Письма в ЖЭТФ, том 110, вып. 1, с. 9 – 20 © 2019 г. 10 июля

Предельно короткие оптические импульсы и их генерация в резонансных средах (Миниобзор)

Р. М. Архипов[+*×1)], М. В. Архипов[+*1)], А. А. Шимко[+1)], А. В. Пахомов[*1)], Н. Н. Розанов[*×○1)]

[+] Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 С.-Петербург, Россия

[*] Университет ИТМО, 197101 С.-Петербург, Россия

[×] Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, 194021 С.-Петербург, Россия

[○] Государственный оптический институт им. С. И. Вавилова, 199053 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 4 мая 2019 г.
После переработки 18 мая 2019 г.
Принята к публикации 18 мая 2019 г.

Представлен обзор изученных недавно авторами методов получения коротких и предельно коротких световых импульсов и анализа воздействия предельно коротких оптических импульсов на классические и квантовые микрообъекты с выявлением определяющей роли степени униполярности импульсов (максимальна для строго униполярных импульсов) в эффективности прямого лазерного ускорения заряженных частиц и возбуждения атомов и молекул. Особое внимание уделено режиму когерентной синхронизации мод в лазерах, реализующемуся, когда длительность лазерного импульса меньше времен релаксации рабочего перехода в средах с резонансным усилением и поглощением (лазерный аналог явления самоиндуцированной прозрачности). Приведены экспериментальные данные по наблюдению режима когерентной синхронизации мод в титан-сапфировом лазере с ячейкой с парами рубидия при самоиндуцированной прозрачности в рубидии. Представлены также результаты анализа взаимодействия предельно коротких импульсов в резонансных средах.

DOI: 10.1134/S0370274X19130034

1. Введение. К настоящему времени получены предельно-короткие (с малым числом осцилляций напряженности электромагнитного поля) импульсы (ПКИ) аттосекундной длительности в вакуумном ультрафиолете [1–5] и в оптическом диапазоне [6–8]. Малые длительности и высокие пиковые интенсивности делают такие импульсы уникальным инструментом для изучения и управления динамикой элементарных процессов в атомах и в веществе [4–6]. Примыкает к этой теме и задача получения экстремально сильных лазерных полей, способных в перспективе выявить нелинейность даже электрон-позитронного вакуума [9]. Важным в этих вопросах представляется уточнение требований к характеристикам лазерных импульсов, определяющим эффективность воздействия на различные объекты.

Обычно сверхкороткие импульсы получают методом пассивной синхронизации мод в лазерах [1], а для генерации аттосекундных импульсов используется набор высоких гармоник, возникающих при воздействии мощного фемтосекундного импульса на среду-мишень, с их последующим сложением [2]. Следует сказать, что таким методам присущи существенные недостатки. Так, метод получения аттосекундных импульсов за счет генерации гармоник высокого порядка обладает низкой энергетической эффективностью и требует крупногабаритных и дорогостоящих экспериментальных установок. Это делает актуальным поиск альтернативных подходов к генерации предельно коротких импульсов.

В настоящем обзоре излагаются результаты, главным образом, наших недавних исследований как эффективности воздействия ПКИ на элементарные объекты, так и возможности генерации ПКИ непосредственно в компактном лазере. Обсуждается также вызывающий в литературе дискуссию вопрос о возможностях укорочения импульсов вплоть до субцикловых или (квази-)униполярных, состоящих (преимущественно) из всплеска поля одной и той же полярности.

1)e-mail: arkhipovrostislav@gmail.com; m.arkhipov@spbu.ru; shim_ko@mail.ru; pahomov_91@mail.ru; nnrosanov@mail.ru

2. Электрическая площадь импульса и его воздействие на элементарные объекты. Будем характеризовать импульс электромагнитного излучения степенью его униполярности:

$$\xi(\mathbf{r}) = \frac{|\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}dt|}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\mathbf{E}|dt}. \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{r}$ – радиус-вектор (координаты пространственной точки), $\mathbf{E}$ – электрическая напряженность поля и t – время. Степень униполярности может меняться в пределах от 0 (биполярный импульс) до 1 (униполярный импульс). Квазиуниполярным будем называть импульс со степенью униполярности, близкой к 1: $1 - \xi \ll 1$.

В числителе выражения (1) стоит модуль электрической площади импульса

$$\mathbf{S}_E = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}dt. \qquad (2)$$

Напомним, что в рамках электродинамики сплошных сред эта величина обладает свойством

$$\mathrm{rot}\, \mathbf{S}_E = 0, \qquad (3)$$

что в задачах одномерного распространения (плоские волны, напряженности поля зависят только от единственной – продольной – координаты z) приводит к правилу сохранения [10–15]

$$\frac{d}{dz}\mathbf{S}_E = 0. \qquad (4)$$

Механический смысл электрической площади проясняется при ее сопоставлении с моментом (импульсом) силы Лоренца, действующей на нерелятивистский (скорость много меньше скорости света в вакууме c) заряд q: $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$. Соответственно, импульс силы $\mathbf{N} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{F}dt = q\mathbf{S}_E$. Таким образом, электрическая площадь представляет момент (импульс) силы, действующей со стороны поля на единичный заряд [16]. Это обстоятельство подчеркивает важность значения электрической площади как критерия эффективности воздействия импульса на заряженную частицу, поскольку в механике именно момент силы определяет изменение импульса частицы (второй закон Ньютона).

В релятивистском уравнении движения заряда необходимо учитывать и зависящую от скорости заряда $\mathbf{v}$ составляющую силы Лоренца [17]

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{H}]. \qquad (5)$$

Здесь $\mathbf{H}$ – напряженность магнитного поля. При этом импульс частицы связан с ее скоростью соотношением $\mathbf{p} = m\mathbf{v}/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, где m – масса частицы. Импульс излучения моделируем плоской волной с линейной поляризацией, распространяющейся в вакууме вдоль z. Тогда аргументом напряженностей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ в (5) служит комбинация $z(t) - ct$, где $z(t)$ – продольная координата частицы.

Для достаточно коротких импульсов излучения результат их воздействия на частицу не должен зависеть от конкретной формы импульса. Поэтому можно считать импульс прямоугольным с электрической площадью, совпадающей с таковой для реального импульса. В этом случае энергия E_q, передаваемая исходно неподвижной частице импульсом излучения, определяется соотношением [18]

$$E_q = mc^2[1 + S_E^2/(2S_0^2)], \quad S_0 = mc/q. \qquad (6)$$

Численное решение уравнения движения (5) показывает, что это соотношение с высокой точностью сохраняет справедливость и для импульсов излучения с иным временным профилем, варьируемым в широких пределах. Согласно (6), прямое лазерное ускорение заряженных частиц определяется электрической площадью лазерного импульса, а не его энергией. Биполярные импульсы даже с большой энергией действуют на заряд разнонаправленно на этапах с разной полярностью поля и потому менее эффективны [18]. Укажем также, что такое рассмотрение исключает область ультрарелятивистского режима ускорения, при котором существенными становятся квантовоэлектродинамические эффекты и торможение излучением (лоренцевы силы трения) [17].

Обратимся теперь к воздействию предельно коротких электромагнитных импульсов на простейшие квантовые объекты [16, 19–22]. Здесь уже необходимо говорить о среднем значении импульса в состоянии с волновой функцией $\psi(\mathbf{r}, t)$:

$$\langle \mathbf{p} \rangle = \langle \psi|\mathbf{p}|\psi \rangle = -i\hbar \int \psi^* \nabla\psi d\mathbf{r}. \qquad (7)$$

Эволюция волновой функции описывается нерелятивистским уравнением Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = H_0\psi + V(\mathbf{r}, t)\psi, \qquad (8)$$

где H_0 – гамильтониан системы в отсутствие излучения, а V – потенциал взаимодействия атома с электромагнитным излучением; для атомного объекта в электродипольном приближении $V = q\mathbf{E}\mathbf{r}$. До начала взаимодействия импульса излучения волновая функция $\psi = \psi_0$ и среднее значение механического импульса $\langle \mathbf{p}_0 \rangle = \langle \psi_0 | \mathbf{p} | \psi_0 \rangle = -i\hbar \int \psi_0^* \nabla \psi_0 d\mathbf{r}$. В приближении Мигдала внезапного возмущения [23], считая, что длительность импульса излучения много меньше обратной частоты переходов в невозмущенной излучением системе, а его амплитуда превышает напряженность внутриатомного поля, получим для волновой функции после окончания импульса

$$\psi = \exp\left(-i\frac{q}{\hbar}\mathbf{S}_E\mathbf{r}\right)\psi_0. \tag{9}$$

Согласно (9), эта волновая функция имеет вид произведения начальной волновой функции ψ_0 и волновой функции плоской волны с импульсом $-q\mathbf{S}_E$ (знак "минус" вызван отрицательностью заряда электрона). Использование (9) позволяет найти изменение импульса электрона под действием импульса излучения [16]:

$$\langle \mathbf{p} \rangle = \langle \mathbf{p}_0 \rangle - q\mathbf{S}_E. \tag{10}$$

Это согласуется с выводом классической механики об определяющем значении электрической площади импульса излучения в проблеме ускорения заряженных частиц.

В аналогичном приближении для атома водорода, возбуждаемого коротким импульсом излучения с большой амплитудой, можно получить вероятность того, что атом, исходно находящийся в основном состоянии, останется в нем после окончания импульса [19]:

$$w_0 = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{\hbar S_E}{2mq}\right)^2\right)^4}. \tag{11}$$

Эта вероятность монотонно убывает с ростом электрической площади. И в этом случае эффективность возбуждения атомов короткими импульсами излучения с высокой пиковой амплитудой определяется электрической площадью таких импульсов.

Еще один пример относится к возбуждению молекулярных колебаний короткими импульсами излучения. Известно точное решение уравнения Шредингера для модели квантового гармонического осциллятора с частотой ω_0, раскачиваемого силой с произвольной временной зависимостью [24]. В случае коротких по сравнению с периодом свободных колебаний осциллятора $2\pi/\omega_0$ импульсов излучения можно получить простое выражение для вероятности возбуждения импульсом n-го уровня осциллятора [20]:

$$w_n = \frac{1}{n!}\tilde{S}_E^{2n}\exp(-\tilde{S}_E^2), \quad \tilde{S}_E = \frac{qS_E}{\sqrt{2m\hbar\omega_0}}. \tag{12}$$

При $n = 0$ (12), как и (11), указывает на монотонный рост возбуждения с ростом электрической площади импульса; однако теперь он не степенной, а экспоненциальный, что связано с различным характером спектра энергетических уровней. Населенность n-го возбужденного ($n \geq 1$) уровня уже немонотонно зависит от электрической площади с максимумом при $\tilde{S}_E^2 = n$. Общим оказывается вновь определяющая роль в эффективности воздействия электрической площади импульса. Возбуждение имеет нерезонансный характер ввиду малой длительности импульса.

Стоит также отметить, что в работах [25, 26] в рамках метода внезапных возмущений получено точное, без электродипольного приближения, решение уравнения Шредингера для многоэлектронного атома, взаимодействующего с коротким импульсом электромагнитного излучения. Кроме того, следует упомянуть работу [27], где были рассмотрены особенности возбуждения многоуровневых квантовых систем электромагнитным импульсом, длительность которого меньше обратной частоты переходов между уровнями, с учетом членов более высокого порядка малости по слагаемому H_0 в уравнении (8). В результате было показано, что за счет эффектов второго порядка возможно эффективное нерезонансное возбуждение переходов даже в случае нулевой электрической площади импульса. В частности, была продемонстрирована возможность применения данного механизма для создания инверсии населенностей в многоуровневых квантовых системах и возбуждения и диссоциации молекул под действием фемтосекундных импульсов.

3. О возможности генерации униполярных электромагнитных импульсов. Для одномерного распространения излучения (плоские волны), которое с определенной точностью описывает, например, излучение в одномодовых световодах, уравнение Даламбера допускает импульсы с произвольным профилем напряженностей, двигающиеся со скоростью света c. Тем самым, уравнения Максвелла совместимы и с униполярными импульсами излучения, у которых основная поляризационная составляющая напряженности электрического поля не меняет знак. Это обстоятельство служит и ответом на один из контраргументов, состоящий в том, что отвечающая униполярному импульсу постоянная составляющая обладает частотой $\omega = 0$ и потому не может распространяться. В действительности при разложении излучения в спектр плоских монохроматических волн их фазовая скорость v равна отношению частоты и волнового числа k, причем в вакууме $v = \omega/k = c$.

Приведенное рассуждение не отвечает на вопрос, как может быть создан униполярный или квазиуниполярный импульс. Одним из важнейших механизмов здесь служит генерация излучения ускоренно движущимися зарядами. По-видимому, впервые возможность существования трехмерных униполярных импульсов излучения на основе этого механизма была показана теоретически в работах [28, 29] и экспериментально в [30]. На сегодняшний день полуцикловые квазиуниполярные импульсы продемонстрированы экспериментально в терагерцовом (ТГц) диапазоне частот [31–34]. В видимой и ультрафиолетовой области спектра квазиуниполярные полуцикловые (длительность 200 ас) импульсы с высокой пиковой амплитудой (более 10^{12} В/м) могут быть получены в газе, в котором мощные фемтосекундные лазерные импульсы формируют тонкий слой релятивистских электронов, проходящий затем через наклонно расположенную мишень [8]. Ряд других подходов подробно рассмотрен в обзорах [35–40] и приведенной там литературе. Перед перечислением некоторых из них укажем, что, казалось бы, правило сохранения электрической площади (4) запрещает преобразование стандартных биполярных импульсов в униполярные при одномерном распространении излучения. Однако это правило относится к общей площади всех фигурирующих в задаче импульсов. Поэтому возможно разделение исходного стандартного биполярного импульса с нулевой электрической площадью на субимпульсы с ненулевой площадью противоположных знаков, распространяющиеся в разных направлениях или с различающимися скоростями и тем самым легко отделяемыми друг от друга. Так, в расчетах [41, 42] найдено, что при падении биполярного одноциклового импульса на тонкую металлическую или диэлектрическую пленку от нее отражается униполярный одноцикловый импульс. В [43] также было показано, что квазиуниполярный импульс может отражаться и при падении биполярного импульса на слой среды с квадратичной нелинейностью.

Другой метод получения квазиуниполярных импульсов контролируемой формы базируется на когерентном контроле низкочастотных осцилляций в нелинейной комбинационно-активной среде [44–51]. При этом среда возбуждается парой оптических фемтосекундных импульсов, следующих с интервалом, равным половине периода низкочастотных осцилляций в среде. В таком случае первый импульс возбуждает низкочастотные колебания среды, а второй их останавливает. В результате в среде возникает униполярный импульс поляризации в виде полуволны колебаний. Генерируемое им излучение будет содержать полуволну и длинный фронт противоположной полярности. Вклад этого фронта может быть подавлен спектральным фильтром. В зависимости от геометрии опыта при введении в систему задержки во времени в приходе полуволн от разных участков среды в точку наблюдения, в такой ситуации удается получить в расчетах импульсы варьируемой формы – от прямоугольной до треугольной. Такую задержку можно создать, например, при сверхсветовом возбуждении нелинейной среды световым зайчиком, возникающим при наклонном падении плоского волнового фронта на линию, вдоль которой расположены атомы среды [44, 45]. Альтернативный вариант сверхсветового возбуждения может быть реализован при вращении по кругу светового зайчика с постоянной скоростью от некоторого источника [46]. Так, в работе [50] изучалась возможность получения кольцевой среды при возбуждении сверхсветовым зайчиком, созданным с помощью сверхбыстрого дефлектора лазерного излучения. Различные варианты сверхсветовых источников электромагнитного излучения рассматривались также в обзорах [52–55]. Недавно была показана возможность получения аналогичной (прямоугольной или треугольной) формы в ТГц диапазоне за счет когерентного контроля низкочастотных осцилляций в нелинейной среде при введении в систему задержки с помощью дифракционного элемента [51].

4. Предельно короткие импульсы на основе явления самоиндуцированной прозрачности. Далее мы остановимся на наиболее перспективном, по нашему мнению, методе генерации предельно коротких импульсов, основанном на использовании резонансной оптической нелинейности среды и явления самоиндуцированной прозрачности [56]. Это одно из первых изученных явлений нелинейной оптики состоит в том, что через среду с выраженным резонансом линейного поглощения могут практически без потерь проходить импульсы специальной формы, у которых передний фронт переводит атомы среды из основного состояния в возбужденное, после чего задний фронт возвращает атомы в основное состояние (так называемые 2π-импульсы, или солитоны самоиндуцированной прозрачности). Хотя в ранних работах, включая исходную статью [56], рассматривались сравнительно длинные импульсы излучения, содержащие большое число осцилляций поля, еще в 1971 г. была указана возможность распространения в двухуровневой среде в пренебрежении релаксационными процессами предельно коротких униполярных солитонов самоиндуцированной прозрачности [57]. Позднее подобные униполярные видеосолитоны для предельно коротких импульсов были предсказаны и в многоуровневой квантовой среде, включая неравновесные среды с диссипацией [58] (см. также ряд последующих работ [59–67]).

Наблюдение [57] опять-таки не отвечает на вопрос, как можно получить предельно короткие и униполярные импульсы, исходя из стандартных сравнительно длинных биполярных импульсов. В [68] была предложена, а в [12, 69, 70] изучена более детально возможность формирования предельно коротких импульсов, включая квазиуниполярные, в среде, в которой присутствует и резонансное поглощение, и резонансное усиление. При этом падающий на вход среды стандартный биполярный фемтосекундный импульс по мере распространения может превращаться в квазиуниполярный диссипативный солитон самоиндуцированной прозрачности. Параметры среды выбираются таким образом, что для поглощения импульс близок к 2π-импульсу, что минимизирует его потери, а для усиления приблизительно как π-импульс, переводящий атомы из верхнего на нижний рабочий уровень, что обеспечивает эффективный съем энергии среды. При этом снятие инверсии в активной среде сопровождается укорочением длительности импульса и ростом его амплитуды.

Рассмотренная выше схема безрезонаторная (однопроходная), тогда как практически более удобны лазерные (резонаторные) схемы. К их рассмотрению мы и переходим.

5. Самоиндуцированная прозрачность в лазерах. В лазере достаточно большой длины (время пробега светом резонатора превышает времена релаксации среды) динамика излучения практически сводится к таковой для рассмотренной выше безрезонаторной схемы. Специфика лазера – дискретный спектр частот продольных мод – в случае длинного резонатора, когда этот спектр практически сплошной, несущественна. Приближенно можно считать импульсы установившейся формы диссипативными солитонами самоиндуцированной прозрачности, если их протяженность много меньше длины резонатора. Однако в используемой далее терминологии мы будем говорить об этой ситуации как о режиме когерентной синхронизации мод, ранее предсказанной для сравнительно длинных импульсов излучения [71], см. также [72, 73].

Режим когерентного взаимодействия излучения со средой возникает для коротких и высокоамплитудных импульсов излучения. А именно, длительность импульса излучения должна быть короче времени релаксации поляризации среды T_2, а частота Раби $\Omega_R = dE_0/\hbar$, где d – дипольный момент перехода, E_0 – амплитуда электрического поля, должна значительно превышать обратное время релаксации: $\Omega_R \gg T_2^{-1}$ [56, 74, 75]. Использование когерентного механизма синхронизации мод позволяет снять ограничения на длительность лазерных импульсов, накладываемые временем T_2, и генерировать короткие импульсы с длительностью вплоть до одного цикла колебаний за счет явления самоиндуцированной прозрачности напрямую в лазере. Для предельно коротких импульсов в лазере с длинным резонатором такой режим был получен в расчетах [76]. Экспериментально синхронизация мод в лазере с когерентным поглотителем за счет формирования 0π импульсов в поглотителе наблюдалась в работах [77, 78]. Явление самоиндуцированной прозрачности демонстрировалось экспериментально в титан-сапфировом лазере, в резонаторе которого была расположена ячейка с парами рубидия [79]. Однако самоиндуцированная прозрачность не являлась в этом случае причиной возникновения синхронизации мод, она возникала за счет насыщающегося поглотителя SESAM. Первое экспериментальное наблюдение режима когерентной синхронизации мод было проведено только недавно [80].

Далее в этом разделе особое внимание уделяется получению коротких импульсов в лазерах за счет явления самоиндуцированной прозрачности (когерентная синхронизация мод) в компактных коротких лазерах и последним экспериментальным наблюдениям такого режима.

Когерентная синхронизация мод в двухсекционных лазерах. В первых теоретических работах [71–73, 76] по когерентной синхронизации мод в лазерах с кольцевым резонатором предполагалось, что смесь из усиливающих и поглощающих центров равномерно распределена в оптическом резонаторе и для инициирования генерации необходим внешний затравочный импульс (жесткое возбуждение генерации, которое в безрезонаторной схеме необходимо для устойчивости диссипативных солитонов). В такой системе самостарт генерации невозможен. В последующих работах [81–83] было показано существование режима когерентной синхронизации мод, когда поглощающая и усиливающая среда разделены в пространстве, что соответствует ситуации, реализуемой на практике. В такой системе уже возможен самостарт генерации. Кроме того, в лазере с линейным резонатором, в котором распространяются встречные волны излучения, встает вопрос о влиянии решеток населенностей на генерируемые импульсы.

Для моделирования генерации в лазере с двухуровневой средой и линейным резонатором необходимо использовать полную систему уравнений Максвелла–Блоха. При генерации единственной поперечной моды лазера эта система имеет вид:

$$\frac{\partial \rho_{12}(z,t)}{\partial t} = = -\frac{\rho_{12}(z,t)}{T_2} + i\omega_0 \rho_{12}(z,t) - \frac{i}{\hbar} d_{12} E(z,t) n(z,t), \quad (13)$$

$$\frac{\partial n(z,t)}{\partial t} = -\frac{n(z,t) - n_0(z)}{T_1} + \frac{4}{\hbar} d E(z,t) \mathrm{Im}\rho_{12}(z,t), \quad (14)$$

$$P(z,t) = 2N \mathrm{Re}\rho_{12}(z,t), \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P(z,t)}{\partial t^2}. \quad (16)$$

Уравнения Блоха (13), (14), применяемые как к усиливающей, так и поглощающей среде с соответствующей заменой параметров, описывают эволюцию недиагонального элемента матрицы плотности ρ_{12} и разности населенности n между основным и возбужденным состоянием двухуровневой системы. Распространение излучения вдоль оси z описывается волновым уравнением (16). Оно содержит поляризацию среды, связанную с недиагональным элементом матрицы плотности ρ_{12} согласно выражению (15). Остальные параметры модели таковы: ω_0 – частота резонансного перехода двухуровневой среды, параметр n_0 имеет смысл разности населенностей при отсутствии электрического поля, N – концентрация частиц, T_1 – время релаксации разности населенностей.

Мы рассматривали линейный резонатор ультрамалой длины с металлическими зеркалами. Они моделируются схемой Друде [84]:

$$\ddot{r} + \gamma \dot{r} = \frac{e}{m} E, \quad (17)$$

$$P = N_{el} e r, \quad (18)$$

где γ – показатель трения (торможения) электронов в металле, e – заряд электрона, N_{el} – концентрация свободных электронов в металле. Уравнение (17) описывает смещение электронов r в металле в модели Друде под действием электрического поля E. Поляризация, обусловленная смещениями электронов, дается уравнением (18).

Система уравнений (13)–(18) решалась нами численно при различных временах релаксации среды, длинах резонатора и концентрациях поглощающих и усиливающих частиц. Результаты проведенных расчетов показали возможность генерации ПКИ с длительностью вплоть до одного цикла колебаний. Расчеты, иллюстрируемые рис. 1, показывают, что внесение поглотителя приводит к генерации одноцикловых импульсов.

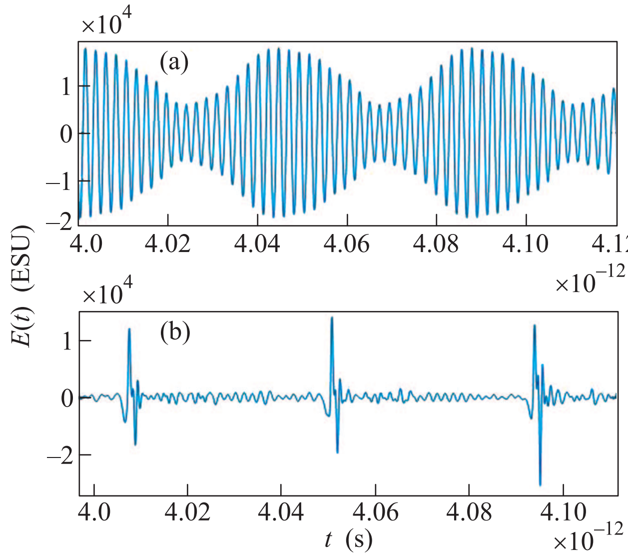

Рис. 1. (Цветной онлайн) Результаты расчета напряженности электрического поля на выходе лазера от времени. (a) – Лазер без поглотителя в резонаторе. (b) – Предельно короткие импульсы в режиме когерентной синхронизации мод при размещении поглотителя в резонаторе. Длина резонатора 6.3 мкм, длина усилителя 2.45 мкм, поглотителя – 2.1 мкм, длина волны перехода в усиливающей и поглощающей средах 700 нм. Параметры усиливающей среды снабжены индексом g, поглощающей индексом a. $N_g = 2.5 \cdot 10^{20}$ см$^{-3}$, $d_g = 5$ Дебай, $T_{g1} = 10^{-13}$ с, $T_{g2} = 10^{-14}$ с, $N_a = 2 \cdot 10^{20}$ см$^{-3}$, $d_a = 10$ Дебай, $T_{a1} = 8 \cdot 10^{-14}$ с, $T_{a2} = 8 \cdot 10^{-14}$ с

Экспериментально режим когерентной синхронизации мод исследовался нами в двухсекционных лазерах двух типов – лазере на красителе [77, 78] и титан-сапфировом лазере [80], внутри резонаторов которых были ячейки с когерентным поглотителем: пары молекулярного йода и пары атомов рубидия соответственно. Для лазера на красителе режим синхронизации мод возникал за счет когерентного характера взаимодействия лазерного излучения с переходами в парах йода, которые были в ячейке. При этом импульсы генерации были 0π импульсами (с нулевой площадью огибающей [74, 85]), в нашем случае они имели, как правило, два максимума интенсивности за время двойного обхода резонатора, см. рис. 2. Численное моделирование показало удовлетворительное качественное совпадение формы импульсов с наблюдавшейся в эксперименте [78].

Дальнейшие эксперименты были проведены на установке с титан-сапфировым лазером, содержа-

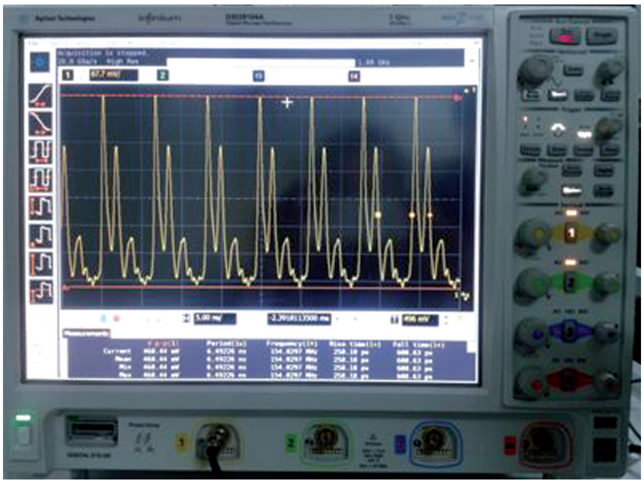

Рис. 2. (Цветной онлайн) Временная зависимость интенсивности генерации лазера на красителе в режиме синхронизации мод на длине волны 585.181 нм. Развертка 5 нс/дел

щим поглощающую ячейку с парами рубидия. Детали установки описаны в [80]. Приведем кратко схему и основные результаты экспериментов. В резонаторе лазера размещались спектрально-селективные элементы (фильтр Лио и эталон Фабри–Перо) для перестройки длины волны генерации. Синхронизация мод возникала при настройке длины волны генерации на 794 нм DI и 780 нм DII линии рубидия. Режим синхронизации мод всегда сопровождался интенсивной люминесценцией паров рубидия в ячейке, и именно они являлись причиной его возникновения, поскольку при охлаждении ячейки жидким азотом, когда концентрация поглощающих атомов становилась крайне малой, синхронизация пропадала. Синхронизация мод не наблюдалась, если длина волны генерации не совпадала с резонансными переходами DI и DII в рубидии. Отметим, что режим синхронизации мод удалось наблюдать в линейной и кольцевой конфигурациях резонатора. Особенность кольцевого резонатора была в том, что была возможна как однонаправленная генерация, так и генерация двух встречных волн с переключениями между ними.

Примеры осциллограмм интенсивности выходящего из лазера излучения в режиме синхронизации мод даны на рис. 3. Анализ данных экспериментов показал, что режим синхронизации мод возникал именно вследствие явления самоиндуцированной прозрачности в парах рубидия, а не за счет явления керровской линзы и насыщения поглощения в парах рубидия. Об этом свидетельствует тот факт, что режим синхронизации мод наблюдался в условиях малой мощности генерации, когда эффект керровской линзы не мог возникнуть. Также длительность импульсов генерации в наших экспериментах составляла единицы нс и сотни пс, что короче времени релаксации $T_2 = 2T_1$, где для рубидия $T_1 = 27$ нс. Поэтому взаимодействие импульсов с парами рубидия являлось когерентным. Наконец, измеренные длительности импульсов, как показали численные оценки, соответствовали 2π-импульсам самоиндуцированной прозрачности [80]. Насколько нам известно, это первая экспериментальная демонстрация режима когерентной синхронизации мод за счет явления самоиндуцированной прозрачности в поглотителе; по нашим сведениям, до сих пор такой режим обсуждался только теоретически [71–73, 76, 81–83, 86, 87]. Хотя на сегодня полученные экспериментально импульсы еще не являются предельно короткими, важно, что подтверждение реализуемости подхода открывает путь к продвижению в эту область экстремальной лазерной физики.

5. Распространение и взаимодействие предельно коротких импульсов в резонансных средах. Распространению коротких импульсов посвящен ряд обзоров, см. [35–37, 88, 89] и цитируемую литературу. В них, однако, обычно рассматривается ситуация, когда центральная частота импульсов лежит вдали от частоты резонансного перехода в среде, а вопросы резонансного, когерентного взаимодействия света со средой не обсуждаются. В данном разделе представлены недавние результаты по когерентному распространению ПКИ в резонансной среде.

При когерентном взаимодействии двух коротких импульсов с резонансными средами (длительность импульсов короче времен релаксации T_1 и T_2 в резонансной среде) возможно наведение решеток разности населенностей, когда импульсы не перекрываются в среде, см. [90–92], а также обзор [93] и цитируемую литературу. Ранее такая возможность изучалась экспериментально и теоретически для последовательности длинных импульсов, когда применимы представления о медленно меняющейся огибающей поля [90–93]. Создание решеток связано с взаимодействием падающих импульсов с волнами поляризации среды, наведенными предыдущим импульсом, прошедшим среду [93]. При прохождении короткого импульса (длительность короче T_2) через среду возникает волна макроскопической поляризации среды. Эти волны существуют в течение времени T_2. Если на интервале времени короче T_2 в среду, которую покинул первый импульс, ввести второй импульс в направлении, противоположном первому импульсу, то в результате взаимодействия второго импульса с волной поляризацией в среде возникнет гармониче-

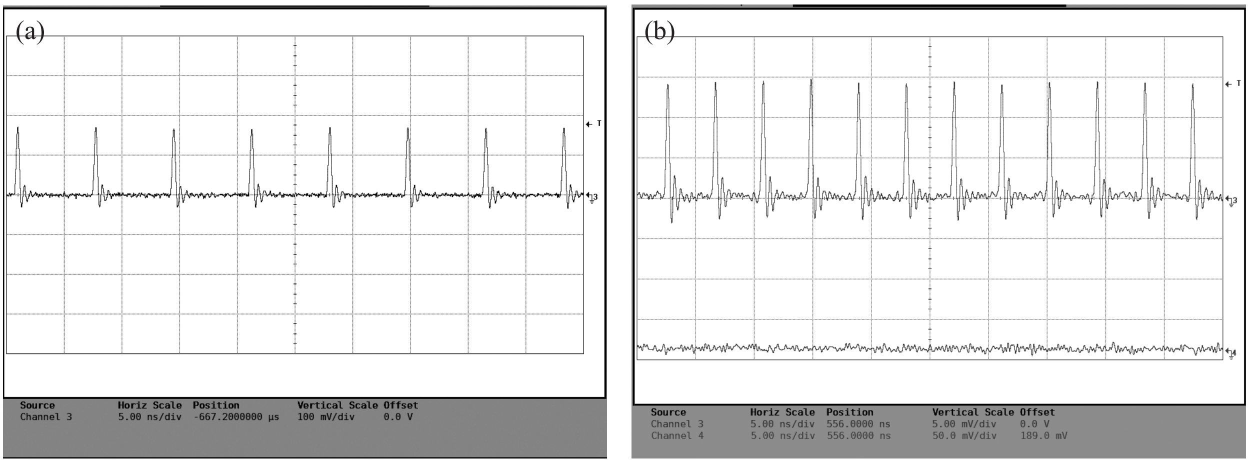

Рис. 3. Осциллограммы импульсов генерации титан-сапфирового лазера с ячейкой, содержащей пары рубидия, в режиме синхронизации мод на линии DI рубидия. Цена деления по оси времени 5 нс. (a) – Линейный резонатор, (b) – Кольцевой резонатор в режиме однонаправленной генерации

ская решетка разности населенностей. В традиционном подходе такие решетки создаются экспериментально при интерференции пересекающихся в среде длинных квазимонохроматических пучков [94]. Дифракция света на таких решетках находит многочисленные применения в оптике и спектроскопии [94]. Так, в экспериментах [90–93] по созданию таких решеток при когерентном взаимодействии не пересекающихся в среде импульсов удалось измерить время релаксации поляризации T_2 среды.

Возможность создания светоиндуцированных решеток с помощью ПКИ была изучена теоретически сравнительно недавно. В работах [95–97] показана возможность наведения, стирания и сверхбыстрого управления решетками разности населенностей в резонансной среде с помощью последовательности биполярных аттосекундных оптических импульсов, не перекрывающихся в среде. Пример динамики таких решеток приведен на рис. 4.

В [98, 99] теоретически изучена возможность наведения, стирания и сверхбыстрого управления решетками поляризации и разности населенностей с помощью последовательности субцикловых униполярных импульсов аттосекундной длительности. При этом импульсы также не перекрываются в среде. Теоретический анализ велся с помощью аналитического и численного решения полной системы уравнений Максвелла–Блоха (без приближения медленно меняющихся огибающих) (13)–(16).

Как показывает рис. 4, возможным оказывается быстрое изменение состояния резонансной среды на временах порядка периода колебаний световой волны. При этом с помощью последовательности аттосекундных импульсов возможно не только наведение, но и стирание и мультиплицирование пространственной частоты решеток. Возможность создания таких решеток открывает новые возможности в сверхбыст-

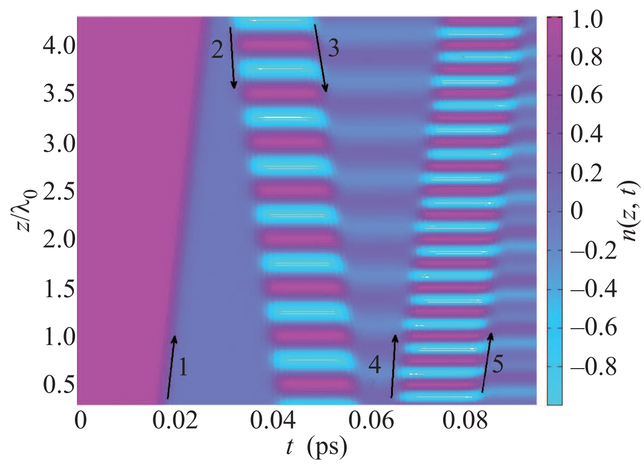

Рис. 4. (Цветной онлайн) Динамика светоиндуцированных решеток разности населенностей, наводимых последовательностью предельно коротких аттосекундных импульсов в двухуровневой резонансной среде. Параметры: $\lambda_0 = 700$ нм, $d = 5$ Дебай, $N = 10^{17}$ см$^{-3}$, $T_1 = 1$ нс, $T_2 = 5$ пс. Длина среды $\sim 5\lambda_0$. Среда возбуждалась последовательностью биполярных импульсов гауссовой формы $E(t) = E_0 e^{-\frac{t^2}{\tau^2}} \sin \omega_0 t$, центральная частота которых ω_0 соответствовала частоте резонанса среды, длительность импульса $\tau = 2.1$ фс, амплитуда поля $E_0 = 90000$ ESU. Цифры и стрелки указывают номер импульса и направление его распространения в среде. Видна возможность наведения, стирания и мультиплицирования пространственной частоты решеток

рой оптике с помощью аттосекундных импульсов. Отметим также, что возможность наведения таких решеток с помощью последовательности ТГц ПКИ, когда частота резонанса среды лежит в ТГц диапазоне частот, изучалась в работе [100].

Наведение светоиндуцированных структур разности населенностей в условиях, когда аттосекундные импульсы перекрываются в центре среды, изучалось в статьях [101, 102]. Так, в [102] показано, что среда может находиться в состояниях с различной населенностью уровней по разные стороны от области перекрытия импульсов. Например, возникают волны макроскопической поляризации среды, имеющие разную пространственную частоту и бегущие в противоположных направлениях [102].

В заключение отметим, что для субцикловых импульсов нарушается теорема площадей Мак-Кола и Хана [103]. Однако имеется ряд общих закономерностей, присущих как предельно коротким, так и более длинным импульсам излучения. Например, в работе [104] теоретически показана возможность расщепления субциклового униполярного импульса с большой электрической площадью на пару полуцикловых импульсов при когерентном распространении в резонансно-поглощающей среде, что аналогично расщеплению 4π-импульсов большей длительности. В то же время представленные результаты свидетельствуют о необходимости дальнейшего уточнения ряда ключевых подходов к описанию генерации и распространения предельно коротких оптических импульсов, что может открыть новые перспективы в развитии этого физически интересного и потенциально важного для приложений направления.

Исследования поддержаны грантами Российского фонда фундаментальных исследований # 16-02-00762 и 19-02-00312. Теоретическое исследование генерации предельно коротких импульсов с помощью когерентной синхронизации мод в лазерах и экспериментальные исследования режима когерентной синхронизации мод в титан-сапфировом лазере входят в план работ заявки на грант Российского научного фонда # 19-72-00012.

Эксперименты проведены с использованием оборудования ресурсного центра Научного парка СПбГУ "Оптические и лазерные методы исследования вещества".

---

1. U. Keller, Appl. Phys. B **100**, 15 (2010).
2. F. Krausz and M. Ivanov, Rev. Mod. Phys. **81**, 163 (2009).
3. C. Manzoni, O. D. Mucke, G. Cirmi, S. Fang, J. Moses, Sh.-W. Huang, K.-H. Hong, G. Cerullo, and F. Kartner, Laser Photonics Rev. **9**, 129 (2015).
4. F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, and M. Nisoli, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **49**, 062001 (2016).
5. K. Ramasesha, S. R. Leone, and D. M. Neumark, Annu. Rev. Phys. Chem. **67**, 41 (2016).
6. M. T. Hassan, T. T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A. M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, and E. Goulielmakis, Nature **530**, 66 (2016).
7. H.-C. Wu and J. Meyer-ter-Vehn, Nat. Photon. **6**, 304 (2012).
8. J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, and Z. Xu, Sci. Rep. **8**, 2669 (2018).
9. https://eli-laser.eu/.
10. Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **107**(5), 761 (2009) [N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **107**(5), 721 (2009)].
11. N. N. Rosanov, V. V. Kozlov, and S. Wabnitz, Phys. Rev. A **81**(4), 043815 (2010).
12. Н. Н. Розанов, *Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто-*, Физматлит, М. (2011).
13. Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **118**(6), 975 (2015) [N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **118**(6), 943 (2015)].
14. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, Квантовая электроника **48**, 532 (2018) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Pakhomov, and N. N. Rosanov, Quantum Electron. **48**, 532 (2018)].
15. Н. Н. Розанов, Р. М. Архипов, М. В. Архипов, УФН **188**, 1347 (2018) [N. N. Rosanov, M. V. Arkhipov, and R. M. Arkhipov, Phys. Usp. **61**, 1227 (2018)].
16. Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **125**, 818 (2018) [N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **125**, 1012 (2018)].
17. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, М. (1988).
18. Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **126**, 211 (2019) [N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **126**(2), (2019)].
19. Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **124**, 75 (2018) [N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **124**, 72 (2018)].
20. R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, Opt. Lett. **44**, 1202 (2019).
21. D. Dimitrovski, E. A. Solov'ev, and J. S. Briggs, Phys. Rev. Lett. **93**, 083003 (2004).
22. D. Dimitrovski, E. A. Solov'ev, and J. S. Briggs, Phys. Rev. A **72**, 043411 (2005).

23. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ **9**, 1163 (1939).
24. А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов, *Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике*, Наука, М. (1971) [A. I. Baz, Ya. B. Zel'dovich, A. M. Perelomov, *Scattering, reactions, and decay in non-relativistic quantum mechanics*, IPST Press, Jerusalem (1969)].
25. Д. Н. Макаров, В. И. Матвеев, Письма в ЖЭТФ **103**, 464 (2016) [D. N. Makarov and V. I. Matveev, JETP Lett. **103**, 415 (2016)].
26. Д. Н. Макаров, В. И. Матвеев, Письма в ЖЭТФ **103**, 851 (2016) [D. N. Makarov and V. I. Matveev, JETP Lett. **103**, 756 (2016)].
27. Э. М. Беленов, В. А. Исаков, А. В. Назаркин, Квантовая электроника **20**, 1045 (1993) [E. M. Belenov, V. A. Isakov, and A. V. Nazarkin, Quantum Electron. **23**, 911 (1993)].
28. Е. Г. Бессонов, ЖЭТФ **80**, 852 (1981) [E. G. Bessonov, Sov. Phys. JETP **53**, 433 (1981)].
29. E. G. Bessonov, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **308**, 135 (1991).
30. G. Naumenko and M. Shevelev, J. Instrum. **13**(05), C05001 (2018).
31. K. Reiman, Rep. Progr. Phys. **70**, 1597 (2007).
32. H. G. Roskos, M. D. Thomson, M. Kress, and T. Loeffler, Laser Photonics Rev. **1**, 349 (2007).
33. P. A. Obraztsov, T. Kaplas, S. V. Garnov, M. Kuwata-Gonokami, A. N. Obraztsov, and Y. P. Svirko, Sci. Rep. **4**, 4007 (2014).
34. Y. Gao, T. Drake, Z. Chen, and M. F. DeCamp, Opt. Lett. **33**, 2776 (2008).
35. А. И. Маймистов, Квантовая электроника **30**, 287 (2000) [A. I. Maimistov, Quantum Electron. **30**, 287 (2000)].
36. А. И. Маймистов, Квантовая электроника **40**, 756 (2010) [A. I. Maimistov, Quantum Electron. **40**, 756 (2010)].
37. H. Leblond and D. Mihalache, Phys. Rep. **523**, 61 (2013).
38. Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, Ю. А. Толмачев, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **105**, 388 (2017) [R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, Yu. A. Tolmachev, and N. N. Rosanov, JETP Lett. **105**, 408 (2017)].
39. R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, Yu. A. Tolmachev, and N. N. Rosanov, Laser Phys. **27**, 053001 (2017).
40. Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **122**, 993 (2017) [A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **122**, 949 (2017)].
41. M. V. Arkhipov, R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. V. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, Opt. Lett. **42**, 2189 (2017).
42. А. В. Пахомов, Р. М. Архипов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **123**, 901 (2017) [A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **123**, 913 (2017)].
43. V. V. Kozlov, N. N. Rosanov, C. D. Angelis, and S. Wabnitz, Phys. Rev. A **84**, 023818 (2011).
44. Р. М. Архипов, Оптика и спектроскопия **120**, 802 (2016) [R. M. Arkhipov, Optics and Spectroscopy **120**, 756 (2015)].
45. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, P. A. Belov, Yu. A. Tolmachev, and I. Babushkin, Laser Phys. Lett. **13**, 046001 (2016).
46. R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. V. Babushkin, M. V. Arkhipov, Yu. A. Tolmachev, and N. N. Rosanov, J. Opt. Soc. Am. B **33**, 2518 (2016).
47. A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, I. V. Babushkin, M. V. Arkhipov, and N. N. Rosanov, Laser Phys. Lett. **13**, 126001 (2016).
48. A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, I. V. Babushkin, M. V. Arkhipov, Yu. A. Tolmachev, and N. N. Rosanov, Phys. Rev. A **95**, 013804 (2017).
49. Р. М. Архипов, Д. О. Жигулева, А. В. Пахомов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **124**, 505 (2018) [R. M. Arkhipov, D. O. Zhiguleva, A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, and I. Babushkin, Optics and Spectroscopy **124**, 536 (2018)].
50. D. O. Ziguleva, R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, Opt. Commun. **424**, 170 (2018).
51. A. V. Pakhomov, R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, N. N. Rosanov, and I. Babushkin, Sci. Rep. **9**, 7444 (2019).
52. Б. М. Болотовский, В. Л. Гинзбург, УФН **106**, 577 (1972) [B. M. Bolotovskii and V. L. Ginzburg, Sov. Phys. Usp. **15**, 184 (1972)].
53. В. Л. Гинзбург, *Теоретическая физика и астрофизика*, Дополнительные главы, 2-е изд., Рипол Классик, М. (1981), гл. 9, с. 211 [V. L. Ginzburg, *Theoretical physics and astrophysics*, Pergamon Press Ltd, Oxford (1979), ch. VIII, p. 171].
54. Б. М. Болотовский, А. В. Серов, УФН **175**, 943 (2005) [B. M. Bolotovskii and A. V. Serov, Phys. Usp. **48**, 903 (2005)].
55. Г. Б. Малыкин, Е. А. Романец, Оптика и спектроскопия **112**(6), 993 (2012) [G. B. Malykin and E. A. Romanets, Optics and Spectroscopy **112**(6), 920 (2012).
56. S. L. McCall and E. L. Hahn, Phys. Rev. **183**, 457 (1969).

57. R. K. Bullough and F. Ahmad, Phys. Rev. Lett. **27**, 330 (1971).
58. А. Ю. Пархоменко, С. В. Сазонов, ЖЭТФ **114**, 1595 (1998) [A. Yu. Parkhomenko and S. V. Sazonov, JETP **87**, 864 (1998)].
59. A. E. Kaplan and P. L. Shkolnikov, Phys. Rev. Lett. **75**, 2316 (1995).
60. V. P. Kalosha and J. Herrmann, Phys. Rev. Lett. **83**, 544 (1999).
61. H. Leblond, H. Triki, and D. Mihalache, Phys. Rev. A **85**, 053826 (2012).
62. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **92**, 260 (2010) [A. N. Bugay and S. V. Sazonov, JETP Lett. **92**, 232 (2010)].
63. A. N. Bugay and S. V. Sazonov, Phys. Lett. A **374**, 1093 (2010).
64. X. Song, W. Yang, Z. Zeng, R. Li, and Z. Xu, Phys. Rev. A **82**, 053821 (2010).
65. X. Song, Z. Hao, M. Yan, M. Wu, and W. Yang, Laser Phys. Lett. **12**,105003 (2015).
66. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, И. П. Прокопович, Письма в ЖЭТФ **55**, 223 (1992) [E. M. Belenov, A. V. Nazarkin, and I. P. Prokopovich, JETP Lett. **55**, 218 (1992)].
67. Э. М. Беленов, П. Г. Крюков, А. В. Назаркин, И. П. Прокопович, ЖЭТФ **105**, 28 (1994) [E. M. Belenov, P. G. Kryukov, A. V. Nazarkin, and I. P. Prokopovich, JETP **78**, 15 (1994)].
68. Н. В. Высотина, Н. Н. Розанов, В. Е. Семенов, Письма в ЖЭТФ **83**, 337 (2006) [N. V. Vysotina, N. N. Rozanov, and V. E. Semenov, JETP Lett. **83**, 279 (2006)].
69. Н. Н. Розанов, В. Е. Семенов, Н. В. Высотина, Квантовая электроника **38**, 137 (2008) [N. N. Rosanov, V. E. Semenov, and N. V. Vysotina, Quant. Electron. **38**, 137 (2008)].
70. Н. В. Высотина, Н. Н. Розанов, В. Е. Семенов, Оптика и спектроскопия **106**, 793 (2009) [N. V. Vysotina, N. N. Rosanov, and V. E. Semenov, Optics and Spectroscopy **106**, 713 (2009)].
71. V. V. Kozlov, Phys. Rev. A **56**, 1607 (1997).
72. M. A. Talukder and C. R. Menyuk, Phys. Rev. Lett. **102**, 023903 (2009).
73. M. A. Talukder and C. R. Menyuk, Phys. Rev. A **79**, 063841 (2009).
74. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, М. (1978) [L. Allen and J. H. Eberly, *Optical resonance and two-level atoms*, Wiley, N.Y. (1975)].
75. П. Г. Крюков, В. С. Летохов, УФН **99**, 169 (1969) [P. G. Kryukov and V. S. Letokhov, Sov. Phys. Usp. **12**, 641 (1970)].
76. V. V. Kozlov, N. N. Rosanov, and S. Wabnitz, Phys. Rev. A **84**(5), 053810 (2011).
77. М. В. Архипов, Р. М. Архипов, А. А. Шимко, И. Бабушкин, Письма в ЖЭТФ **101**, 250 (2017) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. A. Shimko, and I. Babushkin, JETP Lett. **101**, 232 (2015)].
78. M. V. Arkhipov, A. A. Shimko, R. M. Arkhipov, I. Babushkin, A. A. Kalinichev, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, Las. Phys. Lett. **15**, 075003 (2018).
79. K. Masuda, C. Affolderbach, G. Mileti, J. C. Diels, and L. Arissian, Opt. Lett. **40**, 2146 (2015).
80. М. В. Архипов, Р. М. Архипов, А. А. Шимко, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **109**, 657 (2019) [M. V. Arkhipov, R. M. Arkhipov, A. A. Shimko, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, JETP Lett. (2019) (in press)].
81. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, И. В. Бабушкин, Письма в ЖЭТФ **101**, 164 (2015) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and I. V. Babushkin, JETP Lett. **101**, 149 (2015)].
82. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and I. V. Babushkin, Opt. Comm. **361**, 73 (2016).
83. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, Opt. Lett. **41**, 737 (2016).
84. Э. Вольф, М. Борн, *Основы оптики*, Наука, М. (1973) [M. Born and E. Wolf, *Principle of Optics*, Pergamon Press, N.Y. (1980)].
85. J. E. Rothenberg, D. Grischkowsky, and A. C. Balant, Phys. Rev. Lett. **53**, 552 (1984).
86. V. P. Kalosha, M. Muller, and J. Herrmann, Opt. Lett. **23**, 117 (1998).
87. V. P. Kalosha, M. Müller, and J. Herrmann, J. Opt. Soc. Am. B **16**, 323 (1999).
88. D. V. Skryabin and A. V. Gorbach, Rev. Mod. Phys. **82**, 1287 (2010).
89. J. M. Dudley, G. Genty, and S. Coen, Rev. Mod. Phys. **78**, 1135 (2006).
90. I. D. Abella, N. A. Kurnit, and S. R. Hartmann, Phys. Rev. **141**, 391 (1966).
91. Е. И. Штырков, В. С. Лобков, Н. Г. Ярмухаметов, Письма в ЖЭТФ **27**, 685 (1978) [E. I. Shtyrkov, V. S. Lobkov, and N. G. Yarmukhametov, JETP Lett. **27**, 648 (1978)].
92. M. Szczurek and M. Kusnierz, Opt. Commun. **74**, 121 (1989).
93. Е. И. Штырков, Оптика и спектроскопия **114**, 105 (2013) [E. I. Shtyrkov, Optics and Spectroscopy **114**, 96 (2013)].
94. H. J. Eichler, E. Günter, and D. W. Pohl, *Laser-Induced Dynamic Gratings*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, N.Y., Tokyo (1981).
95. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **121**, 810 (2016) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **121**, 758 (2016)].

96. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, Opt. Lett. **41**, 4983 (2016).
97. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, Sci. Rep. **7**, 12467 (2017).
98. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, Квантовая электроника **47**, 589 (2017) [R. M. Arkhipov, V. Arkhipov, I. Babushkin, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, Quant. Electron. **47**, 589 (2017)].
99. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, Laser Phys. Lett. **14**, 1 (2017).
100. Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, М. В. Архипов, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **125**, 564 (2019) [R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, Opt. Spectr. **125**, 584 (2018)].
101. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, И. Бабушкин, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **123**, 600 (2017) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, I. Babushkin, and N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **123**, 610 (2017)].
102. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, Д. О. Жигулева, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **124**, 510 (2018) [R. M. Arkhipov, A. V. Pakhopmov, M. V. Arkhipov, D. O. Zhiguleva, and N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **124**, 541 (2018)].
103. A. V. Tarasishin, S. A. Magnitskii, V. A. Shuvaev, and A. M. Zheltikov, Opt. Express. **8**, 452 (2001).
104. Р. М. Архипов, Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **124**, 691 (2018) [R. M. Arkhipov and N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **124**, 726 (2018)].