

СВОЙСТВА РЕШЕТОК С "БОЛЬШИМИ" ДЖОЗЕФСОНОВСКИМИ КОНТАКТАМИ МЕЖДУ СВЕРХПРОВОДЯЩИМИ ГРАНУЛАМИ

В.В.Брыксин, А.В.Гольцев, С.Н.Дороговцев

Описана модель джозефсоновской решетки с учетом собственных магнитных полей джозефсоновских токов. Вычислены H_{c1} и энергия пиннинга вихрей для случая, когда линейный размер сверхпроводящих гранул больше лондоновской длины и любой по сравнению с джозефсоновской длиной δ .

Необычные свойства ВТСП керамик стимулировали исследования гранулированных сверхпроводников с джозефсоновскими контактами между гранулами. Если стандартный подход к описанию таких систем, основанный на XY-модели ^{1, 2}, применим для случая гранул с линейными размерами L меньше лондоновской длины λ_L , то в настоящей работе представлены результаты исследования решетки джозефсоновских контактов для случая $L \gg \lambda_L$.

В такой решетке вдали от точек пересечения контактов (на расстояниях, больших λ_L) разность фаз $\theta(u)$ ($u = x, y$) описывается уравнением $\sin \theta = \delta^2 \partial^2 \theta / \partial u^2$. При этом требуется сформулировать граничные условия на узлах решетки. Для удобства вокруг каждого узла введем восемь величин, представляющих собой пределы функций $\theta(u)$ при стремлении в узел (m, n) по четырем направлениям ($\theta_{mn}^{(i)}, i = 1, 2, 3, 4$) и ее производных ($\theta'_{mn}^{(i)}$) (рис. 1). Во-первых, из условия непрерывности магнитного поля $H_z = H = (\phi_0 / 2\pi d) \partial \theta / \partial u$, где $d = 2\lambda_L + d'$ и, во-вторых, вследствие непрерывности фазы φ сверхпроводящих волновых функций внутри сверхпроводящих гранул имеем

$$\theta_{mn}^{(1)'} = \theta_{mn}^{(2)'} = \theta_{mn}^{(3)'} = \theta_{mn}^{(4)'} = \theta'_{mn} \quad (1a)$$

$$\theta_{mn}^{(1)} + \theta_{mn}^{(2)} = \theta_{mn}^{(3)} + \theta_{mn}^{(4)} \quad (16)$$

Уравнение sin-Гордона и (1 а, б), дополненные условиями на границе решетки с вакуумом полностью определяют поведение системы джозефсоновских контактов. Условия сшивания вовсе не предполагают непрерывности θ в узлах, что наглядно иллюстрируется простейшим примером одновихревого решения на двух перекрещивающихся контактах (рис. 2).

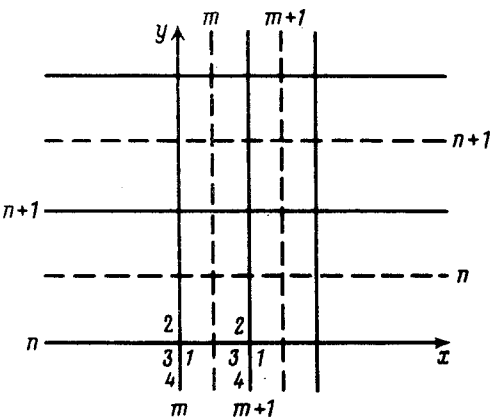


Рис. 1

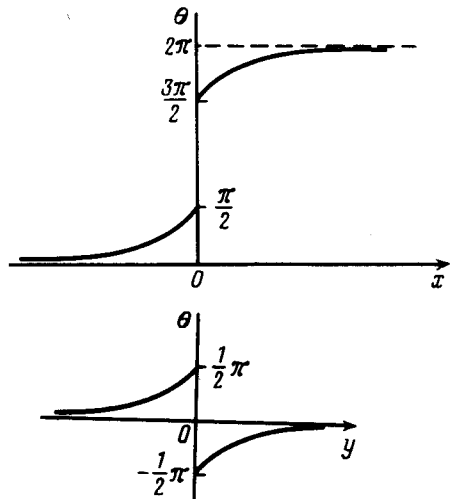


Рис. 2

Каждая ветвь решений на этом рисунке есть часть односолитонного решения. Энергия такого вихря $E = (2 - \sqrt{2})E_J = \sqrt{2}E_p$, где E_p — энергия его пиннинга на пересечении, $E_J = (4\hbar j_c \delta)/e$ — энергия вихря в линейном контакте. Соответствующее нижнее критическое поле $H_{c1}^* = (2 - \sqrt{2})H_{c1}$, где $H_{c1} = 4\pi E_J/\phi_0$ — критическое поле для линейного контакта. Интересно отметить, что наличие такого пиннинга приводит к резонансному поглощению электромагнитного излучения на частоте (без учета затухания за счет нормальных токов) $\omega = 2^{-3/2}(\sqrt{5} - 1)c_0/\delta$, где $c_0 = c(d'/\epsilon d)^{1/2}$ — скорость волн Свихарта.

Рассмотрим случай "плотной" решетки с постоянными $\lambda_L \ll L_x, L_y \ll \delta$. При условии слабости магнитного поля и медленности его изменения от узла к узлу (т. е. $\theta_{m+1,n}^{\prime 2} - \theta_{m,n}^{\prime 2} \ll \theta_{mn}^{\prime 2}$) из уравнения син-Гордона и (1) получим следующий функционал энергии

$$\mathcal{F} = L_x L_y \sum_{m,n} \left\{ \left(\frac{\hbar}{2e} j_c \right) \left[\frac{1}{L_x} + \frac{1}{L_y} - \frac{1}{L_x} \cos(\varphi_{mn} - \varphi_{m-1,n} - \frac{2\pi}{\phi_0} L_x A_{x,mn}) - \frac{1}{L_y} \cos(\varphi_{mn} - \varphi_{m,n-1} - \frac{2\pi}{\phi_0} L_y A_{y,mn}) \right] + \frac{1}{8\pi\mu} \hbar^2_{mn} \right\}. \quad (2)$$

Здесь введены фазы φ_{mn} и "вектор-потенциал" A_{mn} на узле (m, n) дуальной решетки (пунктирные линии на рис. 1):

$$\frac{1}{2}(\theta_{m,n+1}^{(4)} + \theta_{mn}^{(2)}) \equiv \varphi_{mn} - \varphi_{m-1,n} - \frac{2\pi}{\phi_0} L_x A_{x,mn},$$

$$\frac{1}{2}(\theta_{m+1,n}^{(3)} + \theta_{mn}^{(1)}) \equiv \varphi_{m,n-1} - \varphi_{mn} + \frac{2\pi}{\phi_0} L_y A_{y,mn}.$$

A связан с эффективным магнитным полем h и полем в контакте H :

$$h_{mn} = \mu H_{mn} = \frac{1}{L_x} (A_{y,mn} - A_{y,m-1,n}) - \frac{1}{L_y} (A_{x,mn} - A_{x,m,n-1}).$$

Величина $\mu = d(L_x + L_y)/L_x L_y$ имеет смысл эффективной магнитной проницаемости. В континуальном пределе и при медленном изменении фазы функционал (2) имеет вид анизотропного функционала Гинзбурга — Ландау с постоянным параметром порядка. Эффективные глубины проникновения магнитного поля вдоль x и y : $\delta_{x(y)}^* = \delta (L_{x(y)}/(L_x + L_y))^{1/2}$.

Опишем структуру вихря в плотной квадратной решетке ($L_x = L_y = L$). Легко показать, что в сердцевине вихря вклад в функционал (2) от магнитного поля мал. Поэтому уравнение для фазы φ имеет такой же вид, как и в XY-модели³. Вдали от центра вихря, согласно (2), поле удовлетворяет уравнению Лондонов с эффективной глубиной проникновения $\delta^* = \delta/\sqrt{2}$. Сшивая решения для сердцевины и для больших r , получим для обеих областей:

$$h_{mn} = \frac{\phi_0}{\pi \delta^2} \ln \frac{\delta^*}{L \sqrt{n^2 + m^2}}; \quad m, n > 1 \quad (3a)$$

$$h(r) = \frac{\phi_0}{\pi \delta^2} K_0(r/\delta^*) \quad (3b)$$

В общем анизотропном случае энергия вихря равна

$$E = \frac{\pi \hbar}{2e} j_c \sqrt{L_x L_y} \left(\ln \frac{\delta}{\sqrt{L_x L_y}} + \text{const} \right),$$

что при $L_x = L_y$ согласуется с ⁴. Так как структура сердцевины вихрей в плотной решетке совпадает со структурой вихрей в XY -модели, то и энергия пиннинга в этих системах совпадает, $E_p \approx 0,1 \hbar j_c L / e^3$.

Действуя аналогично изложенному выше, можно рассмотреть и сильно анизотропную решетку: $\lambda_L \ll L_x \ll \delta \ll L_y$. Такая задача сводится к известной модели Френкеля—Конторовой ⁵. Энергии и критическое поле равны

$$E/E_J = H_{c1}^*/H_{c1} = (L_x/2\delta)^{1/2}, \quad E_p = 4\pi^2 E_J \exp(-\pi^2(\delta/2L_x)^{1/2}).$$

Эффективные глубины проникновения $\delta_x^* = (L_x \delta/2)^{1/2}$, $\delta_y^* \sim \delta$. Поэтому в такой системе максимальный полный критический ток вдоль y при $H=0$ $I_y^* \sim j_c \delta_x^* \ll j_c \delta$ ⁶.

Воспользовавшись полученными формулами, приведем температурные зависимости E , H_{c1}^* и E_p для случая джозефсоновского контакта с диэлектрической прослойкой ($j_c \sim \tau$, $\delta \sim \tau^{-1/4}$, $\tau \equiv (T_c - T)/T_c$). При $L \gg \delta$ имеем: $E, H_{c1}^*, E_p \sim \tau^{3/4}$. Такая зависимость для характерного магнитного поля наблюдалась в керамике $Y_1Ba_2Cu_3O_x$ ⁷. При $\delta \gg L$: $E, H_{c1}^*, E_p \sim \tau$. При $L_y \gg \delta \gg L_x$: $E, H_{c1}^* \sim \tau^{7/8}$, $E_p \sim \tau \exp(-a\tau^{-1/8})$.

Следующим интересным пределом является случай сильных магнитных полей, когда поле в контактах равно внешнему H . В этом случае разность фаз есть линейная функция координат ($\theta(u) = \theta + 2\pi dHu/\phi_0$, $u = x, y$), а функционал энергии имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = & - \frac{\hbar j_c \phi_0}{2\pi e d H} \sum_{m, n} \left\{ \sin \left[\frac{\pi d H}{\phi_0} (X_{m+1, n} - X_{mn}) \right] \times \right. \\ & \times \cos \left[\varphi_{m, n-1} - \varphi_{mn} + \frac{\pi d H}{\phi_0} (X_{m+1, n} + X_{mn}) + \alpha_x \right] + \\ & \left. + \sin \left[\frac{\pi d H}{\phi_0} (Y_{m, n+1} - Y_{mn}) \right] \cos \left[\varphi_{mn} - \varphi_{m-1, n} + \frac{\pi d H}{\phi_0} (Y_{m, n+1} + Y_{mn}) + \alpha_y \right] \right\}, \end{aligned}$$

где X_{mn} и Y_{mn} есть проекции радиус-вектора узла основной решетки, а индекс y фазы φ относится к дуальной решетке (рис. 1). Фазы α_x и α_y фиксируются внешним током. Отличие (4) от функционала XY -модели заключается в наличии осциллирующей зависимости от H силы связи (полного джозефсоновского тока) между гранулами ($\sim H^{-1} \sin(\gamma H)$). Такое поведение может привести к сильной зависимости T_c в модели (4) от H ⁸. Особо нетривиальные следствия для (4) могут быть получены для случайных решеток, в которых знак силы связи может меняться от связи к связи.

В заключение подчеркнем, что в описанной выше системе учитывается эффект собственного поля джозефсоновских токов (см. функционал (2)), тогда как обычно в рамках XY -модели поле и сила связи между гранулами считаются заданными, и задача сводится к определению φ . Предложенный выше подход без труда обобщается и на решетки других типов, а также и на неупорядоченные системы.

Авторы благодарны за полезные обсуждения В.И.Белицкому, В.Н.Пригодину, А.Н.Самухину, Э.Б.Сонину и А.К.Таганцеву.

Литература

1. Proc. of the NATO Advanced Research Workshop on Coherence in Superconducting Networks, Delft, 1987., Amsterdam: North-Holland, 1988, p. 1 – 302. Physica B, 1988, 152, p. 1 – 302.
2. Иоффе Л.Б., Ларкин А.И. ЖЭТФ, 1981, 81, 707.
3. Lobb C.J., Abraham D.W., Tinkham M. Phys. Rev. B, 1983, 27, 150.
4. Сонин Э.Б. Письма в ЖЭТФ, 1988, 47, 415.

5. *Bak P., Bohr T. Rep. Progr. Phys., 1982, 45, 587.*

6. *Бароне А., Патерно Дж. Эффект Джозефсона, 1984, М.: Мир, с. 126.*

7. *Kwak J.F., Venturini E.L., Nigrey P.J., Ginley D.S. Phys. Rev. B, 1988, 37, 9749.*

8. *Giovannella C., Fruchter L., Chappert C. Ann. Phys. Fr., 1988, 13, 393.*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
15 февраля 1989 г.
