных тензоров $\eta_{jl}(\mathbf{r})$: $K_{jl} = \frac{1}{2}\langle A_j A_l^* + A_l A_j^*\rangle = \frac{1}{2}(\bar{A}_j\bar{A}_l^* + \bar{A}_l\bar{A}_j{}^* + \langle a_j a_l^* + a_l a_j^*\rangle)$. Тензор K_{jl} имеет следующие отличные от нуля компоненты: $K_{xx} = \langle\Delta_P^2\rangle\langle\hat{b}_{\perp x}\hat{b}_{\perp x}\rangle$, $K_{yy} = \langle\Delta_P^2\rangle\langle\hat{b}_{\perp y}\hat{b}_{\perp y}\rangle$ и $K_{zz} = \langle\Delta_P^2\rangle(1+\langle\hat{b}_\parallel\hat{b}_\parallel\rangle)$.

Усредненную таким образом дипольную энергию можно записать как

$$\langle U_D\rangle = \frac{\Omega_A^2}{\Delta_A^2}D_{jl}K_{lj}. \qquad (18)$$

Амплитуда Δ_A входит в определение параметра порядка A-фазы $A_{\mu j}^A = \frac{\Delta_A}{\sqrt{2}}d_\mu(m_j + in_j)$. Воспользовавшись соотношением $2\omega_L\Delta\omega = -\frac{\partial\langle U_D\rangle}{\partial\cos\beta}$ и значениями компонент тензора D_{jl} из работы [11], получим:

$$\omega_L\Delta\omega = \Omega_A^2\frac{\beta_{245}}{\beta_{12345}}\times$$
$$\times\left\{\cos\beta - \frac{1}{4}\sin^2\mu[2\langle\sin^2\Phi\rangle(1+\cos\beta)+5\cos\beta-1]\right\}\times$$
$$\times\,(1-3\langle\hat{b}_{\perp x}\hat{b}_{\perp x}\rangle - 2\langle\hat{b}_{\parallel}\hat{b}_{\parallel}\rangle). \quad (19)$$

Выражение в фигурных скобках, описывающее зависимость величины сдвига от начального угла отклонения намагниченности β, угла между направлением магнитного поля и направлением средней ориентации волокон аэрогеля μ и относительной фазой Φ прецессии спина S и вращения вектора d_j вокруг S, совпадает с соответствующим выражением из работы [2]. Это значит, что учет пространственных флуктуаций не влияет на указанные зависимости, он только уменьшает общий коэффициент.

Результаты измерения температурной зависимости величины сдвига частоты непрерывного ЯМР ($\beta = 0$) для состояния спинового нематика ($\sin^2\Phi = 0$) в магнитном поле, параллельном волокнам ($\sin^2\mu = 0$) наряду с другими полученными данными рассматривались как существенный аргумент при идентификации сверхтекучих фаз в экспериментах [2]. Для указанных условий с учетом флуктуационных поправок коэффициент K в соотношении $2\omega_L\Delta\omega = K\Omega_A^2$ дается выражением

$$K = \frac{2\beta_{245}}{\beta_{12345}}(1-3\langle\hat{b}_{\perp x}\hat{b}_{\perp x}\rangle - 2\langle\hat{b}_{\parallel}\hat{b}_{\parallel}\rangle). \quad (20)$$

Отношение $\frac{\beta_{245}}{\beta_{12345}}$ вошло в это выражение, потому что для однородных фаз $\frac{\Delta_P^2}{\Delta_A^2} = \frac{\beta_{245}}{\beta_{12345}}$. Оба поправочных члена в формуле (20) – отрицательные, т.е. сдвиг всегда меньше, чем в однородной фазе. Поперечные флуктуации изменяют величину коэффициента K, продольные – вносят также дополнительную температурную зависимость, особенно существенную вблизи температуры перехода в сверхтекучее состояние.

Для количественной оценки флуктуационных поправок к величине K требуется знание пока еще не исследованных свойств конкретных аэрогелей, например, их структурных факторов. Это ограничивает возможность использования коэффициента K для однозначной идентификации сверхтекучих фаз. В частности, о существовании полярной фазы по величине K можно судить лишь тогда, когда этот коэффициент близок к своему максимальному – среднеполевому значению, а поправками можно пренебречь, как это было в эксперименте [2]. В другую сторону аргумент не работает – отличие K от максимального значения не значит, что средний параметр порядка не соответствует полярной фазе [1].

Следует отметить также, что полученные результаты нельзя непосредственно применять к описанию особенностей спектра полярной фазы, обязанных топологическим дефектам. В частности, это относится к интерпретации результатов наблюдения полуквантовых вихрей в этой фазе [14]. Для исследования возможного влияния пространственных флуктуаций параметра порядка на сателлитные линии в спектре ЯМР, указывающие на существование вихрей, требуется более сложный анализ, учитывающий конкретную структуру вихрей. Такой анализ, безусловно, интересен и полезен, но он может составить предмет отдельной работы.

4. Выводы. Нематические аэтогели позволяют создавать в сверхтекучем ^{3}He глобальную орбитальную анизотропию. Об этом убедительно свидетельствуют эксперименты по созданию и исследованию полярной фазы [1, 2, 11, 14]. Следует иметь в виду, однако, что воздействие аэрогеля на параметр порядка ^{3}He пространственно неоднородно. Наряду со средней глобальной анизотропией параметр порядка испытывает также случайную локальную анизотропию, которая приводит к его пространственным флуктуациям. Описание такого состояния в терминах только среднего параметра порядка не всегда оправдано, и во всяком случае, требует обоснования. Среднеполевое описание достаточно, если малы флуктуации параметра порядка или, в свою очередь, если случайная локальная анизотропия мала по сравнению с глобальной. Соотношение между случайной локальной и средней глобальной анизотропией, создаваемой аэрогелем, является индивидуальным свойством каждого образца и имеющихся в настоящее время данных не достаточно для того, чтобы связать это свойство со структурой аэрогеля. Полезны были бы дальнейшие исследования в этом направлении.

Автор выражает благодарность В.В. Дмитриеву за полезные обсуждения и конструктивную критику и анонимному Рецензенту за интересное замечание.

Работа выполнена при частичной поддержке Программы Президиума РАН 1.4 “Актуальные проблемы физики низких температур”.

1. R. Sh. Askhadullin, V. V. Dmitriev, D. A. Krasnikhin, P. N. Martynov, A. A. Osipov, A. A. Senin, and A. N. Yudin, Письма в ЖЭТФ **95**, 355 (2012).
2. V. V. Dmitriev, A. A. Senin, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, Phys. Rev. Lett. **115**, 165304 (2015).

3. N. Zhelev, M. Reichl, T. S. Abhilash, E. N. Smith, K. X. Nguen, E. J. Mueller, and J. M. Parpia, Nat. Commun. **7**, 12975 (2016).
4. K. Aoyama and R. Ikeda, Phys. Rev. B **73**, 060504 (2006).
5. I. A. Fomin and E. V. Surovtsev, Письма в ЖЭТФ, **97**, 742 (2013).
6. I. A. Fomin, ЖЭТФ **145**, 871 (2014).
7. V. E. Asadchikov, R. Sh. Askhadullin, V. V. Volkov, V. V. Dmitriev, N. K. Kitaeva, P. N. Martynov, A. A. Osipov, A. A. Senin, A. A. Soldatov, D. I. Chekrygina, and A. N. Yudin, Письма в ЖЭТФ **101**, 556 (2015).
8. D. Vollhardt and P. Woelfle, *The Superfluid Phases of Helium 3*, Taylor and Francis, London (1990).
9. A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, ZhETF **61**, 1221 (1971) [Sov. Phys. JETP **34**, 651 (1971)].
10. И. А. Фомин, ЖЭТФ **154**, 1034 (2018).
11. V. V. Dmitriev, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, Phys. Rev. Lett. **120**, 075301 (2018).
12. Н. Н. Моисеев, *Асимптотические методы нелинейной механики*, Наука, М. (1969), гл. 3.
13. И. А. Фомин, ЖЭТФ **71**, 791 (1976).
14. S. Autti, V. V. Dmitriev, J. T. Mäkinen, A. A. Soldatov, G. E. Volovik, A. N. Yudin, V. V. Zavjalov, and V. B. Eltsov, Phys. Rev. Lett. **117**, 255301 (2016).