Письма в ЖЭТФ, том 109, вып. 7, с. 435 – 441

Асимптотические характеристики кластерных каналов в рамках *ab initio* подхода

Д. М. Родкин[+*×1)], *Ю. М. Чувильский*[+*×○]

[+]*Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова, 127055 Москва, Россия*

[*]*Московский Физико-Технический Институт (государственный университет), 141701 Долгопрудный, Россия*

[×]*Тихоокеанский государственный университет, 680035 Хабаровск, Россия*

[○]*Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына*
МГУ им. М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 января 2019 г.
После переработки 12 февраля 2019 г.
Принята к публикации 13 февраля 2019 г.

Развит подход, позволяющий рассчитывать характеристики кластерных каналов: асимптотические нормировочные коэффициенты связанных состояний и ширины распада узких резонансов легких ядер. В качестве волновых функций этих состояний, а также волновых функций кластеров, формирующих канал, используются реалистические, в частности, вычисленные в рамках различных вариантов *ab initio* подхода решения A-нуклонного уравнения Шредингера. Изучены кластерные свойства различных состояний ядра ^{7}Li, среди которых встречаются как сильно, так и слабо кластеризованные. Показано, что результаты расчетов асимптотических характеристик кластерных каналов в рамках модели оболочек без инертного кора в целом хорошо воспроизводят экспериментальные данные, но, в деталях, чувствительны к виду конкретного NN-потенциала.

DOI: 10.1134/S0370274X19070014

Кластерные свойства различных ядерных состояний непосредственно проявляются при их распаде, слиянии сталкивающихся ядер, реакциях выбивания и передачи кластеров, а также в некоторых других. Характеристики этих состояний (спектроскопические факторы и кластерные форм факторы) определяют сечения перечисленных реакций, поскольку эти характеристики определяют асимптотику волновых функций входных и выходных каналов соответствующих реакций. Можно утверждать, что чрезвычайно большой объем данных о сечениях и поляризационных характеристиках ядерных реакций при низких и средних энергиях, во входных и выходных каналах которых присутствуют составные фрагменты, несет в себе экспериментальную информацию о кластерных свойствах ядер в различных состояниях.

В современной литературе предложено большое количество подходов, приспособленных для микроскопического, базирующегося на представлениях о ядре как о многонуклонной системе, описания ядерной структуры кластерных распадов, реакций слияния, выбивания и передачи кластера. Первой среди них была Модель Резонирующих Групп (МРГ) [1, 2]. Близкие по своей структуре к МРГ схемы описания кластерных процессов лежат в основе Метода Генераторных Координат [3, 4] и Микроскопической Кластерной Модели [5, 6]. Различные модификации МРГ, включающие, например, и микроскопическое описание компаунд-ядра за счет введения в волновую функцию оболочечных A-нуклонных компонент (так называемых поляризационных членов) представлены в монографии [7].

Современные подходы, предназначенные для расчета кластерных процессов, включают в себя высокоточные методы описания структуры ядер, вступающих в реакцию или производимых ей. В таких подходах используются реалистические нуклон-нуклонные взаимодействия. В частности, широко представленная в литературе модель оболочек без инертного кора (МОБИК – NCSM), хорошо зарекомендовавшая себя в реалистических расчетах спектров легких ядер (см., например, работы [8–14]) входит как составная часть в теоретические схемы описания ядерных реакций, носящие наименования МОБИК/МРГ (NCSM/MRG) [15, 16] и Модели Оболочек Без Инертного Кора с Континуумом (МОБИКК – NCSMC) [17–20]. Другая схема, использующая комплексный гауссовский базис, называе-

1)e-mail: rodkindm92@gmail.com

мая моделью Фермионной Молекулярной Динамики (ФМД), представлена в работах [21, 22].

В МОБИКК – NCSMC асимптотическое поведение волновых функций каналов моделируется введением дополнительно к оболочечным компонентам двухтельного решения, полученного на базе МРГ. Более гибкий базис, чем осцилляторный, используемый в ФМД, позволяет правильно воспроизводить функцию канала на расстояниях, где "выключено" сильное взаимодействие между кластерами и влиянием порождаемого антисимметрией A-нуклонной волновой функции обмена нуклонами между кластерами можно пренебречь.

Следует отметить, что круг задач, которые успешно решаются в рамках представленных *ab initio* подходов, не слишком широк. Поэтому для расширения возможностей микроскопических подходов в настоящей работе мы развиваем теоретическую схему, базирующуюся на *ab initio* вычислениях величин, характерных для традиционной теории ядерных реакций: спектроскопических факторов, приведенных ширин, асимптотических нормировочных коэффициентов.

В наших предыдущих статьях [23–25] был представлен метод, позволяющий, в частности, проводить вычисления спектроскопических факторов и кластерных форм факторов каналов для произвольных состояний легких ядер, волновые функции которых представимы в форме линейных комбинаций детерминантов Слейтера (ДС), а также были проведены расчеты этих кластерных характеристик для различных состояний ядра ^{7}Li. Было продемонстрировано вполне удовлетворительное качественное согласие относительных значений спектроскопических факторов и аналогичных отношений ширин распада этих состояний. В настоящей работе мы представляем результаты количественных расчетов ширин содержащихся в спектре этого ядра резонансных уровней и асимптотических нормировочных коэффициентов, характеризующих дискретные состояния этого ядра.

Для вычисления волновых функций ядерных состояний используется МОБИК. Движение центра масс системы в этой модели соответствует нулевым колебаниям $\Phi_{000}(\boldsymbol{R})$, поэтому в решении A-нуклонного уравнения Шредингера Ψ_A^{SM} содержится полная информация о трансляционно-инвариантном решении Ψ_A, которая при расчете матричных элементов и интегралов перекрытия легко извлекается. Осцилляторный базис, используемый в этой модели характеризуется тем, что с ростом максимального полного числа осцилляторных квантов $N_{\rm tot}^{\rm max}$ область расстояний, где корректно описываются решения уравнения Шредингера, расширяется пропорционально $[N_{\rm tot}^{\rm max}]^{1/2}$. В связи с этим микроскопическое описание кластерных каналов на расстояниях, где справедливо асимптотическое представление волновой функции относительного движения кластеров требует использования базиса чрезвычайно большой размерности. Поэтому в расчетах, результаты которых представлены в данной работе, использован базис функций, характеризующих состояния ядра ^{7}Li, ограниченный параметром обрезания $N_{\rm tot}^{\rm max} = 15$, имеющий размерность примерно $2.5 \cdot 10^8$ ДС. Результаты расчетов в базисах меньшей размерности использовались только для анализа сходимости результатов.

В расчетах использован современный NN-потенциал Daejeon16 [26]. Этот потенциал построен в рамках N3LO-приближения Киральной Эффективной Теории Поля [27], аккуратно описывающего все известные наблюдаемые двухнуклонные системы. Для лучшей сходимости результатов расчетов более массивных систем в данном потенциале использовалось преобразование Ренормализационной Группы Подобия, не влияющее на наблюдаемые величины, характеризующие двухнуклонную систему [28]. Потенциал показал хорошие результаты при МОБИК-расчетах спектров ядер с массой $A \leq 16$. Использовался и NN-потенциал JISP16 [29]. Этот потенциал является более "жестким", т.е. требует более широкого базиса для корректного описания относительного движения пары нуклонов и, вследствие этого, сходимость значений полных энергий связи ядер происходит медленнее. Хуже сходятся и другие величины.

Волновая функция (ВФ) канала определяется как суперпозиция ортогональных волновых функций, каждая из которых представляет собой нормированное на единицу антисимметризованное произведение рассчитанных в рамках МОБИК функций кластеров и функции их относительного движения. Для случая непрерывного спектра ряд таких функций сходится [30]. В настоящей работе базис этих функций для канала, определяемого набором квантовых чисел c_κ, строится из набора не ортонормированных функций вида

$$\Psi^{c_\kappa}_{A,nl} = \hat{A}\{\Psi^{\{k_1\}}_{A_1}\Psi^{\{k_2\}}_{A_2}\varphi_{nl}(\boldsymbol{\rho})\}_{JM_JT}, \qquad (1)$$

где $A = A_1 + A_2$; $\hat{A}$ – антисимметризатор; $\Psi^{\{k_i\}}_{A_i}$ – трансляционно-инвариантные волновые функции фрагментов, рассчитанные в рамках МОБИК; $\varphi_{nl}(\boldsymbol{\rho})$ – осцилляторная ВФ относительного движения. Волновая функция (1) характеризуется набором квантовых чисел c_κ, включающим в себя квантовые числа, характеризующие ВФ кластеров $\{k_i\}$, и l, J, M_J, T.

После домножения на функцию нулевых колебаний центра масс функции $\Psi_{A,nl}^{c_\kappa}$ с помощью процедуры, описанной в наших предыдущих статьях [23–25], представляются в виде линейных комбинаций ДС:

$$\Psi_{A,nl}^{SD,c_\kappa} = \Phi_{000}(\boldsymbol{R})\Psi_{A,nl}^{c_\kappa}. \tag{2}$$

Их ортонормировка производится с помощью диагонализации так называемого обменного ядра

$$||N_{nn'}|| = \langle \Psi_{A_1}^{\{k_1\}}\, \varphi_{nl}(\rho)\, \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} | \hat{A}^2 | \Psi_{A_1}^{\{k_1\}}\, \varphi_{n'l}(\rho)\, \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \rangle. \tag{3}$$

Собственные значения и собственные вектора этого обменного ядра выражаются в форме

$$\varepsilon_{\kappa,k} = \langle \hat{A}\{\Psi_{A_1}^{\{k_1\}}\, f_l^k(\rho)\, \Psi_{A_2}^{\{k_2\}}\} | \hat{1} | \hat{A}\{\Psi_{A_1}^{\{k_1\}}\, f_l^k(\rho)\, \Psi_{A_2}^{\{k_2\}}\}\rangle; \tag{4}$$

$$f_l^k(\rho) = \sum_n B_{nl}^k \varphi_{nl}(\rho). \tag{5}$$

В итоге ВФ ортонормированного базиса канала c_κ записывается следующим образом:

$$\Psi_{A,kl}^{SD,c_\kappa} = \varepsilon_{\kappa,k}^{-1/2} | \hat{A}\{\Psi_{A_1}^{\{k_1\}}\, f_l^k(\rho)\, \Psi_{A_2}^{\{k_2\}}\}\rangle, \tag{6}$$

а кластерный форм фактор фрагментации состояния A-нуклонного ядра, характеризующегося ВФ $|\Psi_A\rangle$ в этот канал, определяется выражением

$$\Phi_A^{c_\kappa}(\rho) = \sum_k \varepsilon_{\kappa,k}^{-1/2} \langle \Psi_A | \hat{A}\{\Psi_{A_1}^{\{k_1\}}\, f_l^k(\rho)\, \Psi_{A_2}^{\{k_2\}}\}\rangle f_l^k(\rho) =$$

$$= \sum_k \varepsilon_{\kappa,k}^{-1/2} \sum_{n,n'} B_{nl}^k B_{n'l}^k C_{AA_1A_2}^{n'l} \varphi_{nl}(\rho), \tag{7}$$

где величина, называемая спектроскопической амплитудой, определяется как

$$C_{AA_1A_2}^{nl} = \langle \hat{A}\{\Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \varphi_{nl}(\rho)\} | \Psi_A\rangle =$$

$$= \langle \Psi_{A,nl}^{SD,c_\kappa} | \Phi_{000}(\boldsymbol{R}) | \Psi_A\rangle = \langle \Psi_{A,nl}^{SD,c_\kappa} | \Psi_A^{SM}\rangle. \tag{8}$$

Методы ее вычисления весьма разнообразны в зависимости от масс начального ядра и фрагментов. Описание этих методов можно найти в работах [31–36], а также в упомянутых выше [23–25]. Коэффициент

$$\Phi_{AA_1A_2}^{nl} = \sum_{k,n'} \varepsilon_{\kappa,k}^{-1/2} B_{nl}^k B_{n'l}^k C_{AA_1A_2}^{n'l} \tag{9}$$

называется амплитудой кластерного форм фактора. Спектроскопический фактор этого канала принимает вид

$$S_l^{c_\kappa} = \int |\Phi_A^{c_\kappa}(\rho)|^2 \rho^2 d\rho =$$

$$= \sum_k \varepsilon_k^{-1} \sum_{nn'} C_{AA_1A_2}^{nl} C_{AA_1A_2}^{n'l} B_{nl}^k\, B_{n'l}^k. \tag{10}$$

Представленные определения кластерного форм фактора (КФФ) и спектроскопического фактора (СФ) полностью эквивалентны предложенным в работе [37] (так называемые "новые" СФ и КФФ). В отличие от традиционного определения "новый" СФ характеризует суммарный вклад в решение A-нуклонного уравнения Шредингера компонент вида (1), ортонормированных представленной процедурой. Аргументация необходимости использования его для описания распадов и реакций представлена в обзорах [38, 39]. В работах [40, 35, 36] демонстрируется, что за счет корректного определения снимается резкое противоречие между результатами теоретических расчетов сечений реакций выбивания и передачи α-кластеров с экспериментальными данными. В работе [38] также показано, что именно "новый" СФ следует рассматривать как меру кластеризации ядерного состояния.

СФ кластерных каналов сталкивающихся ядер используются как количественная мера влияния структуры этих ядер на сечения реакций выбивания и передачи кластеров. КФФ является более точной мерой, позволяющей производить его сшивку с асимптотической волновой функцией, вид которой хорошо известен для любой двухтельной задачи: дискретного и непрерывного спектра, резонанса; с дальнодействующим кулоновским взаимодействием и без него. КФФ удобно использовать при вычислении ширин относительно узких резонансов и асимптотических нормировочных коэффициентов связанных состояний, которые, в свою очередь, используются для вычисления сечений периферических реакций. Следует также отметить, что КФФ в своем "новом" определении позволяет производить сшивку с асимптотической ВФ на меньших расстояниях, где ядерное взаимодействие уже пренебрежимо мало, но порождаемые антисимметрией полной ВФ канала обменные эффекты еще не пренебрежимо малы, что является чрезвычайно важным при работе с реалистическими A-нуклонными волновыми функциями.

В настоящей работе формализм КФФ применяется для вычисления асимптотических нормировочных коэффициентов связанных состояний и ширин узких резонансов. Для узких резонансов или, точнее, для тех из них, в которых малая ширина обусловлена малой проницаемостью потенциального барьера, используется весьма компактная процедура, предложенная в монографии [41]. Используется то обстоятельство, что для таких резонансов существует достаточно широкая область расстояний, на которой ядерное притяжение пренебрежимо мало, но высота барьера значительно превосходит энергию распада. Для внутренних точек этой области $\rho_{\rm in}$ выполняется следующее соотношение между регулярным и нерегулярным решениями двухтельного кулоновского уравнения Шредингера $F_l(\rho_{\rm in}) \ll G_l(\rho_{\rm in})$, поскольку имеет место соотношение

$$F_l(\rho_{\rm in})/G_l(\rho_{\rm in}) \simeq P_l(\rho_{\rm in}),$$

где $P_l(\rho_{\rm in})$ – проницаемость части потенциального барьера, расположенной между точкой $\rho_{\rm in}$ и внешней точкой поворота. Малость этой величины служит условием применимости приближения, где вкладом регулярного решения можно пренебречь. Отметим, что здесь мы используем определения кулоновских функций, соответствующие их асимптотическому поведению: $F_l(\rho) \to \sin(k\rho)/(k\rho)^l$ и $G_l(\rho) \to \to \cos(k\rho)/(k\rho)^l$ при $\rho \to \infty$. При этом для определения положения точки сшивки КФФ и нерегулярной волновой функции в этой области используется условие равенства логарифмических производных

$$\frac{d\Phi_A^{c_\kappa}(\rho)/d\rho}{\Phi_A^{c_\kappa}(\rho)} = \frac{dG_l(\rho)/d\rho}{G_l(\rho)}, \tag{11}$$

определяющее точку сшивки $\rho_{\rm match}$, а ширина распада выражается как

$$\Gamma = \frac{\hbar^2}{\mu k}\left[\frac{\Phi_A^{c_\kappa}(\rho_{\rm match})}{G_l(\rho_{\rm match})}\right]^2. \tag{12}$$

Асимптотический нормировочный коэффициент A^{c_κ} определяется сравнением величины КФФ с величиной функции Уиттекера $W_{-\eta,l+1/2}(2k\rho)$ в области расстояний, где ядерное взаимодействие уже пренебрежимо мало [42, 43]:

$$A^{c_\kappa} = \rho\Phi_A^{c_\kappa}(\rho)/W_{-\eta,l+1/2}(2k\rho). \tag{13}$$

Как и для определения ширин распада для нахождения асимптотических нормировочных коэффициентов используется процедура сравнения логарифмических производных.

В данной работе рассчитывались полная энергия связи, спектр нижних уровней и кластерные характеристики основного и нижних состояний ядра ^{7}Li как системы $\alpha + t$, а также АНК связанных состояний и ширины распадов резонансных. Для расчетов волновых функций ядра ^{7}Li, альфа-частицы и тритона в рамках МОБИК использовался оболочечный код Bigstick, удобный для использования на многопроцессорных компьютерных кластерах, что позволило при расчета энергии и волновых функций уровней ядра ^{7}Li выйти на указанный уровень параметра обрезания базиса $N_{\rm tot}^{\rm max} = 15$. Величина осцилляторного параметра $\hbar\omega$ была выбрана равной 20.0 и 22.5 МэВ для расчетов с потенциалами Daejeon16 и JISP16 соответственно.

АНК и ширины распада ядерных состояний, согласно выражениям (12), (13), зависят от величин КФФ канала $\alpha + t$ в точках сшивки. Коэффициенты его разложения по осцилляторным функциям (амплитуды) $\Phi_{AA_1A_2}^{nl=1}$, рассчитанные для потенциала Daejeon16 представлены в табл. 1. Содержащиеся в таблице данные показывают, что уже для параметра обрезания базиса $N_{\rm tot}^{\rm max} = 13$ достигается сходимость доминирующих амплитуд КФФ, а выбор параметра обрезания базисов волновых функций кластеров $N_{\rm cl}^{\rm max}$ слабо влияет на эти величины. Мерой сходимости может служить суммарное среднеквадратичное отклонение амплитуд КФФ в разных вариантах расчета. Если не учитывать вариант, в котором $N_{\rm tot}^{\rm max} = 13$, а $N_{\rm cl}^{\rm max} = 4$, где размера базиса не хватает для вычисления амплитуды, характеризующейся значением $n = 7$, это отклонение оказывается меньше 1 %. В силу этого можно выбрать любой из представленных вариантов, за исключением указанного. Аналогичная картина наблюдается и для потенциала JISP16. В работе был выбран вариант, соответствующий $N_{\rm tot}^{\rm max} = 15$, где $N_{\rm cl}^{\rm max} = 2$.

В то же время проведенные расчеты демонстрируют весьма высокую чувствительность асимптотических характеристик исследованных уровней, в большей степени ширин распада, чем асимптотических нормировочных коэффициентов, от энергии фрагментации. Так, значение асимптотического нормировочного коэффициента состояния $3/2^-$, энергия развала которого, представленная в табл. 2, весьма точно воспроизводится в теоретических расчетах с потенциалом Daejeon16, меняется с 3.44 до 3.30 (на 3 %) при замене экспериментальной энергии на теоретическую, т.е. при изменении энергии на 62 кэВ. Для состояния $1/2^-$, энергия развала которого не воспроизводится как в нашем, так и во всех других расчетах, с потенциалом Daejeon16 – это недостаток потенциала, а не базиса – отличие составляет 24 %. По той причине, что воспроизвести с должной точностью малые по отношению к полной энергии связи ядра ^{7}Li и суммарной энергии связи кластеров разности этих энергий для возбужденных состояний ядер на данном этапе развития *ab initio* расчетов невозможно, в наших расчетах использовались экспериментальные значения энергии развала. Результаты расчетов представлены в табл. 2, 3 и 4 для потенциалов Daejeon16 и JISP16.

Полученные в расчетах с потенциалом Daejeon16 величины полной энергии связи нижних уровней ядра ^{7}Li с высокой точностью совпадают с результа-

Таблица 1. Значения амплитуды КФФ $\Phi^{nl=1}_{AA_1A_2}$ канала $^7\mathrm{Li} \to {}^4\mathrm{He} + {}^3\mathrm{H}$ для различных вариантов базисов, используемых при расчетах ВФ ядра и кластеров

$N^{\max}_{\mathrm{tot}}$	$N^{\max}_{\mathrm{cl}}$	$n=1$	$n=3$	$n=5$	$n=7$
13	0	0.0	0.745	−0.419	0.262
	2	0.007	0.752	−0.435	0.271
	4	0.092	0.753	−0.440	0.0
15	0	0.0	0.729	−0.421	0.273
	2	0.006	0.736	−0.436	0.282
	4	0.090	0.737	−0.443	0.288

Таблица 2. Энергии (МэВ) и АНК (фм$^{-1/2}$) связанных состояний ядра ^{7}Li, рассчитанные с помощью потенциалов Daejeon16 (D) и JISP16 (J)

J^π	$3/2^-$(D)	$1/2^-$(D)	$3/2^-$(J)	$1/2^-$(J)
E^{tot} (th)	39.110	38.279	37.929	37.290
E^{tot}(exp)	39.245	38.767	–	–
E^*(th)	0	0.831	0	0.639
E^*(exp)	0	0.478	–	–
$E_{\alpha+t}$(th)	–2.405	–1.569	–1.50	–0.861
$E_{\alpha+t}$(exp)	–2.467	–1.989	–	–
$S_{\alpha+t}$(th)	0.859	0.835	0.810	0.798
ρ_{match}	4.41	4.42	4.08	4.08
$A^{\alpha+t}$(th)	3.44	2.95	2.84	2.42
$A^{\alpha+t}$(exp)	3.57±0.15	3.00±0.15	–	–

тами NCSM расчетов, выполненных авторами данного потенциала и переданных в частной переписке, и вполне удовлетворительно воспроизводят измеренные значения. Известные из эксперимента разностные величины – энергии возбуждения уровней и энергии фрагментации воспроизводятся с меньшей точностью. Это связано как с особенностями используемого потенциала, так и, для высоко лежащих уровней $5/2^-$, с недостаточной размерностью используемого базиса. Расчеты полных энергий связи и пороговых энергий, проводимые с помощью потенциала JISP16, показывают несколько худшую сходимость к экспериментальным значениям, ввиду его большей "жесткости". Энергии возбуждения состояний $1/2^-$, $7/2^-$ и $5/2^-$ описываются на сравнимом с Daejeon16 уровне, за исключением разности энергий $3/2^-$ и $1/2^-$, которую JISP16 описывает лучше.

Таблица 3. Энергии возбуждения (МэВ), ширины распада (кэВ) резонансных состояний ядра ^{7}Li, рассчитанные с помощью потенциала Daejeon16

J^π	$7/2^-_1$	$5/2^-_1$	$5/2^-_2$
E^*(th)	4.700	7.497	8.294
E^*(exp)	4.630	6.680	7.459
$E_{\alpha+t}$(th)	2.295	5.092	5.889
$E_{\alpha+t}$(exp)	2.163	4.213	4.992
$S_{\alpha+t}$(th)	0.722	0.402	0.359
ρ_{match}	4.34	4.34	4.36
Γ(th)	65	564	797
Γ(exp)	93 (69)	880	89

Таблица 4. Энергии возбуждения и ширины распада резонансных состояний ядра ^{7}Li, рассчитанные с помощью потенциала JISP16

J^π	$7/2^-_1$	$5/2^-_1$	$5/2^-_2$
E^*(th)	5.304	7.597	8.438
$E_{\alpha+t}$(th)	3.804	6.097	6.938
$S_{\alpha+t}$(th)	0.697	0.701	0.012
ρ_{match}	4.08	4.03	4.04
Γ(th)	34.8	438	9.7

Большие значения СФ связанных состояний, полученные для обоих вариантов NN-потенциала, указывают на высокую степень кластеризации системы в этих состояниях. Для этих состояний точки сшивки практически совпадают. Важно отметить то обстоятельство, что в области этой единой точки отношение (13) для обоих состояний почти не изменяется, это демонстрирует рис. 1. Данный факт подтверждает устойчивость используемой процедуры вычисления АНК. Величины АНК для потенциала Daejeon16 находятся в хорошем согласии со значениями, извлеченными из экспериментов. Для расчета с потенциалом JISP16 на базисе той же размерности значения АНК оказываются немного заниженными.

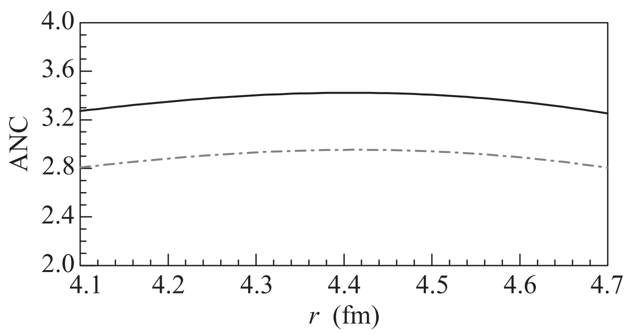

Рис. 1. Значение асимптотического нормировочного коэффициента для состояний $3/2^-$ (сплошная линия), $1/2^-$ (штрихпунктирная линия) в окрестности точки сшивки. Расчет с потенциалом Daejeon16

Точки сшивки КФФ с асимптотическими волновыми функциями резонансных состояний также практически совпадают. Они находятся в подбарьерной области и поэтому удовлетворяют условию $F_l(\rho_{\mathrm{in}}) \ll G_l(\rho_{\mathrm{in}})$. Как и в случае связанных состояний, для обоих вариантов потенциала и всех трех исследованных резонансных уровней в области точки сшивки отношение КФФ и нерегулярной кулоновской функции почти не изменяется, что демонстрирует рис. 2.

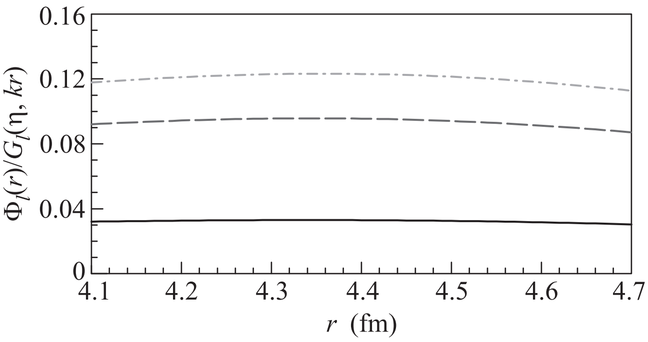

Рис. 2. Отношение КФФ ($\Phi_l(r)$) и нерегулярной кулоновской функции ($G_l(\eta, kr)$) в окрестности точки сшивки для состояний $7/2^-$ (сплошная линия), $5/2^-_1$ (штриховая), $5/2^-_2$ (штрихпунктирная). Расчет с потенциалом Daejeon16

Состояние $7/2^-$ также сильно кластеризовано. В расчетах с потенциалом Daejeon16 вычисленное значение его распадной ширины находится в очень хорошем согласии с экспериментальным значением, полученным в работе [44] (в табл. 3 указано в скобках). В стандартных спектроскопических таблицах это значение приводится как альтернативное к общепринятой величине ширины 93 кэВ. Учитывая высокую стабильность наших расчетов, мы рассматриваем полученный результат как серьезный аргумент в пользу версии работы [44]. Для расчета с помощью потенциала JISP16, представленного в табл. 4, распадная ширина $7/2^-$ так же, как и в случае с АНК состояний $3/2^-$ и $1/2^-$, оказывается заниженной. Это, по всей видимости, является следствием свойств этого потенциала, поскольку полученные в нем значения СФ устойчивы – они близки для $N_{\mathrm{tot}}^{\max} = 13$ и 15.

На фоне успешного описания асимптотических характеристик трех указанных уровней наблюдается резкое несоответствие вычисленной с потенциалом Daejeon16 ширины второго уровня $5/2^-$ экспериментальной. Причинами этого несоответствия являются свойства используемого потенциала и малое по сравнению с уровнями, соответствующими другим J^π (~ 800 кэВ), расстояние между двумя уровнями $5/2^-$, что приводит к высокой чувствительности ВФ к небольшому изменению параметров взаимодействия. Расчеты спектроскопических факторов и распадных ширин с помощью потенциала JISP16 дали совсем иную картину. Суммарный СФ в расчетах уровней $5/2^-$ с потенциалами Daejeon16 и JISP16 оказывается довольно близким по величине, в то же время отношение спектроскопических факторов радикально отличается. Большое значение СФ состояния $5/2^-_2$ определяется, очевидно, вкладом компонент со спином $S = 1/2$. Избыток этих компонент, получающийся в расчетах этого состояния с потенциалом Daejeon16, и, соответственно, их недостаток в состоянии $5/2^-_1$ указывает на какие-то особенности описания спин-зависимых (спин-орбитальных и тензорных) сил этим потенциалом. Величины распадных ширин для потенциала JISP16 состояний $5/2^-$ являются заниженными по сравнению с экспериментом, хотя качественно соотношение между ними можно рассматривать как соответствующее эксперименту, в отличие от соотношения, полученного с потенциалом Daejeon16. Дело в том, что в любых расчетах статистический вес малых компонент трудно с хорошей точностью воспроизвести количественно, а именно примесь таких компонент со спином $S = 1/2$ определяет СФ канала $\alpha + t$.

Сформулируем основные результаты работы.

1. Разработан метод вычисления асимптотических характеристик (ширин распада узких резонансов и асимптотических нормировочных коэффициентов связанных состояний) кластерных каналов легких ядер в рамках *ab initio* подходов.

2. Демонстрируется эффективность и высокое качество результатов предложенного подхода для расчета низколежащих резонансных и связанных состояний в случае применения реалистического мягкого, такого, как Daejeon16, NN-потенциала, и удовлетворительное – в случае применения жесткого.

3. Показано, что для узких дублетов состояний с одним и тем же значением J^π их асимптотические характеристики весьма чувствительны к выбору используемого в расчетах NN-потенциала. Эта особенность позволяет рассматривать развитый подход как новый тест качества потенциальной модели.

Работа поддержана Российским Научным Фондом (РНФ), грант # 16-12-10048.

Авторы благодарны А. М. Широкову за плодотворные дискуссии.

1. J. A. Wheeler, Phys. Rev. **52**, 1083 (1937).
2. J. A. Wheeler, Phys. Rev. **52**, 1107 (1937).
3. H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. Suppl. **62**, 90 (1977).
4. A. Adahchour and P. Descouvemont, Nucl. Phys. A **813**, 252 (2008).
5. P. Descouvemont and D. Baye, Phys. Lett. B **505**, 71 (2001).
6. K. Arai, P. Descouvemont, D. Baye, and W. Catford, Phys. Rev. C **68**, 014310 (2003).

7. K. Wildermuth and Y. C. Tang, *A Unified Theory of the Nucleus*, Veiweg, Braunschweig (1977).
8. S. Quaglioni, and P. Navratil, Phys. Rev. C **79**, 044606 (2009).
9. P. Navratil, J. P. Vary, and B. R. Barrett, Phys. Rev. Lett. **84**, 5728 (2000).
10. P. Navratil, S. Quaglioni, I. Stetcu, and B. Barrett, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **36**, 083101 (2009).
11. P. Maris, J. P. Vary, and A. M. Shirokov, Phys. Rev. C **79**, 014308 (2009).
12. P. Maris, A. M. Shirokov, and J. P. Vary, Phys. Rev. C **81**, 021301(R) (2010).
13. P. Maris, and J. P. Vary, Int. J. Mod. Phys. E **22**, 1330016 (2013).
14. B. R. Barret, P. Navratil, and J. P. Vary, Progr. Part Nucl. Phys. **69**, 131 (2013).
15. P. Navratil and S. Quaglioni, Phys. Rev. Lett. **108**, 042503 (2012).
16. S. Baroni, P. Navratil, and S. Quaglioni, Phys. Rev. Lett. **110**, 022505 (2013).
17. S. Baroni, P. Navratil, and S. Quaglioni, Phys. Rev. C **87**, 034326 (2013).
18. J. Langhammer, P. Navratil, S. Quaglioni, G. Hupin, A. Calci, and R. Roth, Phys. Rev. C **91**, 021301 (2015).
19. J. Dohet-Eraly, P. Navratil, S. Quaglioni, W. Horiuchi, G. Hupin, and F. Raimondi, Phys. Lett. B **757**, 430 (2016).
20. S. Quaglioni, C. Romero-Redondo, P. Navratil, and G. Hupin, Phys. Rev. C **97**, 034332 (2018).
21. T. Neff and H. Feldmeier, Int. J. Mod. Phys. E **17**, 2005 (2008).
22. T. Neff, Phys. Rev. Lett. **106**, 042502 (2011).
23. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, J. Phys.: Conf. Ser. **966**, 012022 (2018).
24. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, JETP Lett. **108**(7), 429 (2018).
25. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. Lett. B **788**, 238 (2019).
26. A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, M. Sosonkina, P. Maris, and J. P. Vary, Phys. Lett. B **761**, 87 (2016).
27. D. R. Entem and R. Machleidt, Phys. Rev. C **68**, 041001 (2003).
28. S. K. Bogner, R. J. Furnstahl, and R. J. Perry, Phys. Rev. C **75**, 061001 (2007).
29. A. M. Shirokov, J. P. Vary, A. I. Mazur, and T. A. Weber, Phys. Lett. B **644**, 33 (2007).
30. G. F. Filippov and I. P. Okhnmenko, Sov. J. Nucl. Phys. **32**, 932 (1980).
31. Yu. F. Smirnov and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. Rev. C **15**, 84 (1977).
32. Yu. F. Smirnov and Yu. M. Tchuvil'sky, Czech. J. Phys. **33**, 215 (1983).
33. Yu. M. Tchuvil'sky, W. W. Kurowsky, A. A. Sakharuk, and V. G. Neudatchin, Phys. Rev. C **51**, 784 (1995).
34. O. F. Nemets, V. G. Neudachin, A. E. Rudchik, Yu. F. Smirnov, and Yu. M. Tchuvil'sky, *Nuclear Clusters in Atomic Nuclei and Multinucleon Transfer Reactions*, Naukova Dumka, Kiev (1988).
35. A. Volya and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. Rev. C **91**, 044319 (2015).
36. A. Volya and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. At. Nucl. **79**, 772 (2016).
37. T. Fliessbach and H. J. Mang, Nucl. Phys. A **263**, 75 (1976).
38. R. G. Lovas, R. J. Liotta, A. Insolia, K. Varga, and D. E. Delion, Phys. Rep. **294**, 265 (1998).
39. S. G. Kadmensky, S. D. Kurgalin, and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. Part. Nucl. **38**, 699 (2007).
40. M. L. Avila, G. V. Rogachev, V. Z. Goldberg, E. D. Johnson, K. W. Kemper, Yu. M. Tchuvil'sky, and A. S. Volya, Phys. Rev. C **90**, 024327 (2014).
41. S. G. Kadmensky and V. I. Furman, *Alpha-decay and related nuclear reactions*, Energoatomizdat, M. (1985).
42. L. D. Blokhintsev, I. Borbely, and E. I. Dolinskii, Sov. J. Part. Nucl. **8**, 485 (1977).
43. S. B. Igamov and R. Yarmukhamedov, Nucl. Phys. A **781**, 247 (2007).
44. D. R. Tilley, C. M. Cheves, J. L. Godwina, G. M. Haled, H. M. Hofmann, J. H. Kelleya, C. G. Sheua, and H. R. Weller, Nucl. Phys. A **708**, 3 (2002).