Письма в ЖЭТФ, том 109, вып. 10, с. 699 – 704

Апостериорный вектор состояния излучающей двухуровневой частицы

А. М. Башаров[1)]

Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Кафедра математики и математических методов физики Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 25 марта 2019 г.
После переработки 25 марта 2019 г.
Принята к публикации 8 апреля 2019 г.

Получено уравнение для ненормированного вектора апостериорного состояния двухуровневой частицы в условиях ее резонансной накачки когерентным полем при регистрации излученных частицей фотонов. Уравнение линейное и относится к классу стохастических дифференциальных уравнений, управляемых классическим винеровским и пуассоновским (считывающим) процессами. Считывающий процесс описывает фоторегистрацию, винеровский процесс – дополнительную дефазировку частиц, которая ранее не учитывалась.

DOI: 10.1134/S0370274X19100138

1. Введение. В квантовой теории различают уравнение динамики (например, уравнение Шредингера), описывающее эволюцию квантового состояния системы и постулат редукции фон Неймана [1–5] при измерении квантовой системы. О состоянии квантовой системы сразу после измерения говорят как об апостериорном состоянии. На протяжении последних десятилетий обсуждается единое описание "эволюции", динамики и редукции, апостериорных состояний квантовой системы на основе стохастического дифференциального уравнения (СДУ) [6–12]. В оптике основной измерительной процедурой выступает регистрация фотодетектором фотонов, излученных квантовой частицей. Регистрации всех излученных фотонов отвечает уравнение для матрицы плотности излучающей квантовой частицы [2–5]. В условиях непрерывных квантовых измерений говорят о квантовой траектории излучающей частицы [2].

Обычно СДУ для апостериорного состояния записывают для нормированной матрицы плотности квантовой частицы, в результате чего уравнение получается нелинейным. Работа с нелинейными уравнениями сложнее, а сама нелинейность не отражает какой-либо физической специфики, являясь лишь проявлением требования нормированности. Кроме того, нелинейность СДУ не позволяет его непосредственно обобщать на учет новых взаимодействий. СДУ управляется классическим (скачкообразным) считывающим процессом (простым пуассоновским процессом). Если такое СДУ (формально) применить для редукции основного состояния, когда частица уже никак не может излучить, возникает математическая неопределенность в СДУ, связанная с нормированием нового апостериорного состояния. Обойти эту неопределенность можно либо ограничивая промежуток времени, в течение которого применяют СДУ, либо одновременно и стационарно накачивая квантовую частицу, например, за счет ее резонансного взаимодействия с дополнительным когерентным полем. Однако при этом возникают новые каналы релаксации, которые обычно не учитываются.

В данном сообщении получено линейное СДУ для апостериорного вектора состояния излучающей частицы. Из него выведено линейное СДУ для апостериорной матрицы плотности. Затем усреднением по считывающему процессу, описывающему фоторегистрацию, получено обычное кинетическое уравнение для атомной матрицы плотности. Оказалось, что линейность уравнения для апостериорного вектора состояния не нарушается требованием нормированности вектора состояния, но не мгновенного, среднего по квантовой траектории. Это позволяет мгновенному вектору состояния оставаться ненормированным, но однозначно определенным (с точностью до фазового множителя). К тому же не возникает математических неопределенностей, связанных с нормированием апостериорного состояния, так что формально нет необходимости ограничивать временной интервал применимости полученного СДУ. Заметим также, что линейное СДУ для ненормированной матрицы плотности фотонных состояний микрорезонатора

[1)]e-mail: basharov@gmail.com

изучалось в работах [5, 11, 12], однако при его выводе не использовалось и не получалось СДУ для волнового вектора. Наконец, в случае накачки квантовой частицы, например, за счет ее резонансного взаимодействия с дополнительным когерентным полем, получено описание возникающего здесь нового канала релаксации квантовой частицы.

Представленная последовательность вывода кинетического уравнения принципиальна, так как в последнее время работы по теории открытых квантовых систем начинают с формулировки уравнения для матрицы плотности с фиксированными операторами Линдблада. Между тем сами операторы Линдблада должны сами выводиться на основе уравнения Шредингера для вектора состояния с эффективным гамильтонианом расширенной системы – “открытая система + окружение” [13, 14]. В рассматриваемой в статье ситуации это проявляется в том, что в условиях работ [7–10], когда одновременно с фоторегистрацией спонтанно излученных фотонов квантовая система накачивается резонансным когерентным полем, возникает новый канал релаксации квантовой системы, обязанный интерференционному взаимодействию (на квантовой частице) квантованного вакуумного электромагнитного поля и когерентного поля накачки. В статье показано, что этот канал релаксации состоит в дефазировке атома и в определенном случае может оказаться того же порядка, что и релаксация, учтенная и описанная в работах [7–10].

2. Фоторегистрация и считывающий случайный процесс. Будем рассматривать квантовую частицу (атом, например), находящуюся в двух состояниях $|2\rangle$ энергии E_2 и $|1\rangle$ энергии E_1. Другие энергетические уровни считаем незаселенными. Тогда модельный гамильтониан частицы (далее будем говорить об атоме) дается выражением $H_a = \sum_k E_k|E_k\rangle\langle E_k|$. Находясь в верхнем энергетическом состоянии, атом может спонтанно излучить фотон. Обычно вероятность излучения в малом промежутке времени $[t, t+dt]$ пропорциональна величине этого промежутка, так что относительная убыль заселенности верхнего уровня $\frac{d\rho_{22}(t)}{\rho_{22}(t)} = -\gamma dt$ ($\rho_{22}(t)$ – матричный элемент нормированной атомной матрицы плотности, описывающий заселенность уровня $|2\rangle$). Это излучение обязано взаимодействию с окружающим атом вакуумным электромагнитным полем. В результате излучения атом из возбужденного состояния $|2\rangle$ переходит в нижнее (невозбужденное) состояние $|1\rangle$.

Считаем, что все спонтанно излученные фотоны могут быть зарегистрированы. Пусть моменты излучения и регистрации совпадают и представляются величиной t_j. Согласно постулату квантовой теории, в момент срабатывания счетчика фотонов – регистрация факта спонтанного излучения – волновая функция атома редуцируется (коллапсирует) в нижнее энергетическое состояние $|1\rangle$. В постулате квантовой редукции речь идет о матрице плотности атома [1]. Мы же сопоставим срабатыванию счетчика фотонов считывающий случайный процесс $N(t)$ интенсивности γ и будем моделировать редукцию волновой функции.

Считывающий процесс $N(t)$ представляет собой число случайных событий, происшедших в интервале времени $[0, t)$, а его приращение $\Delta N(t)$ дает число таких событий в интервале времени $[t, t + \Delta t]$. Естественное разбиение этого интервала времени на более мелкие подинтервалы $t = t_0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_M = t + \Delta t$ обладает свойством безграничной делимости, при котором

$$\Delta N(t) = \sum_{i=1}^{M} \Delta N_i = N(t + \Delta t) - N(t),$$

$$\Delta N_i = N(t_i) - N(t_{i-1}),$$

и позволяет достичь условия, когда ΔN_i принимает всего два значения: либо нуль, либо 1 (при дополнительном требовании отсутствия накоплений случайных событий вблизи каких-либо моментов времени). Отсутствие накоплений характерно для равномерных по времени распределений. При этом не рассматриваем события, произошедшие одновременно – они могут быть описаны другими считывающими процессами. Тогда, очевидно, имеет место точное соотношение $(\Delta N_i)^2 = \Delta N_i$ для достаточно малых интервалов времени. Интервалы времени, в которых эти соотношения справедливы, и соответствующие дифференциалы случайной величины называем дифференциалами Ито и считаем, что случайные величины $dN(t)$ и $dN(t')$ статистически независимы при $t \neq t'$. Также независимы $dN(t)$ и $N(t)$. Записываем [15]

$$dN(t) = N(t + dt) - N(t), \ (dN(t))^2 = dN(t),$$
$$\langle dN(t)\rangle = \gamma dt, \ dtdN(t) = dt^2 = 0. \quad (1)$$

Угловые скобки здесь обозначают усреднение случайной величины $dN(t) = dN(t, \omega)$ по вероятностному пространству $\Omega = \{\omega\}$, на котором определена случайная величина $N(t)$, причем под величиной γ понимаем вероятность спонтанного излучения атома в единицу времени. Другие равенства (1) понимаются также в смысле равенства стохастических интегралов для любой неупреждающей (статистически независимой от $dN(t)$) функции $f(t)$, например, $\int_0^s f(t)dN(t)dN(t) = \int_0^s f(t)dN(t)$. Сами стохастические интегралы определены как предел в среднеквадратичном от интегральных сумм Ито

$$\int_0^s f(t)dN(t) = ms \lim_{M\to\infty} \sum_{i=1}^{M} f(t_{i-1})\Delta N_i. \qquad (2)$$

Значения таких интегралов зависит от выбора значения подынтегральной функции на подинтервалах разбиения. Принятый выше выбор самосогласован с простой алгеброй дифференциалов $(dN(t))^2 = dN(t)$, так что прямое вычисление стохастического интеграла (2) и использование алгебры (1) приводит к одному результату. Стохастический интеграл (2) называем стохастическим интегралом в смысле Ито.

Нетрудно показать, что алгебра (1) определяет классический простой пуассоновский процесс, который и моделирует случайные события срабатывания фотодетектора.

3. Апостериорные состояния атома при фоторегистрации. Рассмотрим изменение вектора состояния атома в представлении взаимодействия, связанное с фактом регистрации или нерегистрации фотона.

Пусть в момент времени t волновой вектор $|\Psi(t)\rangle$ системы, состоящей из двухуровнего атома и окружающего электромагнитного поля без фотонов, имеет вид [7]

$$|\Psi(t)\rangle = |\Psi^{(0)}(t)\rangle = (c_1(t)|1\rangle + c_2(t)|2\rangle) \otimes |0\,\mathrm{photon}\rangle = \\ = \psi(t)\rangle \otimes |0\,\mathrm{photon}\rangle.$$

Тогда в момент времени $t+dt$ волновой вектор системы будет различным в зависимости от того, произошло ли в интервале времени $[t, t+dt)$ излучение фотона или нет, и, соответственно, сработал ли детектор. Эти возможности являются квантовыми альтернативами эволюции системы. Если итоговую апостериорную волновую функцию связать со значением $dN(t)$, то при использовании $dN(t)$ в ее записи она должна выражаться в виде суммы указанных альтернатив $|\widetilde{\Psi}(t+dt)\rangle = |\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)\rangle + |\widetilde{\Psi}^{(1)}(t+dt)\rangle$. Знак тильда у общего волнового вектора указывает, вообще говоря, на ненормированность волнового вектора. Вероятности указанных альтернатив пропорциональны величинам (с общим коэффициентом пропорциональности) $\langle\widetilde{\Psi}^{(1)}(t+dt)|\widetilde{\Psi}^{(1)}(t+dt)\rangle$ и $\langle\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)|\widetilde{\Psi}(t+dt)\rangle$.

В случае излучения фотона и его регистрации $dN(t) = 1$, атом должен находиться в нижнем энергетическом состоянии, так что ненормированный вектор $|\widetilde{\Psi}^{(1)}(t+dt)\rangle$ должен быть пропорциональным $|1\rangle \otimes |1\,\mathrm{photon}\rangle$. Положим

$$|\widetilde{\Psi}^{(1)}(t+dt)\rangle = \sqrt{p}|1\rangle \otimes |1\,\mathrm{photon}\rangle. \qquad (3)$$

Здесь $p = \gamma|c_2(t)|^2$ – вероятность испускания фотона в случае вероятности заселения возбужденного уровня $|c_2(t)|^2 = \rho_{22}(t)$. Тогда $\langle\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)|\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)\rangle$ дает вероятность спонтанного излучения атома в состоянии, описываемом матрицей плотности $\rho_{22}(t)$.

В случае $dN(t) = 0$, т.е. в промежутке времени, когда детектор не регистрирует излучение фотона и атом свободно эволюционирует, состояние атома описывается волновым вектором

$$|\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)\rangle = (c_1(t+dt)|1\rangle + c_2(t+dt)|2\rangle) \otimes |0\,\mathrm{photon}\rangle.$$

Вероятность реализации такого волнового вектора должна быть $1-p$ (с учетом (3)), т.е. должно выполняться соотношение $\langle\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)|\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)\rangle = 1-p$. Подчеркнем, что для вычисления математических ожиданий и использования обычных формул квантовой теории, необходимо работать с нормированным волновым вектором. Чтобы эволюция волнового вектора допускала вероятность распада и зависимость матрицы плотности $\rho_{22}(t) \sim \exp(-\gamma t)$, зависимость амплитуды $c_2(t)$ от времени должна быть такой: $c_2(t) \sim \exp(-\gamma t/2)$. То есть $dc_2(t) = -\frac{\gamma}{2}c_2(t)dt$. Тогда $\langle\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)|\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)\rangle = 1-p$ выполнено.

В результате процесса наблюдения мы имеем дело с апостериорной матрицей плотности, когда в случае излучения фотона апостериорная матрица представлена выражением $p^{-1}|\widetilde{\Psi}^{(1)}(t+dt)\rangle\langle\widetilde{\Psi}^{(1)}(t+dt)|$, а в другом случае та же матрица имеет вид $(1-p)^{-1}|\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)\rangle\langle\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)|$. Полученные для них уравнения будут нелинейными в силу зависимости величины p от состояния атомной системы [7–9]. Также будет нелинейным и СДУ для нормированного апостериорного вектора состояния [8, 9], которое получается пьюрификацией матрицы плотности. Удобнее, однако, иметь дело с линейными уравнениями для волнового вектора.

Линейное СДУ можно получить для ненормированного апостериорного вектора состояния. Заметим, что требованиям постулата редукции можно удовлетворить в первом приближении, если описывать дифференциал Ито волнового вектора атома при помощи оператора $V(t)dt = -i\hbar\gamma S^+S/2dt + i\hbar(S-1)dN(t)$, где $S = |1\rangle\langle 2|$. Апостериорность здесь состоит в конкретной реализации считывающего процесса $N(t)$. Тогда

$$d|\psi(t)\rangle \propto \left[-\gamma\frac{S^+S}{2}dt + (S-1)dN(t)\right]|\psi(t)\rangle. \quad (4)$$

Мы говорим о первом приближении и вместо равенства используем другой знак, $\propto$, по следующим соображениям. С одной стороны, мы можем рассматривать только атомный волновой вектор, поскольку в момент срабатывания детектора фотон в окружающем атом электромагнитном поле поглощается детектором. Выписанное выше представление для волновых векторов $|\widetilde{\Psi}^{(0)}\rangle$ и $|\widetilde{\Psi}^{(1)}\rangle$ подчеркивает их ортогональность. С другой стороны, состояние электромагнитного поля с одним фотоном неразрывно связано со значением случайной величины $dN(t)$. Усреднение по состояниям электромагнитного поля предполагает также усреднение по случайному процессу $N(t)$, и тогда мы уходим от понятия СДУ. Поэтому мы сохраняем считывающий процесс, но рассматриваем только атомную подсистему. Несмотря на использование ненормированного вектора апостериорного состояния, мы, тем не менее, должны получить стандартное уравнение для атомной матрицы плотности после усреднения по считывающему процессу. Поэтому будем требовать, чтобы норма атомного волнового вектора сохранялась в среднем. Но чтобы сохранить форму СДУ для атомного волнового вектора и избежать преждевременного усреднения по случайному процессу $N(t)$, уравнение для волнового вектора необходимо подправить, чтобы было выполнено условие $\langle d\langle\psi(t)|\psi(t)\rangle\rangle = 0$. Здесь дифференциал понимается в смысле Ито. Характер поправки можно вполне определенно установить, если из уравнения (4) стандартным образом [2], но с учетом алгебры Ито для дифференциала считывающего процесса, получить уравнение для дифференциала Ито нормы вектора $|\psi(t)\rangle$.

Первое приближение СДУ для ненормированного волнового вектора дает следующий дифференциал Ито

$$d\langle\psi(t)|\psi(t)\rangle =$$
$$= \langle\psi(t)|S^+S|\psi(t)\rangle(dN(t)-\gamma dt) - \langle\psi(t)|\psi(t)\rangle dN(t).$$

Чтобы было выполнено условие $\langle d\langle\psi(t)|\psi(t)\rangle\rangle = 0$ при усреднении по $N(t)$ (по времени срабатывания фотодетектора), достаточно взять СДУ для атомного волнового вектора в виде

$$d|\psi(t)\rangle = \left[-\gamma\frac{S^+S-1}{2}dt + (S-1)dN(t)\right]|\psi(t)\rangle. \quad (5)$$

Тогда СДУ (5) корректно определяет уравнение для атомной матрицы плотности [7] и может быть использовано для численного моделирования апостериорного волнового вектора. При этом уравнение (5) линейно по вектору состояния.

Отметим следующую особенность использования ненормированного волнового вектора. Первоначальное приближение к состоянию $|\widetilde{\Psi}^{(0)}(t+dt)\rangle$ было таким: $c_1(t)|1\rangle + c_2(t)e^{-\gamma dt/2}|2\rangle$. Подправленное приближение слегка изменилось, $e^{\gamma dt/2}[c_1(t)|1\rangle + c_2(t)e^{-\gamma dt/2}|2\rangle]$, но при переходе к нормированному вектору и первоначальное приближение и конечное дают один и тот же результат.

4. Уравнение для апостериорной матрицы плотности и кинетическое уравнение для излучающего атома. Из (5) стандартным образом следует уравнение для случайной матрицы плотности $r(t) = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|$:

$$dr(t) =$$
$$= (|\psi(t)\rangle + d|\psi(t)\rangle)(\langle\psi(t)| + d\langle\psi(t)|) - |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)| =$$
$$= -\frac{\gamma}{2}r(t)S^+Sdt - \frac{\gamma}{2}S^+Sr(t)dt + Sr(t)S^+dN(t) +$$
$$+ (\gamma dt - dN(t))r(t).$$

Из этого уравнения нетрудно понять, что нормировка матрицы плотности при усреднении сохраняется $\frac{d\mathrm{Tr}\langle r(t)\rangle}{dt} = 0$.

При усреднении по случайному считывающему процессу получаем стандартное кинетическое уравнение для атомной матрицы плотности $\rho(t) = \langle r(t)\rangle$ в форме Линдблада

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = -\frac{\gamma}{2}\rho(t)S^+S - \frac{\gamma}{2}S^+S\rho(t) + \gamma S\rho(t)S^+. \quad (6)$$

То, что уравнение (5) отличается от известных, неудивительно. Одному и тому же кинетическому уравнению (6) могут соответствовать разные СДУ, а ниже будут получены еще несколько.

В предложенном представлении (5) принятая нами стохастическая величина $dN(t)$ независима от состояния атома и после фоторегистрации реального фотона может случайным образом принять значение $dN(t) = 1$ снова. Если рассматриваемый атом единственный и не участвует во взаимодействии с полями накачки, то излучения атома нет. Тем не менее, уравнение для апостериорного вектора (5) корректно учитывает указанный "казус", поскольку нормированное апостериорное состояние будет по-прежнему отвечать нижнему энергетическому состоянию атома, в который атом перешел после излучения фотона. Однако в случае одного атома и отсутствия его накачки естественно ограничить область применимости уравнения (5) временами порядка нескольких единиц времени спонтанного излучения $1/\gamma$.

Чтобы стационарному случайному считывающему процессу $N(t)$ в действительности отвечала фоторегистрация фотона, атом должен непрерывно (и стационарно) накачиваться, например, за счет резонансного взаимодействия с классическим когерентным полем. Такой процесс накачки нетрудно учесть. Возможны различные схемы резонансной накачки. В случае накачки при однофотонном резонансе в уравнение (5) можно ввести оператор $H_{\mathrm{int}}(t) = -\mathcal{E}_{21}\exp(-i(\omega-\omega_{21}(t) + c.c.$ взаимодействия излучающего атома с классическим резонансным когерентным полем накачки частоты ω и амплитуды напряженности электрического поля $\mathcal{E}$ (буквы $c.c.$ обозначают слагаемое, комплексно сопряженное предыдущему). Мы предполагаем, что частота атомного перехода $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$ близка к частоте когерентного поля, так что оператор взаимодействия $H_{\mathrm{int}}(t)$ записан в приближении вращающейся волны, как и в работах [7–11]. Тогда процесс излучения и регистрации излученных фотонов будет стационарным во времени и будет описываться считывающим процессом $N(t)$. Линейность ранее полученного СДУ для апостериорного вектора состояния позволяет использовать результат (5) и сразу записать СДУ для апостериорного вектора в случае накачки:

$$d|\psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar}H_{\mathrm{int}}(t)|\psi(t)\rangle + \\ + \left[-\gamma\frac{S^+S-1}{2}dt + (S-1)dN(t)\right]|\psi(t)\rangle. \quad (7)$$

Время, в течение которого уравнение (7) справедливо, также следует ограничить, однако, по иной причине. Если явно ввести взаимодействие атома с квантованным полем окружения, которое и вызывает спонтанное излучение атома, то, как показано в [16], возникает дополнительный канал фазовой релаксации, который не учтен ни в уравнении (7), ни в работах [7–10]. Указанная релаксация определяется интерференционным слагаемым в эффективном гамильтониане, отвечающим процессам переизлучения фотонов без изменения энергетического состояния атома. В этих процессах задействованы фотоны когерентной волны и квантованного электромагнитного поля вакуумного окружения атома. Естественным приближением здесь служит рассмотрение этого слагаемого независимо от фоторегистрации. С учетом интерференционного слагаемого в эффективном гамильтониане уравнение для апостериорного вектора дополняется группой слагаемых, заключенных внутри скобки с нижним индексом "Dephasing":

$$d|\psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar}H_{\mathrm{int}}(t)|\psi(t)\rangle + \quad (8)$$

$$+\left(\left[-\gamma\frac{S^+S-1}{2}dt + (S-1)dN(t)\right]|\psi(t)\rangle\right)_{\mathrm{Counting}} +$$

$$+\left(-\sum_{k=1,2}|E_k\rangle\langle E_k|(i\sqrt{\gamma_k}dW(t)+\frac{1}{2}\gamma_k dt)|\psi(t)\rangle\right)_{\mathrm{Dephasing}}.$$

Здесь γ_k определяются константами связи уровней с электромагнитными полями. В случае накачки атомов при однофотонном резонансе величины γ_k являются величинами более высокого порядка по отношению к γ, но пропорциональны интенсивности когерентного поля. Через $dW(t)$ обозначен дифференциал Ито стандартного винеровского процесса с алгеброй $dW(t)dW(t) = dt$, $dW(t)dt = 0$, $\langle dW(t)\rangle = 0$. Новое слагаемое учитывает дефазировку атомных состояний без квантовых переходов, а γ_k описывает скорость дефазировки. Дефазировка не приводит к квантовому переходу, но увеличивает скорость распада когерентности частицы. Релаксационные вклады считывающего процесса и дефазировки входят аддитивно.

В результате кинетическое уравнение для матрицы плотности приобретает вид

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar}(\rho(t)H_{\mathrm{int}}(t) - H_{\mathrm{int}}(t)\rho(t)) - \frac{\gamma}{2}\rho(t)S^+S - \\ - \frac{\gamma}{2}S^+S\rho(t) + \gamma S\rho(t)S^+ + \left(\frac{d\rho(t)}{dt}\right)_{\mathrm{Dephasing}}, \quad (9)$$

$$\left(\frac{d\rho(t)}{dt}\right)_{\mathrm{Dephasing}} = \\ = -\frac{1}{2}\sum_{k=1,2}\gamma_k|E_k\rangle\langle E_k|\rho(t) - \frac{1}{2}\rho(t)\sum_{k=1,2}\gamma_k|E_k\rangle\langle E_k| + \\ + \sum_{k=1,2}\sqrt{\gamma_k}|E_k\rangle\langle E_k|\rho(t)\sum_{s=1,2}\sqrt{\gamma_s}|E_s\rangle\langle E_s|.$$

Заметим, что уравнение можно переписать в другом виде, учитывающем соотношение полноты $\sum\limits_{k=1,2}|E_k\rangle\langle E_k| = 1$.

Роль добавочного слагаемого проясняет его вклад $\left(\frac{d\rho(t)}{dt}\right)_{\mathrm{Dephasing}}$ в выражение для скорости приращения усредненной матрицы плотности атома $\frac{d\rho(t)}{dt}$:

$$\left(\frac{d\rho_{21}(t)}{dt}\right)_{\mathrm{Dephasing}} = -\left(\frac{\gamma_1+\gamma_2}{2} - \sqrt{\gamma_1\gamma_2}\right)\rho_{21}(t),$$

$$\left(\frac{d\rho_{kk}(t)}{dt}\right)_{\text{Dephasing}} = 0.$$

Уравнения (8) и (9) могут также применяться и для описания других условий резонансной накачки пары уровней и спонтанного распада верхнего уровня, например, при двухфотонном резонансе и двухквантовом излучении. Тогда возрастает число возможных каналов [16] как спонтанного излучения, так и дефазировки, при этом константы γ, γ_1, γ_2 будут одного порядка. В зависимости от конкретных условий, каждый канал релаксации системы входит в выписанные выше уравнения аддитивно и описывается своими слагаемыми представленного вида. Двухквантовые каналы релаксации играют роль в фотонных кристаллах [17] и представленный подход описывает переход атома в "ловушечное" состояние при фоторегистрации испущенного фотона.

5. Заключение. В противоположность стандартному подходу в статье предлагается другая последовательность получения уравнения для апостериорной матрицы плотности и кинетического уравнения открытой системы. Линейность полученного СДУ для ненормированного апостериорного вектора излучающего атома допускает простое обобщение на учет новых каналов релаксации атома, определяемых эффективным гамильтонианом. Из этого уравнения для каждой конкретной физической ситуации выводится свое кинетическое уравнение, как и в случае работ [13, 14], в основу которых положено СДУ для обычного (не апостериорного) вектора состояния открытой системы. Представленный в статье подход не только позволяет корректно получать СДУ для волнового вектора, но и кинетические уравнения, свободные от многих парадоксов при рассмотрении термодинамических вопросов. Примером здесь могут служить "парадоксальные" результаты работ [18, 19]. Аналогично тому, как в уравнениях (8) и (9) возник дополнительный канал релаксации, устранение парадоксов [18, 19] состоит в построении – в первую очередь – СДУ для волнового вектора. Например, для задачи [19] получается СДУ и новый канал релаксации, опирающиеся на соответствующий эффективный гамильтониан [20]. СДУ служит отправной точкой для вывода соответствующего кинетического уравнения. В рассмотренном в данной статье случае мы не только продемонстрировали вывод СДУ, но и получили дополнительный канал релаксации в традиционной задаче, который привел к появлению нового слагаемого $\left(\frac{d\rho(t)}{dt}\right)_{\text{Dephasing}}$ в кинетическом уравнении открытой системы.

---

1. А. С. Холево, Итоги науки и техн. Совр. пробл. математики. Фунд. Направления. ВИНИТИ **83**, 3 (1991).
2. H. J. Carmichael, *Statistical Methods in Quantum Optics*, Springer, Berlin, Heidelberg (1999, 2007), v. 1, 2.
3. H.-P. Breuer and F. Petruccione, *Theory of Open Quantum Systems*, OUP, Oxford (2002).
4. C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum noise*, Springer-Verlag, Berlin (2004).
5. H. M. Wiseman and G. J. Milburn, *Quantum Measurement and Control*, CUP, Cambridge (2010).
6. A. Barchielli, Phys. Rev. A **34**, 1642 (1986).
7. J. Dalibard, Y. Castin, and K. Molmer, Phys. Rev. Lett. **68**, 580 (1992).
8. P. Warszawski and H. M. Wiseman, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **5**, 1 (2003).
9. P. Warszawski and H. M. Wiseman, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **5**, 15 (2003).
10. A. J. Daleya, Adv. Phys. **63**, 77 (2014).
11. M. Caiaffa, A. Smirne, and A. Bassi, Phys. Rev. A **95**, 062101 (2017).
12. A. H. Kiilerich and K. Molmer, Phys. Rev. A **98**, 022103 (2018).
13. A. M. Basharov, Phys. Rev. A **84**, 013801 (2011).
14. А. М. Башаров, ЖЭТФ **142**, 419 (2012).
15. A. M. Basharov, J. Phys. CS **714**, 012004 (2016).
16. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear optical waves*, Kluwer Academic, Dordrecht (1999).
17. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **70**, 434 (1999).
18. A. Levy and R. Kosloff, EPL **107**, 20004 (2014).
19. A. V. Dodonov, Phys. Scr. **86**, 025405 (2012).
20. A. M. Basharov, J. Phys. CS **613**, 012007 (2015).