Письма в ЖЭТФ, том 110, вып. 8, с. 515 – 520

Регулярные космологические решения с отскоком, энергетические условия и теория Бранса–Дикке

О. Галкина[+ 1)], *Ж. Ц. Фабрис*[*× 2)], *Ф. Т. Фалсиано*[◦ 2)], *Н. Пинто-Нето*[◦ 2)]

[+]*Programa de Pós-Graduação em Física, CCE – Universidade Federal do Espírito Santo, 29075-910, Vitória, ES, Brazil*

[*]*Núcleo Cosmo-ufes & Departamento de Física – Universidade Federal do Espírito Santo, 29075-910, Vitóoria, ES, Brazil*

[×]*Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", 15409 Москва, Россия*

[◦]*CBPF – Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 22290-180, Rio de Janeiro, Brazil*

Поступила в редакцию 15 августа 2019 г.
После переработки 20 сентября 2019 г.
Принята к публикации 21 сентября 2019 г.

Обычно, чтобы избежать сингулярности в космологических моделях, необходимо вводить поля экзотической материи, как, например, скалярное поле с отрицательной плотностью энергии. Чтобы получить решение с отскоком в классической общей теории относительности, требуется нарушение энергетических условий. В данной статье мы проведем анализ решения с отскоком в теории Бранса–Дикке с ультрарелятивистским газом, подчиняющееся энергетическим условиям, и без фантомных полей.

DOI: 10.1134/S0370274X19200013

1. Введение. Одним из основных недостатков стандартной космологической модели является существование начальной сингулярности. Сингулярность является общей чертой в различных приложениях общей теории относительности (ОТО), когда материальные поля подчиняются разумным энергетическим условиям (так называемые обычные поля). Следовательно, предотвращение сингулярности, как правило, предполагает введение экзотических материальных полей, таких как фантомных (т.е. скалярного поля с отрицательной плотностью энергии). Однако существуют ситуации, когда обычные поля также могут привести к избежанию сингулярностей, если ввести некоторую нетривиальную связь. Это предполагает, что вещественная часть Лагранжиана должна содержать более одной компоненты, которые напрямую взаимодействуют между собой. Многие несингулярные решения в теориях с неминимальной связью также получены благодаря наличию полей, проявляющих фантомное поведение после перехода к так называемой системе Эйнштейна.

Цель данной статьи – привлечь внимание к несингулярной модели с жидкостями, которые подчиняются энергетическим условиям и без наличия каких-либо фантомов; такая модель возможна даже в самой простой скалярно-тензорной теории, такой как теория Бранса–Дикке. Мы проанализируем решения, найденные Гуревичем и др. [1] для пространственно плоской, однородной и изотропной Вселенной. Наша цель состоит в подробном анализе некоторых свойств этих решений, которые, насколько нам известно, не были изучены[3)]. Эти свойства могут быть актуальными для построения последовательной и реалистичной космологической модели, в частности, для решения проблемы сингулярности.

Теория гравитации Бранса–Дикке является одной из наиболее важных альтернатив ОТО, где обратная гравитационной постоянной G заменяется скалярным полем ϕ, которое может изменяться в пространстве и времени. Она была разработана К. Брансом и Р. Дикке [5] в целях реализации принципа Маха в релятивистской теории. В последнее время теория привлекла большое внимание исследователей [6–12].

Статья организована следующим образом: во втором разделе мы описываем систему, ее уравнение движения и рассматриваем решение для ультрарелятивистского газа, полученное Гуревичем. В третьем разделе мы анализируем свойства решений с отскоком. В четвертом разделе обсуждаем энергетические условия и описываем возмущения на специально вы-

[1)]e-mail: olesya.galkina@cosmo-ufes.org; julio.fabris@cosmo-ufes.org; ftovar@cbpf.br; nelsonpn@cbpf.br

[2)]J. C. Fabris, F. T. Falciano, N. Pinto-Neto.

[3)]Аналогичный анализ решений в теории Бранса–Дикке приведен в [2–4].

бранном фоне. В пятом разделе мы приводим наши заключительные замечания.

2. Уравнения движения и решения Гуревича. Теория Бранса–Дикке определяется следующим действием

$$\mathcal{A} = \frac{1}{16\pi}\int d^4x\left\{\sqrt{-g}\left(\phi R - \frac{\omega}{\phi}\,(\nabla\phi)^2\right)+\mathcal{L}_m\right\}, \quad (1)$$

где ϕ – скалярное поле, $\mathcal{L}_m$ вещественная часть и ω – константа связи Бранса–Дикке. Это прототип скалярно-тензорной теории, в которой возникает неминимальная связь между гравитационным членом и скалярным полем. Основная цель теории Бранса–Дикке состояла в том, чтобы ввести переменное гравитационное взаимодействие через скалярное поле ϕ. Ее можно рассматривать как первый пример теорий типа Галилеона и Хорндески [13].

Локальные тесты ограничивают константу ω большим значением [14], что существенным образом делает эту теорию эквивалентной ОТО. Тем не менее, расширения теории Бранса–Дикке оставляют место для переменного параметра связи ω. Класс теорий Хорндески охватывает все возможности без неустойчивости Остроградского, включая теорию Бранса–Дикке в ее традиционной форме. Это открывает возможность для малых значений параметра связи в прошлом (которое может быть даже отрицательным), развивающегося до огромного значения в настоящее время. Кроме того, низкоэнергетическое эффективное действие теории струн приводит к теории Бранса–Дикке с параметром $\omega = -1$ [15]. Конфигурации бран допускают еще меньшие значения ω. Описывая эту связь, мы имеем в виду в основном область применения эффективной теории струн – раннюю Вселенную.

Уравнения поля в теории Бранса–Дикке имеют вид

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi}{\phi}T_{\mu\nu} + \frac{\omega}{\phi^2}\left(\nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\nabla_\alpha\phi\nabla^\alpha\phi\right) + \frac{1}{\phi}(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi - g_{\mu\nu}\Box\phi), \quad (2)$$

$$\Box\phi = \frac{8\pi}{3+2\omega}T, \quad (3)$$

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0. \quad (4)$$

В метрике Фридмана–Робертсона–Уокера

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (5)$$

уравнения поля сводятся к

$$3\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = 8\pi\frac{\rho}{\phi} + \frac{\omega}{2}\left(\frac{\dot\phi}{\phi}\right)^2 - 3\frac{\dot a}{a}\frac{\dot\phi}{\phi}, \quad (6)$$

$$2\frac{\ddot a}{a} + \left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = -8\pi\frac{p}{\phi} - \frac{\omega}{2}\left(\frac{\dot\phi}{\phi}\right)^2 - \frac{\ddot\phi}{\phi} - 2\frac{\dot a}{a}\frac{\dot\phi}{\phi}, \quad (7)$$

$$\ddot\phi + 3\frac{\dot a}{a}\dot\phi = \frac{8\pi}{3+2\omega}(\rho - 3p), \quad (8)$$

$$\dot\rho + 3\frac{\dot a}{a}(\rho + p) = 0. \quad (9)$$

Гуревич и др. [1] нашли общее решение для изотропной и однородной плоской Вселенной с идеальной жидкостью, которая подчиняется уравнению $p = \alpha\rho$, где α – такая постоянная, что $0 \le \alpha \le 1$. Общее решение для $\omega > -\frac{3}{2}$ (тот случай, когда выполняются энергетические условия для скалярного поля) имеет вид

$$a(\theta) = a_0(\theta - \theta_+)^{r_+}(\theta - \theta_-)^{r_-}, \quad (10)$$

$$\phi(\theta) = \phi_0(\theta - \theta_+)^{s_+}(\theta - \theta_-)^{s_-}, \quad (11)$$

где

$$r_+ = \frac{\omega}{3\left[\sigma \mp \sqrt{1+\frac{2}{3}\omega}\right]}, \quad r_- = \frac{\omega}{3\left[\sigma \pm \sqrt{1+\frac{2}{3}\omega}\right]}, \quad (12)$$

$$s_+ = \frac{1 \mp \sqrt{1+\frac{2}{3}\omega}}{\sigma \mp \sqrt{1+\frac{2}{3}\omega}}, \quad s_- = \frac{1 \pm \sqrt{1+\frac{2}{3}\omega}}{\sigma \pm \sqrt{1+\frac{2}{3}\omega}}, \quad (13)$$

$\sigma = 1 + \omega(1-\alpha)$ и $a_0, \phi_0, \theta_\pm$ являются произвольными постоянными с $\theta_+ > \theta_-$. Координата времени θ связана с космическим временем t через

$$dt = a^{3\alpha}d\theta. \quad (14)$$

Решения для $\omega < -\frac{3}{2}$, где нарушаются энергетические условия для скалярного поля в системе Эйнштейна (как это будет обсуждаться ниже), имеют вид

$$a = a_0\left[(\theta+\theta_-)^2 + \theta_+^2\right]^{\left(1+(1-\alpha)\omega\right)/A} e^{\pm 2f(\theta)/A}\,, \quad (15)$$

$$\phi = \phi_0\left[(\theta+\theta_-)^2 + \theta_+^2\right]^{(1-3\alpha)/A} e^{\pm 6(1-\alpha)f(\theta)/A}\,, \quad (16)$$

где

$$f(\theta) = \sqrt{\frac{2|\omega| - 3}{3}}\arctan\left(\frac{\theta+\theta_-}{\theta_+}\right), \quad (17)$$

$$A = 2\,(2-3\alpha) + 3\omega\,(1-\alpha)^2\,. \quad (18)$$

Для $\omega > -\frac{3}{2}$ регулярный отскок может быть получен при следующих условиях: $r_+ < 0$ (масштабный фактор бесконечен на одной асимптоте), $r_+ + r_- > 0$

(масштабный фактор бесконечен на другой асимптоте) и $3\alpha r_+ + 1 < 0$ (космическое время изменяется от $-\infty$ к $+\infty$). Отсюда следует, что регулярный отскок может быть получен при $\frac{1}{4} < \alpha < 1$ и $-\frac{3}{2} < \omega \leq -\frac{4}{3}$. Случай с $\alpha = 1$ довольно своеобразен и не содержит отскоков [7].

В данной статье нас интересует, главным образом, сценарий для ранней Вселенной. Мы подробно рассмотрим стадию доминирования ультрарелятивистского газа. Решение Гуревича для данной стадии ($p = \frac{1}{3}\rho$) имеет вид

- $\omega > -\frac{3}{2}$:

$$a(\eta) = a_0(\eta - \eta_+)^{\frac{1}{2}(1\pm r)}(\eta - \eta_-)^{\frac{1}{2}(1\mp r)}, \tag{19}$$

$$\phi(\eta) = \phi_0(\eta - \eta_+)^{\mp r}(\eta - \eta_-)^{\pm r}; \tag{20}$$

- $\omega < -\frac{3}{2}$:

$$a(\eta) = a_0[(\eta + \eta_-)^2 + \eta_+^2]^{\frac{1}{2}} e^{\pm \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{3}|\omega| - 1}} \arctan \frac{\eta + \eta_-}{\eta_+}}, \tag{21}$$

$$\phi(\eta) = \phi_0 e^{\mp \frac{2}{\sqrt{\frac{2}{3}|\omega| - 1}} \arctan \frac{\eta + \eta_-}{\eta_+}}. \tag{22}$$

В этих выражениях

$$r = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2}{3}\omega}}, \tag{23}$$

η – конформное время и $\eta_\pm$ – константы ($\eta_+ > \eta_-$).

Конформное преобразование действия Бранса–Дикке, такое что $g_{\mu\nu} = \phi^{-1}\tilde{g}_{\mu\nu}$, приводит к следующему выражению в системе Эйнштейна

$$\mathcal{A} = \frac{1}{16\pi}\int d^4x \left\{ \sqrt{-\tilde{g}}\left[\tilde{R} - \left(\omega + \frac{3}{2}\right)\frac{(\nabla\phi)^2}{\phi^2}\right] + \mathcal{L}_m \right\}. \tag{24}$$

Таким образом, в системе Эйнштейна, $\omega > -\frac{3}{2}$ соответствует обычному скалярному полю с положительной плотностью энергии, когда как для $\omega < -\frac{3}{2}$, кинетический член скалярного поля сменит знак, и станет фантомным полем с негативной плотностью энергии.

3. Анализ решений. При $\omega \geq 0$ масштабный фактор обладает начальной сингулярностью с последующим расширением, достигая $a \to \infty$, когда $\eta \to \infty$. Вселенная, наполненная ультрарелятивистским газом в ОТО, характеризуется уравнением

$$a \propto \eta, \tag{25}$$

которое может быть восстановлено из вышеуказанных решений, если $\eta_\pm = 0$, в пределе $\omega \to \infty$, когда $\eta_+ = \eta_-$, или в асимптотическом пределе $\eta \to \infty$.

Стандартное поведение масштабного фактора в ОТО воспроизводится при $\omega = 0$. Однако в этом случае скалярное поле (обратное гравитационной связи) изменяется со временем, и его изменение существенно зависит от знака показателя степени в уравнениях (19), (20). Для верхнего знака находим

$$a(\eta) = a_0(\eta - \eta_+), \tag{26}$$

$$\phi(\eta) = \phi_0 \frac{\eta - \eta_-}{\eta - \eta_+}, \tag{27}$$

и скалярное поле монотонно убывает от бесконечного до постоянного (положительного) значения во время эволюции Вселенной. Для нижнего знака поведение функций определяется как

$$a(\eta) = a_0(\eta - \eta_-), \tag{28}$$

$$\phi(\eta) = \phi_0 \frac{\eta - \eta_+}{\eta - \eta_-}, \tag{29}$$

и скалярное поле монотонно возрастает от бесконечной отрицательной величины до постоянного положительного значения во время эволюции Вселенной: изначально существует отталкивающая гравитационная фаза. Это можно рассматривать как сингулярность типа Большого Разрыва, когда масштабный фактор достигает бесконечности за конечное время.

Решения с отскоком могут быть получены из решений Гуревича для ультрарелятивистского газа, если выбран нижний знак в уравнениях (19), (20) для $-\frac{3}{2} < \omega < 0$. Тем не менее, существует сингулярность в точке $\eta = \eta_+$ для $-\frac{4}{3} < \omega < 0$, даже если масштабный фактор расходится в этой точке. С другой стороны, если $-\frac{3}{2} < \omega \leq -\frac{4}{3}$, решения с отскоком всегда будут регулярными[4)]. В последнем случае возможны два сценария (благодаря инвариантности изменения времени):

1) Вселенная, которая начинается в точке $\eta = \eta_+$ с $a \to \infty$, с бесконечным значением гравитационной связи ($\phi = 0$), развивающаяся до другого асимптотического предела с $a \to \infty$, но с постоянным и конечным ϕ;

2) обратное поведение наблюдается для $-\infty < \eta < -\eta_+$.

[4)] Гравитационная константа расходится, но в бесконечно удаленном будущем, где масштабный фактор также бесконечен. Можно ожидать, что нестабильности (из-за анизотропных возмущений) не будут развиваться, поскольку в этой ситуации анизотропии подавляются из-за того, что они быстро затухают при увеличении масштабного фактора. Однако этот вид неустойчивостей может быть очень актуален, если в гравитационном взаимодействии происходит изменение знака при конечном масштабном факторе, как в случае [17].

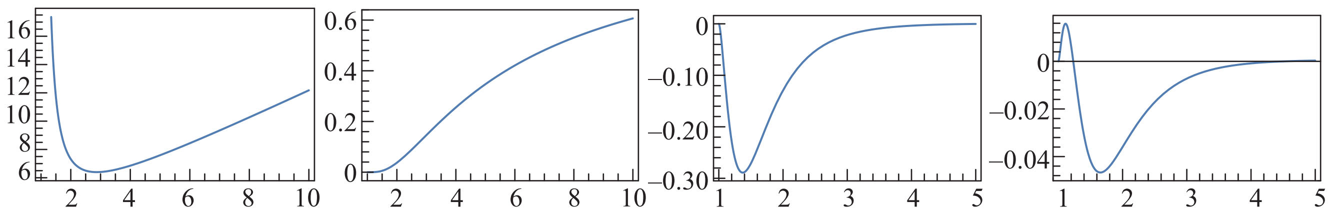

Рис. 1. (Цветной онлайн) Поведение масштабного фактора (слева), скалярного поля (в центре слева), "эффективного" сильного энергетического условия (в центре справа) и "эффективного" нулевого энергетического условия (справа) для $\omega = -1.43$ и нижнего знака

В обоих случаях, космическое время изменяется в пределах $-\infty < t < \infty$. Дуальное решение в системе Эйнштейна для $-\frac{3}{2} < \omega \leq -\frac{4}{3}$ имеет вид $b(\eta) = b_0(\eta - \eta_+)^{1/2}(\eta - \eta_-)^{1/2}$ (где $b = \phi^{1/2}a$) и содержит начальную сингулярность. Это можно рассматривать как частный случай "конформного продолжения" в скалярно-тензорной гравитации, предложенного в [16].

Для частного случая $\omega = -\frac{4}{3}$ сингулярность по-прежнему отсутствует, если выбрать нижний знак. В этом случае масштабный фактор и скалярное поле даны как

$$a(\eta) \propto \frac{(\eta - \eta_-)^2}{\eta - \eta_+}, \quad \phi(\eta) \propto \left(\frac{\eta - \eta_+}{\eta - \eta_-}\right)^3. \tag{30}$$

Если $-\infty < \eta < \eta_+$ Вселенная начинается с $a \to \infty$, с постоянным и конечным ϕ, в то время как в далеком будущем $a \to \infty$ и $\phi = 0$. Если выбрать интервал $\eta_+ \leq \eta < \infty$, то сценарий меняется, и мы получаем возможность иметь постоянную гравитационную связь сегодня.

Для $\omega = -\frac{4}{3}$ и верхнего знака решения имеют начальную сингулярность

$$a(\eta) \propto \frac{(\eta - \eta_+)^2}{\eta - \eta_-}, \tag{31}$$

$$\phi(\eta) \propto \left(\frac{\eta - \eta_-}{\eta - \eta_+}\right)^3. \tag{32}$$

Аналогичные особенности для масштабного фактора и скалярного поля воспроизводятся для $\omega < -\frac{3}{2}$. Однако скалярное поле имеет фантомное поведение, как уже говорилось выше.

4. Энергетические условия и возмущения. В общем, чтобы получить решение с отскоком, требуется нарушение энергетических условий. Сильное и нулевое энергетические условия в общей теории относительности определяются как

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) > 0, \tag{33}$$

$$-2\frac{\ddot{a}}{a} + 2\left(\frac{\dot{a}}{a}\right) = 8\pi G(\rho + p) > 0. \tag{34}$$

Чтобы использовать энергетические условия в этой форме, теория Бранса–Дикке должна быть переформулирована в системе Эйнштейна. Легко проверить, что оба энергетических условия удовлетворяются при $\omega < -\frac{3}{2}$. Это согласуется с тем фактом, что в системе Эйнштейна космологические сценарии сингулярны, кроме $\omega < -\frac{3}{2}$. С другой стороны, в оригинальной системе Йордана есть несингулярные модели, если $-\frac{3}{2} < \omega < -\frac{4}{3}$. Но в этом диапазоне скалярное поле подчиняется энергетическим условиям. Эффекты, ведущие к избеганию сингулярности, связаны с наличием неминимальной связи. Мы построили график "эффективного" энергетического условия, представленного в левой стороне уравнений (33), (34), принимая во внимание эффекты неминимальной связи. Если мы рассмотрим только левую часть уравнений (33), (34), эффекты взаимодействия из-за неминимальной связи включены, и энергетические условия могут быть нарушены, даже если вещественные члены не нарушили их. На рисунке 1 представлены выражения для этих отношений для некоторых значений ω.

Интересно отметить, что для большинства обычных жидкостей, используемых в космологии, случай ультрарелятивистского газа является единственным, где есть возможность получения сценария без сингулярностей, не нарушив энергетические условия, по крайней мере, в теории Бранса–Дикке[5)]. Для пылевидного вещества ($p = 0$), масштабный фактор может быть выражен (согласно Гуревичу) в космическом времени как

$$a(t) = a_0(t - t_+)^{r_\pm}(t - t_-)^{r_\mp},$$
$$r_\pm = \frac{1 + \omega \pm \sqrt{1 + \frac{2}{3}\omega}}{4 + 3\omega}, \tag{35}$$

[5)] А также с плоским пространственным сечением. Для неплоской Вселенной сценарий без сингулярностей можно получить даже в общей теории относительности, если нарушается сильное энергетическое условие (но не обязательно нулевое). Отскоки в закрытой Вселенной с нарушением энергетических условий и без рассматривались в [18–22].

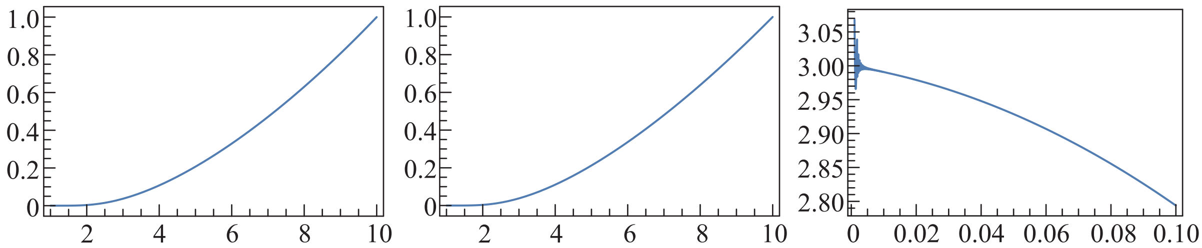

Рис. 2. (Цветной онлайн) Поведение контраста плоскости показано для $k = 0.01$ (слева) и для $k = 0.1$ (в центре). Нормализация была выбрана таким образом, что конечный контраст плотности равен одному. Справа показана зависимость спектрального индекса n_s от волнового числа k. Все графики построены для $\omega = -1.43$ и нижнего знака

где $t_\pm$ – константы интегрирования такие, что $t_+ > t_-$. Здесь есть отскок с сингулярностью для негативных значений ω. В работе Гуревича решения для космологической постоянной ($p = -\rho$) не выражены в явной форме, но они могут быть выведены из общего решения. Для $p = -\rho$ общее решение сводится к

$$a(\theta) = a_0(\theta - \theta_+)^{s_\pm}(\theta - \theta_-)^{s_\mp}, \qquad (36)$$

$$s_\pm = \frac{1 + 2\omega \pm \sqrt{1 + \frac{2}{3}\omega}}{2(5 + 6\omega)}, \qquad (37)$$

где θ – такая координата времени, что $dt = a^{-3}d\theta$. Как и в случае пылевидного вещества, тут есть решения с отскоком для негативных значений ω, но они сингулярны. В обоих случаях решения с отскоком и без сингулярностей возможны, если $\omega < -\frac{3}{2}$, но это подразумевает наличие фантомного скалярного поля.

Обратимся к возмущениям. В синхронном космическом времени уравнения возмущений имеют вид

$$\ddot{h} + 2H\dot{h} = \frac{16\pi}{\phi}(\delta - \lambda) + 2\ddot{\lambda} + 4\frac{\dot{\phi}}{\phi}(1 + \omega)\dot{\lambda}, \qquad (38)$$

$$\ddot{\lambda} + \left(3H + 2\frac{\dot{\phi}}{\phi}\right)\dot{\lambda} + \frac{k^2}{a^2}\lambda = \frac{\dot{\phi}}{\phi}\frac{\dot{h}}{2}, \qquad (39)$$

$$\dot{\delta} + \frac{4}{3}\left(\theta - \frac{\dot{h}}{2}\right) = 0, \qquad (40)$$

$$\dot{\theta} + H\theta = \frac{k^2}{4a^2}\delta. \qquad (41)$$

В этих выражениях

$$h = \frac{k_{kk}}{a^2}, \quad \delta = \frac{\delta\rho}{\rho}, \quad \lambda = \frac{\delta\phi}{\phi}, \quad \theta = \partial_i \delta u^i, \qquad (42)$$

и k – волновое число из преобразования Фурье и H – параметр Хаббла.

Эволюция скалярных возмущений в теории Бранса–Дикке была изучена в [23], а некоторые особенности, связанные с решениями Гуревича, были исследованы в [24]. Для анализируемых регулярных решений с отскоком естественно задать вакуум Банча–Дэвиса в качестве начального условия. Однако известно, что в сценарии с отскоком плоский или почти плоский спектр требует стадии доминантности вещества в фазе сжатия. Это, очевидно, не относится к регулярным решениям Гуревича, которые рассматриваются в данной работе для ультрарелятивистского газа.

На рисунке 2 показана эволюция контраста плотности для $k = 0.01$ и $k = 0.1$ (в единицах текущей шкалы Хаббла), а также зависимость спектрального индекса n_s от функции волнового числа k. Спектральный индекс задан как

$$\Delta = k^3\delta_k^2 = k^{n_s - 1}. \qquad (43)$$

Мы привели эволюцию возмущений и безразмерный спектр мощности, который демонстрирует явное несогласие с наблюдениями (сравните с аналогичными результатами, полученными в [25]). Поскольку в рассматриваемой модели присутствует только ультрарелятивисткий газ, такого отрицательного результата можно было ожидать.

5. Заключение. Мы показали, что регулярные решения с отскоком без какого-либо фантомного поля, даже в системе Эйнштейна, могут быть получены в теории Бранса–Дикке с жидкостями, подчиняющиеся уравнению состояния $p = \alpha\rho$, если $\frac{1}{4} \le \alpha < 1$, и с параметром Бранса–Дикке ω, находящимся в интервале $-\frac{3}{2} \le \omega \le -\frac{4}{3}$, тем самым расширяя пространство параметров, в котором такие космологические модели могут появиться в этом классе теорий.

Мы подробно проанализировали случай с ультрарелятивистским газом. Отскок может быть получен, если выбран нижний знак в уравнениях (19), (20) для $-\frac{3}{2} < \omega < 0$. Более того, для $-\frac{3}{2} < \omega \le \frac{4}{3}$ отскок является регулярным, но для $-\frac{4}{3} < \omega < 0$

существует сингулярность в точке $\eta = \eta_+$, даже если масштабный фактор достигает бесконечности. В случае $\omega = -\frac{4}{3}$ сингулярность также отсутствует для нижнего знака, но есть начальная сингулярность для верхнего знака. Уравнения (21), (22) с $\omega < -\frac{3}{2}$ проявляют похожее поведение, но уже с фантомным полем в системе Эйнштейна.

Предполагается, что для классических решений с отскоком требуется нарушение энергетических условий даже в случае с неминимальной связью, в этой ситуации фантомные поля возникают в системе Эйнштейна. Мы подробно обсудили этот случай для ультрарелятивистского газа в теории Бранса–Дикке (с плоским пространственным сечением), где можно получить несингулярные решения, сохраняющие энергетические условия даже в системе Эйнштейна, и мы показали, что это свойство имеет место для любой теории Бранса–Дикке, в которой $\frac{1}{4} \leq \alpha < 1$ и $-\frac{3}{2} \leq \omega \leq -\frac{4}{3}$. Это обобщение позволяет создавать более сложные и реалистические регулярные решения с отскоком, в которых спектр мощности космологических возмущений мог бы соответствовать современным наблюдениям. Это одна из целей наших будущих исследований в этой области.

Авторы выражают особую благодарность А. Ю. Каменщику за помощь в переводе статьи на русский язык. Авторы также хотели бы поблагодарить за финансовую поддержку Национальный совет по научно-техническому развитию (CNPq), Фонд поддержки исследований и инноваций штата Эспириту Санту (FAPES) и Координацию по совершенствованию кадров высшего образования (CAPES) – финансовый код 001.

1. L. E. Gurevich, A. M. Finkelstein, and V. A. Ruban, Astrophys. Space Sci. **22**, 231 (1973).
2. J. D. Barrow and P. Parsons, Phys. Rev. D **55**, 1906 (1997).
3. T. Clifton and J. D. Barrow, Phys. Rev. D **73**, 104022 (2006).
4. J. P. Mimoso and D. Wands, Phys. Rev. D **52**, 5612 (1995).
5. C. Brans and R. H. Dicke, Phys. Rev. **124**, 925 (1961).
6. M. Rossi, M. Ballardini, M. Braglia, F. Finelli, D. Paoletti, A. A. Starobinsky, and C. Umiltà, arXiv:1906.10218 [astro-ph] (2019).
7. G. Brando, J. C. Fabris, F. T. Falciano, and O. Galkina, Int. J. Mod. Phys. D **28**, 1950156 (2019)
8. G. Brando, F. T. Falciano, and L. F. Guimarães, Phys. Rev. D **98**, 044027 (2018).
9. A. Paliathanasis, M. Tsamparlis, S. Basilakos, and J. D. Barrow, Phys. Rev. D **93**, 043528 (2016).
10. D. A. Tretyakova, B. N. Latosh, and S. O. Alexeyev, Class. Quantum Grav. **32**, 185002 (2015).
11. V. Faraoni, J. Côté, and A. Giusti, arXiv:1906.05957 [gr-qc] (2019).
12. E. Frion and C. R. Almeida, Phys. Rev. D **99**, 023524 (2019).
13. T. Kobayashi, Rep. Prog. Phys. **82**, 086901 (2019).
14. C. M. Will, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, 2 ed., Cambridge University Press, Cambridge (2018).
15. M. J. Duff, R. R. Khuri, and J. X. Lu, Phys. Rep. **259**, 213 (1995).
16. K. A. Bronnikov, J. Math. Phys. **43**, 6096 (2002).
17. A. A. Starobinsky, Sov. Astron. Lett. **7**, 36 (1981).
18. L. Parker and S. A. Fulling, Phys. Rev. D **7**, 2357 (1973).
19. A. A. Starobinsky, Sov. Astron. Lett. **4**, 82 (1978).
20. A. Yu. Kamenshchik, I. M. Khalatnikov, and A. V. Toporensky, Int. J. Mod. Phys. D **6**, 673 (1997).
21. A. Yu. Kamenshchik, I. M. Khalatnikov, S. V. Savchenko, and A. V. Toporensky, Phys. Rev. D **59**, 1235 (1999).
22. A. Yu. Kamenshchik, E. O. Pozdeeva, S. Vernov, A. Tronconi, and G. Venturi, Phys. Rev. D **94**, 063510 (2016).
23. J. P. Baptista, J. C. Fabris, and S. V. B. Gonçalves, Astrophys. Space Sci. **246**, 315 (1996).
24. A. B. Batista, J. C. Fabris, and J. P. Baptista, Comptes Rendus Acad. Sci. **309**, 791 (1989).
25. S. D. P. Vitenti and N. Pinto-Neto, Phys. Rev. D **85**, 023524 (2012).