Письма в ЖЭТФ, том 110, вып. 11, с. 729 – 735

О влиянии конфайнмента на структуру комплексной (пылевой) плазмы

Б. А. Клумов[1)]

Объединенный институт высоких температур РАН, 125412 Москва, Россия

Уральский федеральный университет, 620002 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 10 сентября 2019 г.
После переработки 23 октября 2019 г.
Принята к публикации 24 октября 2019 г.

Рассматривается влияние удерживающего параболического потенциала (конфайнмента) на равновесные конфигурации ограниченной сильнонеидеальной комплексной (пылевой) плазмы в одномерном и двумерном случаях в приближении парного взаимодействия между микрочастицами посредством потенциала Юкавы. Показано, в частности, что в таком удерживающем потенциале пылевая компонента комплексной плазмы существенно неоднородна – плотность микрочастиц заметно падает к границам системы; указанный эффект качественно меняет характер фазовых переходов (плавления и кристаллизации) в таких системах. Например, плавление (кристаллизация) двумерной системы микрочастиц происходит с образованием волны плавления (кристаллизации), которая бежит от границ системы к ее центру (в случае кристаллизации – от центра – к границе). Показано, что равновесное распределение плотности микрочастиц определяется только жесткостью межчастичного взаимодействия, что дает возможность неинвазивного определения ключевого параметра взаимодействия – параметра экранировки (*screening parameter*) κ в экспериментах с пылевой плазмой.

DOI: 10.1134/S0370274X19230036

С момента открытия плазменного кристалла *ca* 25 лет назад [1–4] не ослабевает интерес к разнообразным свойствам плазмы, содержащей частицы микронных и субмикронных размеров. Такую плазму обычно называют комплексной (или пылевой) плазмой (КП) [5]. Интерес к КП обусловлен, с одной стороны, ее широкой распространенностью в природе: межзвездные облака, газопылевые скопления, кольца планет гигантов, атмосферы комет – вот неполный перечень объектов, которые, в той или иной степени, являются КП. В лабораторной плазме микро- и наночастицы могут играть критически важную роль в установках термоядерного синтеза (см., например, [6]); отметим также важный с технологической точки зрения рост микрочастиц в химически активной плазме [7, 8]. В указанных выше объектах пылевую подсистему можно рассматривать как газ слабо взаимодействующих заряженных микрочастиц с параметром неидеальности $\Gamma \ll 1$, где $\Gamma = e^2Z_{\rm d}^2/(DT_{\rm d})$ – отношение потенциальной энергии взаимодействия между соседними микрочастицами к их температуре $T_{\rm d}$, $Z_{\rm d}$ – заряд микрочастицы (в элементарных зарядах), D – среднее межчастичное расстояние в системе, а e – заряд электрона.

[1)]e-mail: klumov@ihed.ras.ru

В лабораторных условиях КП обычно получают при добавлении частиц микронного размера в газоразрядную (как правило, используются разряды – радиочастотный (RF) и постоянного тока (DC)) плазму инертных газов пониженного давления. Рекомбинация электронов и ионов на поверхности микрочастиц приводит к их быстрой зарядке; характерный заряд пылинки микронных размеров в такой плазме $eZ_{\rm d} \sim 10^3e$. Такой высокий заряд микрочастицы часто приводит к сильной неидеальности пылевой компоненты (с $\Gamma \gg 1$) и к возможности формирования из нее кристаллических и жидкостных структур.

Из-за огромной разницы в массах микрочастиц и ионов характерные времена плазменных процессов, определяющие состояние КП, значительно больше, чем в обычной плазме. Это, в частности, дает возможность исследовать поведение пылевой подсистемы КП с помощью обычных видеокамер высокого разрешения. В отдельных случаях (пока это относится лишь к одномерным и двумерным системам) удается определить траектории каждой отдельной микрочастицы, т.е. описать пылевую подсистему на самом детальном, кинетическом уровне. Вкупе с сильной неидеальностью это делает комплексную плазму привлекательным инструментом для изучения различных фундаментальных проблем физики конденсированного состояния, например, для изучения фазовых переходов [9–12], разнообразных гидродинамических неустойчивостей и турбулентности [13, 14], коллективных мод [15, 16], свойств волн кристаллизации [17] и др.

Важная особенность газоразрядной плазмы – наличие удерживающего потенциала (конфайнмента) для отрицательно заряженных частиц. К образованию конфайнмента приводит быстрая (по сравнению с ионами) диффузия электронов на стенки разрядной камеры, центральная область разряда при этом заряжается положительно и является, таким образом, потенциальной ямой для пылевой компоненты КП. Профиль удерживающего потенциала Φ измерялся в [18], где было показано, что с хорошей точностью его можно считать параболическим: $\Phi(x) \propto (x - x_c)^2$, где x_c – центр разрядной области. Анализ траекторий микрочастиц в экспериментальной 2D структуре [19, 20] позволил восстановить потенциал конфайнмента, который также оказался параболическим. Параболичность удерживающего потенциала является следствием слабых электростатических полей в центре разряда, амплитуда которых растет почти линейно к границам разрядной области в силу амбиполярного характера диффузии электронов и ионов. Такой конфайнмент, как будет показано в настоящей работе, кардинально меняет структурные свойства КП и приводит к существенно иному (по сравнению с однородными системами) механизму плавления (и кристаллизации) пылевых систем. Отметим, что поведение пылевой плазмы в узких каналах для разных типов конфайнмента рассматривалось в [21–23].

Метод. Для описания поведения микрочастиц удерживаемых в разряде параболическим конфайнментом используется стандартный метод молекулярной динамики (Molecular Dynamics – MD) (см., например, [12]). Используются параметры моделирования, которые характерны для экспериментов с КП [5]. Парное взаимодействие пылевых частиц описывается с хорошей точностью [18] экранированным кулоновским потенциалом (потенциалом Юкавы): $U(r) = (Z_{\mathrm{d}}/r)\exp(-r/\lambda)$, где r – расстояние между частицами, а λ – характерная длина экранирования. Для простоты считается, что все N микрочастиц имеют фиксированный размер $2a \approx 2$ мкм, плотность 1.5 г/см^3 и заряд $eZ_{\mathrm{d}} \sim 10^3 e$.

Отметим, что в типичной низкоразмерной (1D и 2D) лабораторной комплексной плазме часто можно пренебречь неоднородностью плазмы на масштабах исследуемых пылевых структур (характерные значения $N \sim 10^2$ для 1D и $\sim 10^3 \div 10^4$ для 2D структур соответственно, так что их характерные масштабы $L_{\mathrm{1D}} \simeq ND$ и $L_{\mathrm{2D}} \simeq \sqrt{N}D$ значительно меньше области, занятой плазмой) и считать как заряд микрочастиц Z_{d}, так и характерную длину экранирования λ постоянными величинами [5, 24–26].

Уравнения движения индивидуальной микрочастицы имеют вид:

$$m\ddot{\mathbf{r}}_i = -Z_d\nabla\Phi - Z_d\sum\nabla U - m\gamma\dot{\mathbf{r}}_i + \mathbf{L}_i. \qquad (1)$$

Слагаемые в правой части (1), помимо электростатического взаимодействия частиц, описывают их торможение в окружающем газе и случайную силу $\mathbf{L}_i$ Ланжевена, определяемую из: $\langle\mathbf{L}_i(t)\mathbf{L}_j(t+\tau)\rangle = 2\gamma m k_B T_g \delta_{ij}\delta(\tau)$, при условии нулевого среднего значения случайной силы ($\langle\mathbf{L}_i(t)\rangle = 0$), а также взаимодействие микрочастиц с потенциалом Φ конфайнмента. Система (1) (в зависимости от геометрии задачи) решалась для $N \simeq 10^3 \div 10^5$ микрочастиц, которые в начальный момент времени были случайно распределены в пространстве. Последующая эволюция системы приводит к образованию квазиравновесной конфигурации частиц, структура которой детально анализировалась. Подробно были рассмотрены следующие системы пылевых частиц в различной геометрии:

a) q1D (квазиодномерная цепочка микрочастиц; поперечные смещения $\delta_\perp$ частиц значительно меньше среднего межчастичного расстояния D: $\delta_\perp \ll D$);

b) q2D (квазидвумерные плоские структуры в горизонтальной плоскости $\{x, y\}$; вертикальные смещения δ_z частиц значительно меньше среднего межчастичного расстояния D: $\delta_z \ll D$).

Во всех случаях численное моделирование динамики частиц методом MD проводилось в трехмерном пространстве (*full 3D simulations*). Отметим, что динамические свойства рассматриваемых ограниченных систем (например, влияние конфайнмента на коллективные возбуждения и дисперсионные характеристики продольных и поперечных мод) здесь не обсуждаются и будут рассмотрены в отдельной публикации. Влияние конфайнмента на структуру трехмерного облака микрочастиц также будет рассмотрено отдельно. Результаты расчетов и их обсуждение приводятся ниже.

Квазиодномерные цепочки частиц. Одномерные системы заряженных частиц [27] привлекают последнее время особое внимание в контексте квантовых вычислений (см., например, [28, 29]). Одномерные цепочки микрочастиц в экспериментах с обычно получают с помощью профилированных электродов [30], создающих сильный поперечный удерживающий потенциал (в вертикальном положении конфайнмент определяется разнонаправленными силами гравитации и электрического поля [5]); такие системы используются для изучения параметров плазмы (поскольку они практически не вносят в нее никаких возмущений).

На рисунке 1 представлено распределение среднего межчастичного расстояния d^* от безразмерной координаты частицы r^*. Здесь $d^* = d(r)/D$, где $D = 2R_{\rm m}/n$ – среднее межчастичное расстояние, n – число частиц в цепочке ($n \sim 10^2 \div 10^3$), $2R_{\rm m}$ – ее размер, причем координата частицы r меняется в пределах $\{-R_{\rm m}, R_{\rm m}\}$, а $d(r)$ – усредненное по всем конфигурациям расстояние между ближайшими соседями на расстоянии r от центра ($r = 0$), безразмерная координата микрочастиц $r^* = r/R_{\rm m}$, очевидно, меняется в пределах $(0, 1)$. Такие распределения построены для разных значений *среднего* параметра экранировки $\kappa = D/\lambda$, охватывая широкий класс систем с разной величиной параметра мягкости взаимодействия (так называемый *softness parameter*): от мягких кулоновских систем (с $\kappa = 0$) до жестких систем Юкавы (с $\kappa \approx 6$). Хорошо видна порождаемая конфайнментом сильная неоднородность системы (плотность системы сильно падает к периферии); неоднородность уменьшается с увеличением параметра κ. Можно показать, что представленные зависимости $d^*(r^*)$ являются практически универсальными и зависят только от величины κ (зависимость от числа частиц n в цепочке (*size effect*) практически исчезает для $n > 10^2$ и $\kappa > 0.3$; зависимость от параметра неидеальности Γ слабая).

Представленные результаты, в частности, означают, что в системах с параболическим удержанием (что характерно для плазменных систем) невозможно создать однородную цепочку ионов/микрочастиц (например, существует определенный интерес к цепочкам, захваченных в ловушку ионов, в связи с созданием на их основе квантовых компьютеров [31]).

На вставке к рис. 1 показана двухточечная корреляционная функция $g(r)$ в разных областях системы: в центре (синяя кривая) и на периферии (красная кривая). Хорошо видно влияние конфайнмента на структуру системы: меняется (увеличивается к периферии) не только межчастичное расстояние (а с ним и локальный параметр экранировки κ), но и порядок в системе – на периферии частицы значительно менее упорядочены, чем в центре (где частицы, как видно по форме $g(r)$, образуют одномерный кристалл). Этому эффекту есть простое объяснение – на периферии межчастичное расстояние d^* заметно больше, чем в центре и, например, при

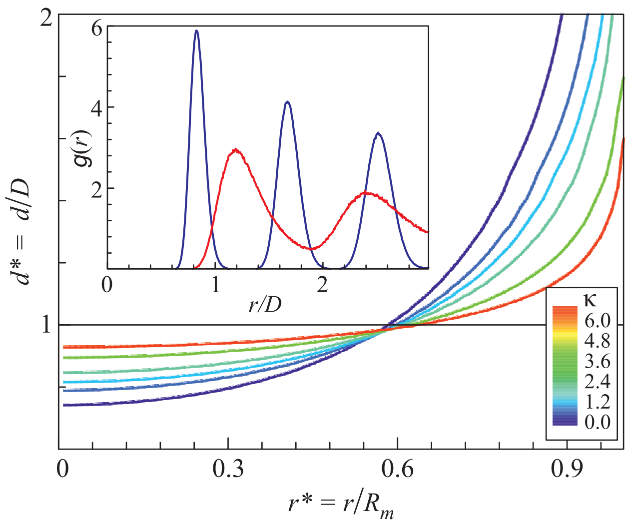

Рис. 1. (Цветной онлайн) Квазиодномерная система Юкавы в параболическом конфайнменте. Для разных величин среднего параметра экранировки $\kappa = D/\lambda$ показано распределение среднего межчастичного расстояния $d^* = d(r)/D$ от безразмерной координаты частицы $r^* = r/R_{\rm m}$, где $D = 2R_{\rm m}/n$ – среднее межчастичное расстояние, n – число частиц в цепочке, $2R_{\rm m}$ – размер системы, $d(r)$ – среднее расстояние между ближайшими соседями на расстоянии r от центра (при $r = 0$). Хорошо видна сильная неоднородность системы, которая уменьшается с увеличением κ. Вставка показывает парную корреляционную функцию в центре (синяя кривая) и на периферии (красная кривая) системы. Видно, что параболический конфайнмент сильно меняет не только межчастичное расстояние, но и порядок – на периферии система значительно менее упорядочена, чем центре. Число микрочастиц в цепочке $n \sim 10^2 \div 10^3$

средней величине $\kappa \simeq 1$ (что типично для экспериментов с низкоразмерной КП), локальный параметр экранировки в центре $\kappa(r^* = 0) \approx 0.8$, а на краю цепочки $\kappa(r^* \simeq 1) \simeq 2.5$ и, следовательно, там значительно слабее взаимодействие между частицами (которое $\propto \exp(-\kappa)$), и они могут легко наблюдаться в неупорядоченном (жидкостном) состоянии. Отметим, что на рис. 1 линия $d^* = 1$ разделяет области пространства, где плотности микрочастиц выше (в центре) и ниже средней, а значение параметра $d_c^* \equiv d^*(r^* = 0)$ – среднего межчастичного расстояния в центре системы, определяется только величиной κ и может являться удобным индикатором жесткости межчастичного взаимодействия. Такая зависимость d_c^* от приведенного расстояния r^* показана на рис. 2. Хорошо видно, что параметр d_c^* позволяет однозначно определить средний параметр экранировки κ для типичных ($\kappa \sim 0.3 \div 3$) экспериментов с комплексной плазмой. Это важный результат, который, в частности, позволяет легко и неинвазивно (т.е. не

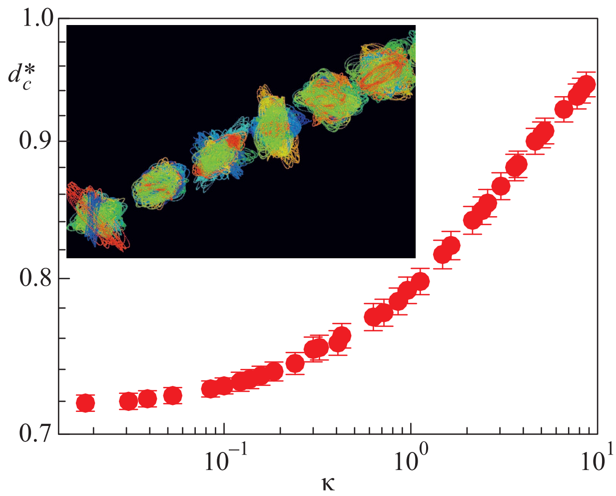

Рис. 2. (Цветной онлайн) Квазиодномерная система Юкавы в параболическом конфайнменте. Зависимость среднего межчастичного расстояния d_c^* в центре системы от среднего параметра экранировки $\kappa = D/\lambda$. Видно, что параметр d_c^* позволяет однозначно определить средний параметр экранировки κ для типичных ($\kappa \sim 0.3 \div 3$) экспериментов с комплексной плазмой. На вставке показаны характерные траектории нескольких соседних микрочастиц; цвет траектории зависит от времени (красный цвет соответствует большим временам). Число микрочастиц в цепочке $n \sim 10^2 \div 10^3$

внося заметных возмущений в окружающую плазму) определять параметр κ в системе (и который обычно в экспериментах с КП получают косвенно из динамических данных в результате трудоемкой процедуры [5]). Дополнительно на рис. 2 показаны характерные траектории нескольких соседних микрочастиц, демонстрирующих их положение в 3D пространстве.

Квазидвумерные системы микрочастиц. Это самый распространенный в контексте КП объект исследования, тесно связанный с изучением фазовых переходов и свойств коллективных возбуждений в двумерных системах [5]. В типичных экспериментах с двумерной КП микрочастицы ($n \sim 10^3 \div 10^4$) добавляются в плазму радиочастотного разряда, при этом в приэлектродной области разряда (где силы гравитации уравновешиваются силами электрического поля) можно получить плоские структуры из микрочастиц из-за сильного вертикального конфайнмента. В поперечном направлении конфайнмент значительно слабее (и в первом приближении также является параболическим и изотропным), поэтому структуры из микрочастиц, как правило, образуют двумерный диск (например, [32]).

Отметим, что обычно левитирующие квазидвумерные структуры КП содержат порядка тысяч микрочастиц и их поперечный размер $R_{\rm pc}$ мал по сравнению с характерным масштабом неоднородности плазмы (который в радиочастотном разряде порядка размера электрода $L_{\rm e}$) и поэтому наблюдаемые структуры практически планарны – их вертикальные смещения незначительны ($\delta z \ll D$), что, в частности, означает очень слабую зависимость заряда в такой структуре от ее радиального положения (иначе бы частицы смещались в вертикальном направлении). Регистрация микрочастиц в экспериментах проводится с помощью их подсветки лазерным лучом, развернутым в лист с толщиной около 100 мкм, поэтому как горизонтальные, так и вертикальные (*out of plane*) координаты микрочастиц определяются с довольно высокой точностью (позволяя, в частности, изучать коллективные моды [5] в системе). Отметим также, что для протяженных структур ($R_{\rm pc} \sim L_{\rm e}$) влияние неоднородности плазмы и изменения радиальной функции распределения электронов по энергиям (влияющих на зарядку микрочастиц) уже становится заметным (периферийные частицы смещаются вверх из-за понижения заряда (вызванного указанной неоднородностью), нарушая планарность системы). Здесь эти эффекты не рассматриваются.

На рисунке 3 показано (как и на рис. 1), как распределение среднего межчастичного расстояния d^* зависит от приведенного расстояния до центра r^* для разных значений среднего параметра κ. Так же, как и в одномерном случае, 2D система существенно неоднородна по радиусу (и плотность спадает к периферии системы); указанная неоднородность также сильно зависит от $\kappa = D/\lambda = R_{\rm m}/\lambda\sqrt{\pi/n}$ – при увеличении жесткости системы (т.е. параметра κ) профиль $d^*(r^*)$ становится более пологим, переходя в пределе больших κ в почти однородную систему.

На вставке к рисунку 3 представлена зависимость d_c^* (т.е. величины среднего межчастичного расстояния d^* в центре диска ($d_c^* = d^*(r=0)$) от среднего параметра κ. Как и в одномерном случае (см. рис. 2), указанная зависимость позволяет однозначно определить величину κ по конфигурации частиц, что легко может быть реализовано в экспериментах с комплексной плазмой и практически не требует сложной диагностики. Как и в одномерном случае, указанные зависимости – квазиуниверсальны, т.е. определяются только величиной параметра экранировки κ (например, можно показать, что зависимости $d^*(r^*)$ у кристалла и его расплава практически совпадают при типичных для эксперимента величинах κ).

Обычно в экспериментах с двумерной КП средний параметр экранировки κ порядка единицы [5]; это, в частности, означает, что в такой системе реализуется сильное увеличение межчастичного расстояния (и соответственно, сильное ослабление межчастичного взаимодействия (которое $\propto \exp^{-\kappa}$) и параметра неидеальности Γ) к границам системы. Действительно, как видно из рис. 3, для $\kappa \simeq 1$ пара-

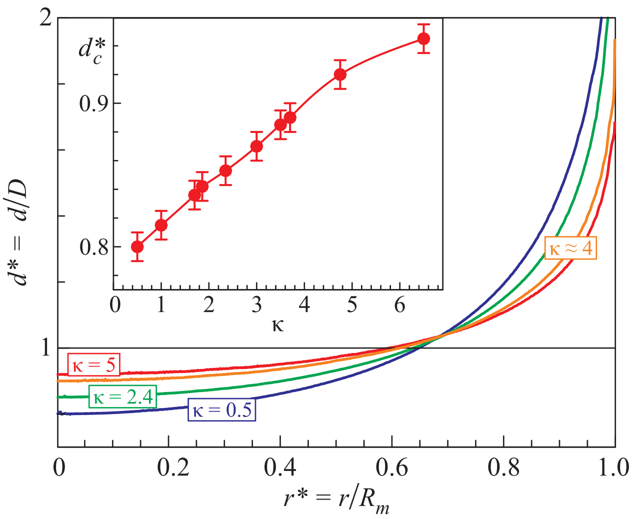

Рис. 3. (Цветной онлайн) Квазидвумерная система Юкавы в параболическом конфайнменте. Как и на рис. 1, для разных величин κ (указаны для каждой кривой) представлено распределение среднего межчастичного расстояния d^* от приведенного радиуса частицы $r^* = r/R_{\rm m}$. Здесь $d^* = d(r)/D$, где $D = R_{\rm m}\sqrt{\pi/n}$ – среднее межчастичное расстояние, n – число частиц в системе, $R_{\rm m}$ – радиус диска, а $d(r)$ – среднее расстояние между ближайшими соседями на расстоянии r от центра диска. Так же как и в одномерном случае, хорошо видна неоднородность системы, которая уменьшается с увеличением κ. На вставке показана зависимость d_c^* величины d^* в центре системы ($d_c^* = d^*(r = 0)$) от среднего параметра κ. Как и в случае одномерной цепочки микрочастиц (см. рис. 2), указанная зависимость позволяет однозначно определить величину κ по конфигурации частиц. Число микрочастиц в системе $n \sim 10^5$

метр неидеальности Γ примерно на порядок меньше на периферии системы по сравнению с ее центром. То есть периферия такого плазменного кристалла плавится при температурах ниже, чем его (кристалла) центральная область. Это приводит к очень красивому эффекту[2)] – образованию "волны плавления" при нагреве двумерного плазменного кристалла, находящегося в параболическом конфайнменте. Такая волна начинается на периферии (при $r^* \simeq 1$) и распространяется к центру системы (количественно, 2D жидкость от 2D кристалла можно отличить, например, по концентрации дефектов (частиц с 5-ю и 7-ю соседями) – в жидкости доля дефектов превышает *ca* 0.2 [5]). При этом довольно легко получить многофазную систему, состоящую из кристалла (центральная область двумерной структуры), расплава (на периферии), возможно существование и промежуточной гексатической фазы; в параболическом конфайнменте реализуется разделение указанных фаз (каждая фаза существует в определенном диапазоне значений приведенного радиуса r^*).

При рекристаллизации же полностью расплавленного такого двумерного кристалла, образуется "волна рекристаллизации", которая (очевидно, из тех же соображений) распространяется из центра к периферии системы. Эффект указанной "волны плавления" проиллюстрирован на рис. 4, где показана эволюция ограниченной двумерной системы Юкавы при ее однородном нагреве. Известно, что фазовое состояние двумерной такой системы определяется концентрацией дефектов, т.е. частиц с 5-ю и 7-ю ближайшими соседями (например, [12]), несмотря на то, что, например, в расплаве 2D системы Юкавы доминируют (с долей *ca* 0.8) кристаллиты – частицы с 6-ю ближайшими соседями (NN) (что кардинально отличает двумерный расплав от трехмерного, в котором кристаллиты практически отсутствуют). Здесь, поскольку в случае системы Юкавы кристаллическая фаза обладает гексагональным типом симметрии, для определение у каждой отдельной микрочастицы числа NN использовался метод ячеек Вороного [34]. На рисунке 4 цвет каждой микрочастицы зависит от числа NN (зеленый – для NN = 6, синий и красный – для NN = 5 и 7 соответственно). Хорошо видно (см. панель (b) рис. 4), что от границ плазменного кристалла к его центру распространяется "волна плавления" в полном согласии с приведенным выше рассмотрением.

Отметим, что в лабораторной комплексной плазме существует (отмеченная выше) неоднородность заряда микрочастиц $Z_{\rm d}$ в радиальном направлении для протяженных низкоразмерных пылевых структур, например, для больших 2D плазменных кристаллов [35, 36] – заряд $Z_{\rm d}$ слабо убывает в радиальном направлении. Легко видеть, однако, что указанная неоднородность заряда микрочастиц качественно только усиливает эффект образования "волны плавления", поскольку так же, как и параболический конфайнмент, приводит к уменьшению параметра неидеальности микрочастиц на периферии системы.

[2)]Отметим, что данный эффект не был обнаружен в [33], где численно изучалось плавление двумерной системы Юкавы в параболическом конфайнменте; возможно, это связано с небольшим числом микрочастиц ($n \sim 1000$) в системе [33].

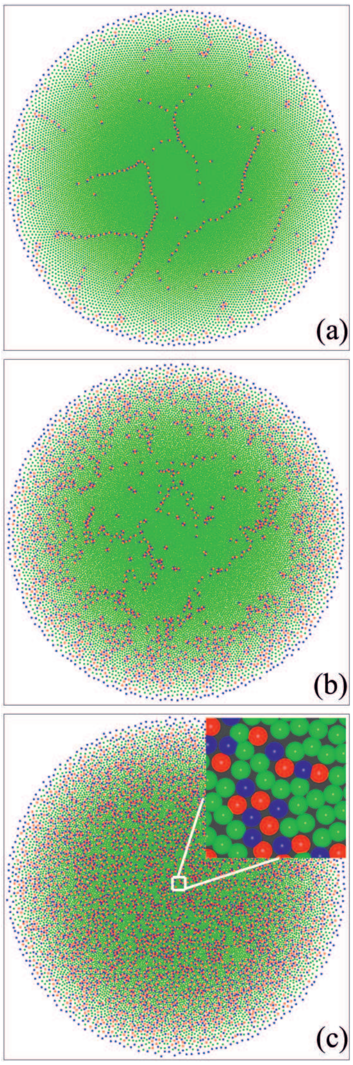

Рис. 4. (Цветной онлайн) Плавление квазидвумерного плазменного кристалла в параболическом конфайнменте. На панелях (a)–(c) показаны характерные конфигурации системы в 2D пространстве при разных температурах T микрочастиц ($T_{\mathrm{a}} < T_{\mathrm{b}} < T_{\mathrm{c}}$). Цвет частиц определяется числом ближайших соседей N_{nn}: зеленому, синему и красному цвету соответствуют $N_{\mathrm{nn}} = 6$, 5 и 7 (вставка показывает фрагмент расплава, где хорошо видны кристаллиты ($N_{\mathrm{nn}} = 6$) и дефектные кластеры (состоящие из частиц с ($N_{\mathrm{nn}} = 5, 7$)). Хорошо видно (см. панель (b)), что от границ кристалла к центру распространяется "волна плавления" (за фронтом которой доля дефектов, как можно показать, превышает *ca* 0.2, что характерно для двумерной жидкости); на панели (c) представлено финальное состояние системы – неоднородный (в радиальном направлении) расплав системы Юкавы. Средний параметр $\kappa = 1$. Число микрочастиц в системе $n \approx 2 \times 10^4$

В настоящей работе рассмотрено влияние параболического удерживающего потенциала (конфайнмента) на равновесные пространственные конфигурации ограниченной системы Юкавы в квазиодномерном (цепочка из микрочастиц в 3D) и квазидвумерном (диск из микрочастиц в 3D) случаях. В обоих случаях система микрочастиц существенно неоднородна – среднее приведенное межчастичное расстояние d^* заметно растет (а плотность микрочастиц, соответственно, падает) в направлении к периферии системы ($r \to R_{\mathrm{m}}$ или $r^* \to 1$); указанная зависимость $d^*(r^*)$ зависит только от параметра экранировки κ и слабо зависит от параметра неидеальности Γ и, таким образом, может быть использована для неинвазивного определения величины κ в экспериментах с КП. Важным следствием указанного спада плотности в радиальном направлении (для двумерных систем) является образование волны плавления, которая распространяется от границ системы к центру (в случае кристаллизации – волна движется из центра к периферии).

Автор благодарит В. Носенко за полезные дискуссии. Работа поддержана Президиумом РАН в рамках программы "Конденсированное вещество и плазма при высоких плотностях энергии".

---

1. H. Thomas, G. E. Morfill, V. Demmel, J. Goree, B. Feuerbacher, and D. Möhlmann, Phys. Rev. Lett. **73**, 652 (1994).
2. J. H. Chu and Lin I, Phys. Rev. Lett. **72**, 4009 (1994).
3. Y. Hayashi and K. Tachibana, Japanese J. Appl. Phys.: Part 2 -Letters **33**, L904 (1994).
4. A. Melzer, T. Trottenberg, and A. Piel, Phys. Lett. A **191**, 301 (1994).
5. V. E. Fortov and G. E. Morfill, *Complex and dusty plasmas: From Laboratory to Space*, CRC Press (2010).
6. S. I. Krasheninnikov, A. Y. Pigarov, R. D. Smirnov et al. (Collaboration), Plasma Phys. Control. Fusion **50**(12), 124054 (2008).
7. L. Boufendi and A. Bouchoule, Plasma Sources Sci. Technol. **3**(3), 262 (1994).
8. S. Shimizu, B. Klumov, T. Shimizu, H. Rothermel, O. Havnes, H. M. Thomas, and G. E. Morfill, J. Geophys. Res. **115**, D18205 (2010).
9. G. E. Morfill, A. V. Ivlev, S. A. Khrapak, B. A. Klumov, M. Rubin-Zuzic, U. Konopka, and H. M. Thomas, Contirb. Plasma Phys. **44**, 450 (2004).
10. G. E. Morfill, S. A. Khrapak, A. V. Ivlev, B. A. Klumov, M. Rubin-Zuzic, and H. M. Thomas, Phys. Scr. T **107**, 59 (2004).
11. A. P. Nefedov, G. E. Morfill, V. E. Fortov et al. (Collaboration), New J. Phys. **5**, 33 (2003).
12. B. A. Klumov, Phys. Usp. **53**, 1045 (2010).

13. G. E. Morfill, M. Rubin-Zuzic, H. Rothermel, A. V. Ivlev, B. A. Klumov, H. M. Thomas, U. Konopka, and V. Steinberg, Phys. Rev. Lett. **92**(17), 175004 (2004).
14. S. Zhdanov, M. Schwabe, C. Raeth, H. M. Thomas, and G. E. Morfill, EPL **110**, 35001 (2015).
15. V. Nosenko, S. K. Zhdanov, S.-H. Kim, J. Heinrich, R. L. Merlino, and G. E. Morfill, EPL **88**, 6 (2010).
16. L. Couedel, Phys. Plasmas **18**, 083707 (2011).
17. M. Rubin-Zuzic, G. E. Morfill, A. V. Ivlev, R. Pompl, B. A. Klumov, W. Bunk, H. M. Thomas, H. Rothermel, O. Havnes, and A. Fouquét, Nature Phys. **2**, 181 (2006).
18. U. Konopka, G. Morfill, and L. Ratke, Phys. Rev. Lett. **84**, 891 (2000).
19. O. S. Vaulina, E. A. Lisin, A. V. Gavrikov, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, JETP **110**(4), 662 (2010).
20. E. A. Lisin, R. A. Timirkhanov, O. S. Vaulina, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, New J. Phys. **15**, 053004 (2013).
21. B. A. Klumov and G. E. Morfill, JETP Lett. **85**(10), 498 (2007).
22. B. A. Klumov and G. E. Morfill, JETP Lett. **87**(8), 409 (2008).
23. B. A. Klumov and G. E. Morfill, JETP **107**(5), 908 (2008).
24. H. Totsuji, C. Totsuji, and K. Tsuruta, Phys. Rev. E **64**, 066402 (2001).
25. C. Totsuji, M. S. Liman, K. Tsuruta, and H. Totsuji, Phys. Rev. E **68**, 017401 (2003).
26. C. Durniak, D. Samsonov, N. P. Oxtoby, J. F. Ralph, and S. Zhdanov, IEEE Trans. Plasma Sci. **38**(9), 2412 (2010).
27. D. H. E. Dubin, Phys. Rev. E **55**(4), 4017 (1997).
28. S. R. Bastin and T. E. Lee, J. App. Phys. **121**, 014312 (2017).
29. S. Agarwal, A. Dhar, M. Kulkarni, A. Kundu, S. Majumdar, D. Mukamel, and G. Schehr, Phys. Rev. Lett. **123**, 100603 (2019).
30. B. Liu, K. Avinash, and J. Goree, Phys. Rev. E **69**, 036410 (2004).
31. R. Blatt and C. F. Roos, Nature Phys. **8**, 277 (2012).
32. C. A. Knapek, A. V. Ivlev, B. A. Klumov, G. E. Morfill, and D. Samsonov, Phys. Rev. Lett. **98**, 015001 (2007).
33. T. E. Sheridan, Phys. Plasmas **16**, 083705 (2009).
34. S. Fortune, Computing in Euclidean Geometry **133**, WorldScientic (1992).
35. J. Meyer, I. Laut, S. Zhdanov, V. Nosenko, and H. Thomas, Phys. Rev. Lett. **119**, 255001 (2017).
36. V. Nosenko, J. Meyer, S. K. Zhdanov, and H. M. Thomas, AIP Adv. **8**, 125303 (2018).