Письма в ЖЭТФ, том 110, вып. 4, с. 217 – 221

Распад $\tau \to \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau$ с учетом расщепления промежуточного основного аксиально векторного мезона K_{1A} на два физических состояния $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$

М. К. Волков[1)], *А. А. Пивоваров*[1)]

Лаборатория теоретической физики, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 26 июня 2019 г.
После переработки 26 июня 2019 г.
Принята к публикации 5 июля 2019 г.

Ширина распада $\tau \to \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau$ вычислена в расширенной модели Намбу–Иона-Лазинио. Учтены промежуточные аксиально векторные, векторные и псевдоскалярные мезоны как в основном, так и в первом радиально возбужденном состоянии. Учтено также расщепление аксиально векторного промежуточного состояния K_{1A} на два физических мезона $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$, обусловленное смешиванием аксиально векторных странных мезонов из нонетов $^3P_1$ и $^1P_1$. Полученные результаты находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными.

DOI: 10.1134/S0370274X1916001X

1. Введение. В работе [1] была вычислена ширина распада $\tau \to \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau$ в рамках модели Намбу–Иона-Лазинио (НИЛ) [2–11]. При этом вклады от основных промежуточных состояний аксиально векторных, векторных и псевдоскалярных мезонов вычислялись в рамках стандартной модели НИЛ. После этого были учтены вклады от промежуточных возбужденных состояний с использованием расширенной модели НИЛ [11–15].

В предлагаемой работе все эти вклады вычисляются в рамках единой расширенной модели НИЛ. Кроме того, важным дополнительным качеством проведенных здесь исследований является учет расщепления промежуточного основного аксиально векторного мезона K_{1A} на два физических наблюдаемых состояния $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$ [16]. Подобная ситуация является следствием смешивания двух аксиально векторных состояний K_{1A} и K_{1B}, первый из которых имеет квантовые числа $J^{PC} = 1^{++}$, а второй – квантовые числа $J^{PC} = 1^{+-}$. Первый из них является членом нонета $^3P_1$, описываемого стандартной U(3) × U(3) моделью НИЛ, в то время как второй принадлежит нонету $^1P_1$, не входящему в состав стандартной модели НИЛ. Интересно отметить, что нестранные аксиально векторные мезоны $a_1(1260)$ и $b_1(1235)$, принадлежащие тем же нонетам $^3P_1$ и $^1P_1$, соответственно, не смешиваются друг с другом, и существование мезона $b_1(1235)$ никак не влияет на вычисления, проводимые в рамках модели НИЛ. Это является следствием близости масс u- и d-кварков. В то же время при появлении странных кварков (m_s и m_u заметно отличаются друг от друга) нарушается киральная симметрия. В результате мезоны K_{1A} и K_{1B} смешиваются друг с другом, что приводит к появлению двух физически наблюдаемых состояний $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$. Эффект этого смешивания обсуждался в работах [6, 17–19]. В результате состояния K_{1A} и K_{1B} можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} K_{1A} &= K_1(1270)\sin\alpha + K_1(1400)\cos\alpha, \\ K_{1B} &= K_1(1270)\cos\alpha - K_1(1400)\sin\alpha. \end{aligned} \tag{1}$$

Для угла альфа мы выбираем значение 57°, что согласуется с работами [6, 17–19]. В то же время в Particle Data Group (PDG) указывается возможность выбора этого угла 45°. Однако мы предпочитаем значение 57°, поскольку такой выбор угла приводит к согласию с экспериментально измеренной массой каона при использовании обобщения формулы Гелл–Манна–Оакеса–Реннера на случай каонов [19]. Также такое значение угла согласуется с результатами, полученными в работе [20].

2. Лагранжиан взаимодействия расширенной модели НИЛ. В расширенной модели НИЛ фрагмент кварк-мезонного лагранжиана взаимодействия, содежащего мезоны, задействованные в рассматриваемом процессе, принимает вид [13, 15]:

$$\Delta L_{\text{int}} = \bar{q}\left[\frac{1}{2}\gamma^\mu\gamma^5 \sum_{j=\pm} \lambda_j^K \left(A_{K_1} K_{1\mu}^j + B_{K_1} K_{1\mu}^{'j}\right) + \right.$$

1) e-mail: volkov@theor.jinr.ru; tex_k@mail.ru

$$+\frac{1}{2}\gamma^\mu \sum_{j=\pm,0}\lambda_j^K\left(A_{K^*}K_\mu^{*j}+B_{K^*}K_\mu^{*'j}\right)+$$
$$\left.+i\gamma^5\sum_{j=\pm}\lambda_j^K\left(A_K K^j+B_K K'^j\right)+i\gamma^5\sum_{j=\pm}\lambda_j^\pi A_\pi\pi^j\right]q, \quad (2)$$

где q и $\bar{q}$ поля u-, d- и s-кварков с составляющими массами $m_u \approx m_d = 280$ МэВ, $m_s = 420$ МэВ, возбужденные мезонные состояния отмечены штрихом,

$$A_M = \frac{1}{\sin(2\theta_M^0)}\times$$
$$\times\left[g_M\sin(\theta_M+\theta_M^0)+g_M^{'}f_M(k_\perp^2)\sin(\theta_M-\theta_M^0)\right],$$
$$B_M = \frac{-1}{\sin(2\theta_M^0)}\times$$
$$\times\left[g_M\cos(\theta_M+\theta_M^0)+g_M^{'}f_M(k_\perp^2)\cos(\theta_M-\theta_M^0)\right]. \quad (3)$$

Индекс M обозначает соответствующий мезон.

$f\left(k_\perp^2\right) = \left(1+dk_\perp^2\right)\theta(\Lambda^2-k_\perp^2)$ – формфактор, описывающий первые радиально возбужденные мезонные состояния, параметр наклона d однозначно фиксируется из требования неизменности кваркового конденсата после включения радиально возбужденных состояний и зависит только от кваркового состава соответствующего мезона:

$$d_{uu} = -1.784\times10^{-6}\,\text{МэВ}^{-2},$$
$$d_{us} = -1.761\times10^{-6}\,\text{МэВ}^{-2}. \quad (4)$$

Поперечный относительный импульс внутренней кварк-антикварковой системы может быть представлен в виде

$$k_\perp = k-\frac{(kp)p}{p^2}, \quad (5)$$

где p – импульс мезона. В системе покоя мезона

$$k_\perp = (0,\mathbf{k}). \quad (6)$$

Следовательно, этот импульс может быть использован в трехмерном виде.

Параметры θ_M – углы смешивания которые были зафиксированы после диагонализации свободного лагранжиана с основными и первыми радиально возбужденными состояниями [13, 15]:

$$\theta_{K_1} = 85.97^\circ, \quad \theta_{K^*} = 84.74^\circ,$$
$$\theta_K = 58.11^\circ, \quad \theta_\pi = 59.48^\circ. \quad (7)$$

Вспомогательные величины θ_M^0 вводятся для удобства:

$$\sin\left(\theta_M^0\right) = \sqrt{\frac{1+R_M}{2}},$$
$$R_{K_1} = R_{K^*} = \frac{I_{11}^{f_{us}}}{\sqrt{I_{11}I_{11}^{f_{us}^2}}},$$
$$R_K = \frac{I_{11}^{f_{us}}}{\sqrt{Z_K I_{11}I_{11}^{f_{us}^2}}},\quad R_\pi = \frac{I_{20}^{f_{uu}}}{\sqrt{Z_\pi I_{20}I_{20}^{f_{uu}^2}}}, \quad (8)$$

где

$$Z_\pi = \left(1-6\frac{m_u^2}{M_{a_1}^2}\right)^{-1}\approx 1.4,$$
$$Z_K = \left(1-\frac{3}{2}\sin^2\alpha\frac{(m_u+m_s)^2}{M_{K_1(1270)}^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{3}{2}\cos^2\alpha\frac{(m_u+m_s)^2}{M_{K_1(1400)}^2}\right)^{-1}\approx 1.76. \quad (9)$$

Здесь Z_π и Z_K – дополнительные константы перенормировки, появляющиеся в $\pi-a_1$ и $K-K_1$ переходах, соответственно, $M_{a_1} = 1299^{+12}_{-28}$ МэВ – масса мезона $a_1(1260)$ [21], $M_{K_1(1270)} = 1272\pm7$ МэВ – масса мезона $K_1(1270)$, $M_{K_1(1400)} = 1403\pm7$ МэВ – масса мезона $K_1(1400)$ [16]. В указанном выражении для Z_K учтено расщепление состояния K_{1A} на два физических мезона $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$ [19].

Интегралы, появляющиеся в кварковых петлях как результат перенормировки лагранжиана:

$$I_{n_1n_2}^{f^m} = -i\frac{N_c}{(2\pi)^4}\times$$
$$\times\int\frac{f^m(\mathbf{k}^2)}{(m_u^2-k^2)^{n_1}(m_s^2-k^2)^{n_2}}\theta(\Lambda^2-\mathbf{k}^2)\mathrm{d}^4k, \quad (10)$$

где $\Lambda = 1.03$ ГэВ – параметр обрезания.

Тогда

$$\theta_{K_1}^0 = \theta_{K^*}^0 = 59.56^\circ,$$
$$\theta_\pi^0 = 59.12^\circ, \quad \theta_K^0 = 55.52^\circ. \quad (11)$$

Матрицы λ – линейные комбинации матриц Гелл-Мана:

$$\lambda_+^K = \frac{\lambda_4+i\lambda_5}{\sqrt{2}},\quad \lambda_-^K = \frac{\lambda_4-i\lambda_5}{\sqrt{2}},\quad \lambda_0^K = \frac{\lambda_6+i\lambda_7}{\sqrt{2}},$$
$$\lambda_+^\pi = \frac{\lambda_1+i\lambda_2}{\sqrt{2}},\quad \lambda_-^\pi = \frac{\lambda_1-i\lambda_2}{\sqrt{2}}. \quad (12)$$

Константы связи:

$$g_{K_1} = g_{K^*} = \left(\frac{2}{3}I_{11}\right)^{-1/2},\quad g_{K_1}^{'} = g_{K^*}^{'} = \left(\frac{2}{3}I_{11}^{f^2}\right)^{-1/2},$$
$$g_K = \left(\frac{4}{Z_K}I_{11}\right)^{-1/2},\quad g_K^{'} = \left(4I_{11}^{f^2}\right)^{-1/2},$$
$$g_\pi = \left(\frac{4}{Z_\pi}I_{20}\right)^{-1/2},\quad g_\pi^{'} = \left(4I_{20}^{f^2}\right)^{-1/2}. \quad (13)$$

Под приведенным в лагранжиане основным состоянием поля K_1 подразумевается поле K_{1A}, относящееся к нонету ${}^3P_1$ и расщепляющееся на два физических состояния $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$ (1). Странные аксиально векторные мезоны из нонета ${}^1P_1$ в слабых распадах дают вклад в пределах погрешности модели, и их можно не учитывать [18].

3. Процесс $\tau \to \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau$ в модели Намбу–Иона-Лазинио. Диаграммы процесса $\tau \to \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau$ представлены на рис. 1, 2.

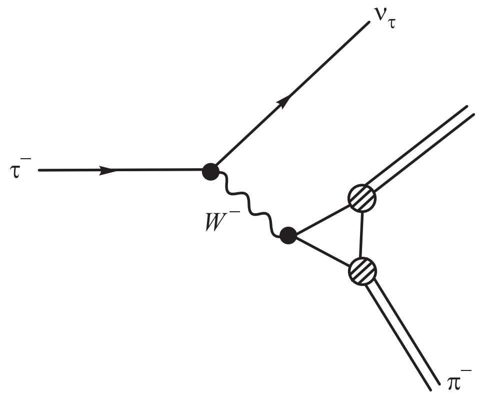

Рис. 1. Контактная диаграмма

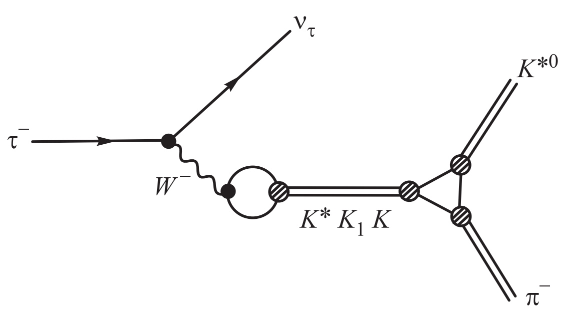

Рис. 2. Диаграмма с промежуточными мезонами

Амплитуда рассматриваемого процесса в расширенной модели НИЛ принимает вид:

$$\mathcal{M} = i\sqrt{2}G_F V_{us} g_\pi L_\mu \{\mathcal{M}_c + \mathcal{M}_{AV(1270)} + \mathcal{M}_{AV(1400)} + \mathcal{M}_V + \mathcal{M}_{PS} + \mathcal{M}_{AV'} + \mathcal{M}_{V'} + \mathcal{M}_{PS'}\}^{\mu\nu} e^*_\nu(p_{K^*}), \quad (14)$$

где G_F – константа Ферми, V_{us} – элемент матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскава, L_μ – лептонный ток, $e^*_\nu(p_{K^*})$ – поляризационный вектор мезона $K^*(892)$. Члены в скобках описывают вклады от контактной диаграммы и от диаграмм с различными промежуточными мезонами в основном и первом радиально возбужденном состояниях:

$$\mathcal{M}_c^{\mu\nu} = 3m_s \frac{C_{K^*}}{g_{K^*}} \Big\{ g^{\mu\nu} - \frac{2}{3}\frac{C_{a_1}}{C_{K^*}} I_{11}^{K^* a_1} \frac{g_{K^*}}{g_\rho} \frac{m_u}{m_s M_{a_1}^2} \times \left[\left(q^2 - M_{K^*}^2\right) g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu\right] \Big\} - i2m_u \left[I_{21}^{K^*} + m_u(m_s - m_u) I_{31}^{K^*}\right] e^{\mu\nu\lambda\delta} p_{\pi\lambda} p_{K^*\delta},$$

$$\mathcal{M}_{AV(1270)}^{\mu\nu} = 2\frac{C_{K_1}}{g_{K_1}} m_s I_{11}^{K^* K_1} \times \left\{ g^{\mu\lambda}\left[q^2 - \frac{3}{2}(m_s + m_u)^2\right] - q^\mu q^\lambda \right\} \times BW_{\lambda\delta}^{K_1(1270)} \sin^2\alpha \Big\{ g^{\delta\nu} - \frac{C_{a_1}}{g_\rho} \frac{I_{11}^{K_1 K^* a_1}}{I_{11}^{K^* K_1}} \frac{m_u}{m_s M_{a_1}^2} \times \left[\left(q^2 - M_{K^*}^2\right) g^{\delta\nu} - q^\delta q^\nu\right] \Big\},$$

$$\mathcal{M}_{AV(1400)}^{\mu\nu} = 2\frac{C_{K_1}}{g_{K_1}} m_s I_{11}^{K^* K_1} \times \left\{ g^{\mu\lambda}\left[q^2 - \frac{3}{2}(m_s + m_u)^2\right] - q^\mu q^\lambda \right\} \times BW_{\lambda\delta}^{K_1(1400)} \cos^2\alpha \Big\{ g^{\delta\nu} - \frac{C_{a_1}}{g_\rho} \frac{I_{11}^{K_1 K^* a_1}}{I_{11}^{K^* K_1}} \frac{m_u}{m_s M_{a_1}} \times \left[\left(q^2 - M_{K^*}^2\right) g^{\delta\nu} - q^\delta q^\nu\right] \Big\},$$

$$\mathcal{M}_V^{\mu\nu} = -i2\frac{C_{K^*}}{g_{K^*}} m_u \left[I_{21}^{K^* K^*} + m_u(m_s - m_u) I_{31}^{K^* K^*}\right] \times \left\{ g^{\mu\xi}\left[q^2 - \frac{3}{2}(m_s - m_u)^2\right] - q^\mu q^\xi \right\} \times BW_{\xi\zeta}^{K^*} e^{\zeta\nu\lambda\delta} p_{\pi\lambda} p_{K^*\delta},$$

$$\mathcal{M}_{PS}^{\mu\nu} = -2(m_s + m_u)\frac{Z_K}{g_K} C_K I_{11}^{K^* K} \times \left[1 - 6\frac{C_{K_1}}{C_K}\frac{g_K}{g_{K^*}}\frac{I_{11}^{K_1 K}}{Z_K}(m_s + m_u)^2 \times \left(\frac{\sin^2\alpha}{M_{K_1(1270)}^2} + \frac{\cos^2\alpha}{M_{K_1(1400)}^2}\right)\right] \times \left[1 - \frac{3}{2}\frac{C_{a_1}}{g_\rho}\frac{I_{11}^{K^* K a_1}}{I_{11}^{K^* K}}\frac{m_u(3m_u - m_s)}{M_{a_1}^2} - \frac{I_{11}^{K^* K_1} I_{11}^{K_1 K}}{I_{11}^{K^* K}} m_s(m_s + m_u) \times \left(\frac{\sin^2\alpha}{M_{K_1(1270)}^2} + \frac{\cos^2\alpha}{M_{K_1(1400)}^2}\right)\right] q^\mu q^\nu BW^K,$$

$$\mathcal{M}_{AV'}^{\mu\nu} = 2\frac{C'_{K_1}}{g_{K_1}} m_s I_{11}^{K^* K'_1} \times \left\{ g^{\mu\lambda}\left[q^2 - \frac{3}{2}(m_s + m_u)^2\right] - q^\mu q^\lambda \right\} \times BW_{\lambda\delta}^{K'_1} \Big\{ g^{\delta\nu} - \frac{C_{a_1}}{g_\rho}\frac{I_{11}^{K'_1 K^* a_1}}{I_{11}^{K^* K'_1}}\frac{m_u}{m_s M_{a_1}^2} \times$$

$$\times \left[\left(q^2 - M_{K^*}^2\right) g^{\delta\nu} - q^\delta q^\nu\right] \Big\},$$

$$\mathcal{M}_{V'}^{\mu\nu} = -i2\frac{C_{K^*}^{'}}{g_{K^*}} m_u \left[I_{21}^{K^{*'}K^*} + m_u(m_s - m_u) I_{31}^{K^{*'}K^*}\right] \times$$
$$\times \left\{g^{\mu\xi}\left[q^2 - \frac{3}{2}(m_s - m_u)^2\right] - q^\mu q^\xi\right\} \times$$
$$\times BW_{\xi\zeta}^{K^{*'}} e^{\zeta\nu\lambda\delta} p_{\pi\lambda} p_{K^*\delta},$$

$$\mathcal{M}_{PS'} = -2(m_s + m_u)\frac{Z_K}{g_K} C_K^{'} I_{11}^{K^*K'} \times$$
$$\times \left[1 - \frac{3}{2}\frac{C_{a_1}}{g_\rho}\frac{I_{11}^{K^*Ka_1}}{I_{11}^{K^*K}}\frac{m_u(3m_u - m_s)}{M_{a_1}^2}\right] q^\mu q^\nu BW^{K'}. \quad (15)$$

Константы C_M и $C_M^{'}$ появляются в кварковых петлях в расширенной модели НИЛ:

$$C_M = \frac{1}{\sin(2\theta_M^0)}[\sin(\theta_M + \theta_M^0) + R_M \sin(\theta_M - \theta_M^0)],$$
$$C_M^{'} = \frac{-1}{\sin(2\theta_M^0)}[\cos(\theta_M + \theta_M^0) + R_M \cos(\theta_M - \theta_M^0)]. \quad (16)$$

Величины R определены в (8).

Промежуточные мезоны описываются пропагаторами Брейта–Вигнера:

$$BW_M^{\mu\nu} = \frac{g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{M_M^2}}{M_M^2 - q^2 - i\sqrt{q}\Gamma_M}$$

(векторный и аксиально векторный случай), (17)

$$BW_M = \frac{-1}{M_M^2 - q^2 - i\sqrt{q}\Gamma_M}$$

(псевдоскалярный случай).

Интегралы с вершинами из лагранжиана в числителе, также используемые в амплитуде:

$$I_{n_1 n_2}^{M,\ldots,M',\ldots} = -i\frac{N_c}{(2\pi)^4} \times$$
$$\times \int \frac{A_M \ldots B_M \ldots}{(m_u^2 - k^2)^{n_1}(m_s^2 - k^2)^{n_2}} \theta(\Lambda^2 - \mathbf{k}^2) \mathrm{d}^4 k, \quad (18)$$

где A_M, B_M определены в (3).

При написании этой амплитуды использовалось приближение $\theta_\pi \approx \theta_\pi^0$. В амплитуде также были учтены $\pi - a_1$ и $K - K_1$ переходы.

С помощью полученной амплитуды можно вычислить ширину рассматриваемого распада:

$$Br(\tau \to \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau) = 2.02 \cdot 10^{-3}. \quad (19)$$

Экспериментальное значение для парциальной ширины данного процесса [16]:

$$Br(\tau \to \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau)_{\text{exp}} = (2.2 \pm 0.5) \cdot 10^{-3}. \quad (20)$$

4. Заключение. Показано, что для правильной оценки ширины распада $\tau \to \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau$ важно учитывать раздвоение промежуточного аксиально векорного поля K_{1A} на два физических состояния. Заметим, что точность предсказаний в используемой нами модели зависит от точности сохранения киральной симметрии $\mathrm{U}(3) \times \mathrm{U}(3)$ в изучаемом процессе. Эта точность определяется сохранением аксиально векторного тока (принцип ЧСАТ). В случае киральной симметрии $\mathrm{SU}(2) \times \mathrm{SU}(2)$ эта точность определяется отношением $\frac{M_\pi^2}{M_\rho^2}$ [22]. В нашем случае она будет определяться отношением $\frac{M_K^2}{M_\Sigma^2} \approx 17\%$. В пределах этой точтости нами получен вполне удовлетворительный результат для оценки ширины распада.

Если в качестве угла α взять значение $45°$, приводимое в PDG, результат для этого процесса заметно ухудшается ($1.68 \cdot 10^{-3}$). Это дает дополнительный аргумент в пользу выбора $\alpha = 57°$.

Этот процесс также рассматривался в других теоретических работах. В статье [23] использовалась модель, основанная на алгебре угловых моментов, и было получено хорошее согласие с экспериментом ($2.05 \cdot 10^{-3}$ и $1.99 \cdot 10^{-3}$). В статье [20] была использована резонансная киральная теория ($R_\chi T$) и результаты несколько хуже согласуются с экспериментальными данными ($5.1 \cdot 10^{-3}$ и $4.0 \cdot 10^{-3}$).

Работа была поддержана Грантом молодых ученых и специалистов Объединенного института ядерных исследований # 19-302-06.

1. M. K. Volkov and A. A. Pivovarov, JETP Lett. **108**(6), 347 (2018) [Pis'ma v ZhETF **108**(6), 369 (2018)].
2. T. Eguchi, Phys. Rev. D **14**, 2755 (1976).
3. K. Kikkawa, Prog. Theor. Phys. **56**, 947 (1976).
4. D. Ebert and M. K. Volkov, Z. Phys. C **16**, 205 (1983).
5. M. K. Volkov, Ann. Phys. **157**, 282 (1984).
6. M. K. Volkov, Sov. J. Part. Nucl. **17**, 186 (1986) [Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra **17**, 433 (1986)].
7. D. Ebert and H. Reinhardt, Nucl. Phys. B **271**, 188 (1986).
8. U. Vogl and W. Weise, Prog. Part. Nucl. Phys. **27**, 195 (1991).
9. S. P. Klevansky, Rev. Mod. Phys. **64**, 649 (1992).
10. D. Ebert, H. Reinhardt, and M. K. Volkov, Prog. Part. Nucl. Phys. **33**, 1 (1994).
11. M. K. Volkov and A. E. Radzhabov, Phys. Usp. **49**, 551 (2006).
12. M. K. Volkov and C. Weiss, Phys. Rev. D **56**, 221 (1997).
13. M. K. Volkov, Phys. Atom. Nucl. **60**, 1920 (1997).
14. M. K. Volkov, D. Ebert, and M. Nagy, Int. J. Mod. Phys. A **13**, 5443 (1998).

15. M. K. Volkov and A. B. Arbuzov, Phys. Usp. **60**(7), 643 (2017).
16. M. Tanabashi, K. Hagiwara, K. Hikasa et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018).
17. M. K. Volkov and A. A. Osipov, Sov. J. Nucl. Phys. **41**, 500 (1985) [Yad. Fiz. **41**, 785 (1985)].
18. M. Suzuki, Phys. Rev. D **47**, 1252 (1993).
19. M. K. Volkov, K. Nurlan, and A. A. Pivovarov, arXiv:1906.06680 [hep-ph].
20. Z. H. Guo, Phys. Rev. D **78**, 033004 (2008).
21. M. Aghasyan, M. G. Alexeev, G. D. Alexeev et al. (COMPASS Collaboration), Phys. Rev. D **98**(9), 092003 (2018).
22. A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, Sov. Phys. Usp. **13**, 73 (1970) [Usp. Fiz. Nauk **100**, 225 (1970)].
23. L. R. Dai, R. Pavao, S. Sakai, and E. Oset, Eur. Phys. J. A **55**(2), 20 (2019).