Письма в ЖЭТФ, том 111, вып. 12, с. 798 – 805

Коллективная атомная динамика в резонансной флуоресценции

А. И. Трубилко[+1)], *А. М. Башаров*[*×1)]

[+]*Санкт-Петербургский университет Государственной противопожарной службы МЧС России, 196105 С.-Петербург, Россия*

[*]*Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

[×]*Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия*

Поступила в редакцию 4 мая 2020 г.
После переработки 4 мая 2020 г.
Принята к публикации 7 мая 2020 г.

Выявлен новый коллективный эффект в резонансной флоуресценции – при возбуждении атомного ансамбля когерентным полем высокой интенсивности при критическом числе атомов ансамбля имеет место сужение боковых и центральной компонент триплета в спектре излучения атомного ансамбля.

DOI: 10.31857/S1234567820120022

1. Введение. В квантовой и нелинейной оптике резонансная флуоресценция отдельного атома и атомного ансамбля относится к фундаментальным явлениям, что обусловлено первой экспериментальной регистрацией квантового состояния светового поля. Действительно, именно при наблюдении рассеянного света в условиях интенсивного возбуждения мощной монохроматической световой волной впервые регистрировалось излучение, отвечающее антигруппировке фотонов во времени [1, 2]. Это явление может быть объяснено только в рамках полного квантовомеханического описания как атомных, так и полевых переменных [3]. При рассеянии внешнего монохроматического излучения отдельным атомом (разреженной атомной средой) в обычной постановке эксперимента исследуется флуоресцентное излучение в направлении, перпендикулярном плоскости, образованной направлением распространения атомного пучка и возбуждающего его света монохроматической накачки. В условиях резонансной накачки слабой интенсивности в рассеянном двухуровневым атомом излучении регистрируется одиночный высокоинтенсивный пик упругого рассеяния [4]. Он возникает на частоте резонансного перехода, а его ширина определена спектральной шириной возбуждающего света и может быть много меньше естественной ширины линии атомного перехода. При увеличении интенсивности внешнего поля когерентной накачки в рассеянном одиночным атомом излучении регистрируется известный триплет Моллоу [5, 6], представляющий собой наряду с упругой компонентой, также уширенный компонент на центральной частоте перехода и два менее интенсивных уширенных сателлита, центральные частоты которых определены частотой Раби внешнего поля. Такое нелинейное явление определено динамическим эффектом Штарка расщепления атомных уровней во внешнем интенсивном когерентном поле, когда осцилляции Раби модулируют дипольный момент перехода атома. Полуширины некогерентных компонент центрального и побочных сателлитов различны и определены половиной естественной ширины атомного перехода и ее тремя четвертями, соответственно [7, 8].

Спектральные свойства ансамбля атомов коллективно взаимодействующих с внешней когерентной волной монохроматической накачки демонстрируют особенности в оптическом спектре при регистрации сигнала флуоресценции. В традиционной постановке эксперимента в поле интенсивной накачки, частота Раби которой много больше скорости коллективной релаксации системы, спектральные свойства флуоресценции изменяются. Так, центры частот сателлитов оказываются сдвинуты теперь в обе стороны от частоты центрального пика на удвоенную частоту Раби. Когерентная компонента упругого рассеяния не наблюдается, а интенсивности некогерентных компонент триплета квадратичным образом зависят от числа атомов в ансамбле [9, 10]. Спектр резонансной флуоресценции, наблюдаемый под углом к плоскости взаимодействия с волной накачки, может выявлять опосредованные дальнодействующие взаимодействия между атомами, что свидетельствует о кооперативных эффектах в нем даже при низких атомных плотностях [11]. Оптический спектр рассеянного излучения зависит и от свойств окружения ансамбля [12], что наиболее полно проявляется при воз-

[1)]e-mail: trubilko.andrey@gmail.com; basharov@gmail.com

буждении полями высокой интенсивности. Именно поэтому резонансная флуоресценция служит достаточно мощным экспериментальным спектроскопическим методом исследования, например, при исследовании взаимодействии атома с плазмонными наночастицами [13] и при изучении свойств ультрахолодного атомного ансамбля [14].

Изменения в описанной картине, как теоретически предсказанные, так и экспериментально зарегистрированные, свидетельствуют о высокой чувствительности спектра резонансной флуоресценции к проявлениям новых механизмов электромагнитных взаимодействий атомов. При этом характерным признаком служит изменение ширин и положений спектра флуоресценции. Мы показываем, что возможны условия, при которых в оптическом спектре рассеяния некогерентные части триплетной структуры сужаются и принимают дельтаобразный вид. Это является весьма резкой перестройкой уже ставшей стандартной картины резонансной флуоресценции. Такая перестройка обусловлена ролью фундаментального квантового процесса, предсказанного еще в 1984 г. [15], но до недавнего времени не имевшего проявлений в квантовой динамике.

В работах [15–17] показано, что в случае участия в квантовых процессах широкополосных бозонных полей три фундаментальных процесса играют равноправную роль. Их составляют известные квантовые рождающий и уничтожающий процессы, а также считывающий квантовый случайный процесс. Первые два в традиционных задачах ассоциируются с операторами рождения и уничтожения квантов и уже достаточно широко вошли в аппарат квантовой оптики [18]. Считывающий процесс и его роль в процессах измерения и фоторегистрации обсуждались в работах [19, 20]. Также были проведены исследования по проявлению квантового считывающего процесса в столкновительных моделях квантовых частиц [21]. Что касается самих электромагнитных взаимодействий, то с обычной точки зрения квантовые считывающие процессы могли бы проявиться только во втором порядке теории возмущений, и, возможно поэтому, изначально отвергалась какая-либо роль подобных слагаемых второго порядка в оптических электромагнитных процессах, в частности, в основном управляющем кинетическом уравнении [22]. Хотя общий вид кинетического уравнения при участии всех трех квантовых случайных процессов получен в 1991 г. [17], до работ [23, 24] не был ясен физический механизм, лежащий в основе проявления квантового считывающего процесса в электромагнитных взаимодействиях.

В работах [23, 24] было показано, что квантовый считывающий процесс, во-первых, определяет штарковское взаимодействие атомов с квантованным вакуумным широкополосным электромагнитным полем, и, во-вторых, несмотря на малость второго порядка по константе взаимодействия, играет равноправную роль с рождающим и уничтожающим процессами первого порядка в ансамблях одинаковых квантовых частиц при достаточном числе частиц ансамбля (порядка сотни). Здесь проявляется замечательное считывающее свойство, обнаруженное Хадсоном и Партасарати и характерное для квантовых случайных процессов. Заметим, что считывающее свойство классического процесса, выделяет в классической теории вероятностей и случайных процессов такой фундаментальный процесс, как пуассоновский, который широко используется для описания постулата редукции фон Неймана и измерительных процедур (см., например, [25, 26]). Считывающее свойство в квантовом случае определяет новые эффекты подавления коллективной релаксации атомного ансамбля или замораживание состояния системы в условиях, когда число атомов определяется определенным критическим значением. В ряде наших работ [27, 28] показано проявление учета обсуждаемого стохастического процесса, приводящие к изменению формы и времени задержки импульса сверхизлучения полностью возбужденного и полувозбужденного симметричного атомного ансамбля в обобщенной модели Дике. Аналогичные проявления изменения временных характеристик и формы низкочастотного терагерцового излучения ансамблей атомов, обладающих начальным постоянным дипольным моментом, исследовано в [29].

Именно роль считывающего процесса в атомном ансамбле и определило, как показано в представляемой нами работе, своеобразие резонансной флуоресценции атомного ансамбля. Для описания такой динамики, называемой невинеровской, необходимо адекватно учитывать как резонансные процессы взаимодействия с широкополосным вакуумным окружением, так и процессы нерезонансного штарковского взаимодействия [30]. Кинетическое уравнение для коллектива атомов удается получить в марковском приближении, используя технику построения стохастических дифференциальных уравнений (СДУ). В рамках традиционного рассмотрения, для построения кинетического уравнения методами СДУ и другими методами [10], используется стандартный эффективный гамильтониан, записанный в приближении вращающейся волны, отвечающий только резонансным процессам взаимодействия атомов с окружения [18, 31]. Однако такое взаимодействие определяет только порождающий и уничтожающий квантовые управляющие стохастические процессы. Получение в рамках исходного полного гамильтониана эффективного гамильтониана методом алгебраической теории возмущений [32] позволяет естественным образом, без каких-либо дополнительных предположений наряду с резонансными процессами взаимодействия с вакуумным окружением, учитывать также и нерезонансные. До сих пор такие процессы не учитывались в рамках уже ставшей традиционной теории резонансной флуоресценции. Однако именно такие процессы и формируют считывающий квантовый процесс.

2. Кинетическое уравнение для атомной системы. Будем предполагать стандартную постановку эксперимента по наблюдению света флуоресценции от атомного ансамбля. Последний представляет собой атомный кластер, содержащий N_a одинаковых атомов, распространяющийся в некотором направлении. Лазерный луч монохроматической классической волны накачки действует на атомный ансамбль, причем область взаимодействия считаем много меньшей всех характерных длин волн в задаче. Рассеянное излучение анализируется детектором, местоположение которого определено направлением, перпендикулярным плоскости распространения световой волны и атомного кластера, а сбор информации предполагается в дальней зоне. В таких условиях допплеровским уширением линии можно пренебречь.

Чтобы вывести кинетическое уравнение для открытой системы воспользуемся методом алгебраической теории возмущений [32] для построения эффективного гамильтониана задачи. Основная идея метода состоит в определении выражения для оператора эффективного взаимодействия, которое не содержит быстро осциллирующих во времени слагаемых. Такая программа построения исходных уравнений до недавнего времени не ставилась разработчиками теории открытых квантовых систем, но только она отвечает в локальном подходе иерархии характерных времен оптических квантовых систем [33]. Задача решается путем определения унитарного преобразования, применяемого как к вектору состояния, описывающему эволюцию всей системы, так и к исходному гамильтониану. Унитарная симметрия квантовой динамики позволяет определить такой вид оператора преобразования, последующее применение которого к найденному выражению эффективного взаимодействия не изменяет последний.

Динамика атомной в общем случае многоуровневой системы при взаимодействии с монохроматической классической волной частотой ω_c и внешним квантованным широкополосным полем, сводится к двухуровневому приближению, где с указанными полями эффективо взаимодействуют только два энергетических состояния $|E_2^{(i)}\rangle$ и $|E_1^{(i)}\rangle$ i-го атома, частоту перехода между которыми обозначим $\omega_0 = \omega_{21} = \big(E_2 - E_1\big)/\hbar$. Как оказывается, другие уровни атомов в конечном итоге только эффективно перенормируют параметры взаимодействия. Для описания атомной системы используем коллективные атомные операторы

$$R_3 = \frac{1}{2}\sum_i \Big(|E_2^{(i)}\rangle\langle E_2^{(i)}| - |E_1^{(i)}\rangle\langle E_1^{(i)}|\Big),$$

$$R^+ = \sum_i |E_2^{(i)}\rangle\langle E_1^{(i)}|, \quad R^- = \sum_i |E_1^{(i)}\rangle\langle E_2^{(i)}|,$$

которые отвечают коммутационным соотношениям $\Big[R_3; R^\pm\Big] = \pm R^\pm$, $\Big[R^+; R^-\Big] = 2R_3$. Эти операторы вместе с единичным оператором двухуровневой системы $\hat{1} = \sum_i (|E_2^{(i)}\rangle\langle E_2^{(i)}| + |E_1^{(i)}\rangle\langle E_1^{(i)}|)$ являются образующими алгебры su(2).

Будем считать, что атомный ансамбль взаимодействует с полем монохроматической классической волны и широкополосным полем вакуумного окружения электродипольно. В этих условиях оператор эффективного взаимодействия в представлении взаимодействия, с учетом как резонасных, так и нерезонансных процессов определяется следующим выражением:

$$V(t) = V_{cl}(t) + V_q(t) + V_{c-q}(t). \tag{1}$$

Здесь первое слагаемое

$$V_{cl}(t) = -\Big(\mathcal{E}_0 d_{12} R^+ e^{-i(\omega_c - \omega_0)t} + \text{h.c.}\Big) \tag{2}$$

отвечает резонансному взаимодействию монохроматической классической волны с коллективом двухуровневых атомов, для которых частота рабочего перехода ω_0 переопределена с учетом статического штарковского сдвига уровней энергии во внешнем классическом поле и лэмбовского сдвига от взаимодействия с квантованным широкополосным вакуумным полем. Такие сдвиги отвечают второму порядку взаимодействия с указанными полями, мы включаем их в рассмотрение обычной перенормировкой и явный вид не приводим. В уравнении (2) $\mathcal{E}_0$ – амплитуда классической волны накачки, а $d_{kj} = \langle k|\hat{d}|j\rangle$ – матричные элементы оператора дипольного момента атома.

Второе слагаемое (1) описывает взаимодействие атомной системы с квантованным бозонным окружением в вакуумном состоянии

$$V_q(t) = \int d\omega \Gamma(\omega) b^\dagger(\omega) d_{12} e^{i(\omega-\omega_{21})t)} R^- + \text{h.c.} +$$
$$+V^{D-D}(t) + \int d\omega d\omega' \Gamma(\omega)\Gamma(\omega') b^\dagger(\omega) b(\omega') e^{i(\omega-\omega')t} \times$$
$$\times \Big(\Pi_+(\omega,\omega')\frac{N_a}{2} + \Pi_-(\omega,\omega')R_3\Big), \qquad (3)$$

$$\Pi_k(\omega) = \sum_j \frac{|d_{kj}|^2}{\hbar}\Big(\frac{1}{\omega_{kj}+\omega} + \frac{1}{\omega_{kj}-\omega}\Big),$$
$$\Pi_\pm(\omega,\omega') = \frac{1}{2}\Big[(\Pi_1(\omega)+\Pi_1(\omega')) \pm (\Pi_2(\omega)+\Pi_2(\omega'))\Big].$$

Нетрудно видеть, что оператор (3) включает как слагаемые первого порядка по взаимодействию квантованного поля с атомной системой, описывающие резонансные процессы взаимодействия, так и второго порядка, отвечающие нерезонансному характеру процессов взаимодействия. Здесь h.c. обозначает выражение, эрмитово сопряженное предыдущему, а

$$V^{D-D}(t) = -\int d\omega \frac{\Gamma^2(\omega)|d_{21}|^2}{\hbar(\omega+\omega_0)}\Big(R^-R^+ + R^+R^- - N_a\Big)$$

является оператором диполь-дипольного взаимодействия атомов, лэмбовские и стационарные штарковские сдвиги включены в частоты атомных переходов. Следует особо подчеркнуть, что при применении алгебраической теории возмущений и электродипольной форме оператора взаимодействия квантовой частицы с полями это слагаемое появляется естественным образом и не требует привлечения каких-либо дополнительных искусственных допущений и соображений, как это происходит при применении других методов описания. Представленное выражение учитывает влияние всех уровней атомной системы на выделенные уровни перехода, где частоты переходов между атомными квантовыми уровнями $|E_k\rangle$ и $|E_j\rangle$ обозначены стандартные образом $\omega_{kj} = \big(E_k - E_j\big)/\hbar$. Геометрический параметр $\Gamma(\omega)$ определяет взаимодействия открытой системы и окружающего вакуумного электромагнитного поля [8, 23]. Операторы рождения $b^\dagger(\omega)$ и уничтожения $b(\omega)$ характеризуют кванты частоты ω, причем $\Big[b(\omega), b^\dagger(\omega')\Big] = \delta(\omega-\omega')$.

Наконец, последний билинейный оператор уравнения (1)

$$V_{c-q}(t) = \int d\omega' \mathcal{E}_0^* b(\omega')\Gamma(\omega') e^{-i(\omega'-\omega_c)t} \times$$
$$\times \Big(\Pi_+(\omega,\omega')\frac{N_a}{2} + \Pi_-(\omega,\omega')R_3\Big) + \text{h.c.}, \qquad (4)$$

отвечает интерференционному характеру взаимодействия классической монхроматической волны и широкополосного квантованного поля окружения с атомной системой.

Считаем далее выполенными условия марковского приближения [17, 31]

$$\Gamma(\omega) = \text{const},\ \Pi_\pm(\omega,\omega') = \text{const},$$
$$\langle b(\omega) b^\dagger(\omega')\rangle = \delta(\omega-\omega').$$

Перейдем к безразмерному времени $\tau = \omega_{21}t$, нормированным частотам и введем операторы $b(\nu) = \sqrt{\omega_0} b(\omega)$. В этом случае уравнение для оператора эволюции системы, определяемое приведенным эффективным гамильтонианом (1), становится корректным только, если его воспринимать как квантовое стохастическое дифференциальное уравнение

$$dU(\tau,\tau_0) = U(\tau+d\tau,\tau_0) - U(\tau,\tau_0) =$$
$$= \Big(\exp(-iV(\tau)d\tau) - 1\Big)U(\tau,\tau_0)$$

с начальным условием $U(\tau_0,\tau_0) = 1$. Выражение

$$V(\tau)d\tau = V_{cl}(\tau)d\tau + V^{D-D}(\tau)d\tau +$$
$$+ Y^+ dB(\tau) + Y^- dB^+(\tau) + Y_\Lambda d\Lambda(\tau), \qquad (5)$$

определяет представление эффективного гамильтониана в виде дифференциалов Ито основных порождающего $B^+(\tau)$, уничтожающего $B(\tau)$ и считывающего $\Lambda(\tau)$ квантовых случайных процессов:

$$b(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} d\nu e^{-i(\nu-1)\tau} b(\nu),$$
$$\mathcal{B}^-(\tau) = \int_0^\tau d\tau' b(\tau'), \quad \Lambda(\tau) = \int_0^\tau d\tau' b^\dagger(\tau') b(\tau').$$

В условиях вакуумного состояния окружения дифференциалы Ито определяют свойства алгебры Хадсона–Партасарати [15], которая позволяет в решении просуммировать во всех порядках ряды обычной теории возмущений. Операторозначные выражения перед соответствующими дифференциалами времени и инкрементами случайных процессов в (5) можно записать в виде

$$V_{cl}(\tau) = \Omega R^+ e^{-i(\nu_c-1)\tau} + \text{h.c.},$$
$$V^{D-D}(\tau) = -\kappa\Big(R^-R^+ + R^+R^- - N_a\Big),$$
$$Y^+ = \chi R^+ + \xi\big(\eta_+\frac{N_a}{2} + \eta_- R_3\big)\mathcal{E}_0^*,$$
$$Y^- = \chi R^- + \xi\big(\eta_+\frac{N_a}{2} + \eta_- R_3\big)\mathcal{E}_0,$$
$$Y_\Lambda = \eta_+\frac{N_a}{2} + \eta_- R_3,$$

где $\Omega = (|\mathcal{E}_0 d_{21}|)/(\hbar\omega_{21})$ – безразмерная частота Раби возбуждающего внешнего классического поля, и введены следующие обозначения:

$$\chi = \frac{\sqrt{2\pi}\Gamma(\omega_0)d_{21}}{\hbar\sqrt{\omega_0}},\ \eta_\pm = \frac{2\pi}{\hbar}\Gamma^2(\omega_0)\Big[\Pi_2(\omega_0) \pm \Pi_1(\omega_0)\Big],$$
$$\xi = (2\pi)^{-3/2}\frac{\Gamma(\omega_0)}{\sqrt{\omega_0}},\ \kappa = \int d\nu \frac{|\chi|^2}{2\pi(\nu+1)}.$$

Кинетическое уравнение для матрицы плотности коллектива атомов в поле внешней когерентной волны получается усреднением вектора состояния системы по вакуумному состоянию окружения. Приведем его окончательный вид в условиях резонансного взаимодействия внешней монохроматической волны и атомного ансамбля

$$\begin{aligned}\frac{\partial\rho^A}{\partial\tau} = &-i\Big[V_{cl}(\tau), \rho^A\Big] - i\Big[V^{D-D}(\tau), \rho^A\Big] + \\ &+ |\chi|^2\Big(R^+\frac{\mathcal{Y}+i\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2}R^-\rho^A + \\ &+ \rho^A R^+\frac{\mathcal{Y}^\dagger - i\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2}R^- + \frac{\mathcal{Y}}{\mathcal{R}}R^-\rho^A R^+\frac{\mathcal{Y}^\dagger}{\mathcal{R}}\Big) - \\ &- \xi^2|\mathcal{E}_0|^2\Big(\big(\mathcal{Y}+i\mathcal{R}\big)\rho^A + \rho^A\big(\mathcal{Y}^\dagger - i\mathcal{R}\big) + \mathcal{Y}\rho^A\mathcal{Y}^\dagger\Big). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь первое слагаемое правой части описывает унитарную динамику взаимодействия атомной системы с полем классической монохроматической волны, а второе отвечает диполь-диполному взаимодействию между атомами ансамбля. Третье слагаемое определено взаимодействием атомной системы с широкополосным полем бозонного термостата в вакуумном состоянии. Оно описывает коллективную релаксацию атомной системы и имеет вид релаксационного оператора Лимблада, содержащего и релаксационное движение квантовых уровней [17, 23]. Коллективные операторы релаксации включают и операторозначные функции $\mathcal{Y} = \Big(\exp\big(-i\mathcal{R}\big) - 1\Big)$, которые, наряду с порождающим и уничтожающим квантовыми процессами, продуцированы и квантовым считывающим процессом. Последний определен в операторе эффективного взаимодействия слагаемыми второго порядка по константе взаимодействия атомов с полем. Их следует понимать как разложения в ряд по оператору $\mathcal{R} = \big(\eta_+\frac{N_a}{2} + \eta_- R_3\big)$. Наконец последнее слагаемое в (6) описывает релаксационную часть, порождаемую интерференцией классической монохроматической волны и бозонного широкополосного поля термостата на атомной системе.

3. Резонансная флуоресценция атомного ансамбля в поле сильной классической волны. В общем случае решение уравнения (6) представляет собой трудную задачу, и по-видимому, не имеет аналитического решения. Здесь мы обсудим решение в важном частном случае, который, однако, в полной мере выявляет новый эффект, порожденный коллективной динамикой ансамбля в поле сильной монохроматической волны накачки, резонансной атомному переходу, и наблюдаемый в спектре флуоресценции.

Для простоты будем анализировать излучение ансамбля, атомы которого имеют практически одинаковые константы штарковского взаимодействия обоих рабочих уровней и, следовательно, параметр $\eta_+ \gg \eta_-$. Кроме того, будем считать, что частота Раби когерентной волны накачки много больше констант релаксации $\Omega \gg |\chi|^2$. В этих условиях стационарное решение кинетического уравнения описывает состояние с одинаковыми населенностями рассматриваемых рабочих уровней. Для описания системы из $N_a = 2r$ атомов используем базис Дике, базисные функции которого $|m\rangle$ образуют (2r+1)-мерное представление алгебры момента с генераторами R_3 и $R^\pm$, $R^\pm|m\rangle = \sqrt{(r\mp m)(r \pm m+1)}|m\pm 1\rangle$, $R_3|m\rangle = m|m\rangle$, являясь собственными векторами операторов Казимира $R^2 = \frac{1}{2}(R^+R^- + R^-R^+) + \frac{1}{4}R_3^2$ и инверсии R_3. В этом случае матрица плотности стационарного состояния атомной системы имеет вид

$$\rho^A_{st} = \frac{1}{2r+1}\sum_{m=-r}^{m=r}|m\rangle\langle m|.$$

Нетрудно вычислить следующие стационарные средние атомного ансамбля в этом состоянии

$$\begin{aligned}\langle R_3\rangle_{st} = \langle R^\pm\rangle_{st} = 0,\ \langle R_3^2\rangle_{st} = \frac{1}{6}\Big(\tfrac{N_a^2}{2} + N_a\Big),\\ \langle R^+R^-\rangle_{st} = \tfrac{1}{3}\Big(\frac{N_a^2}{2} + N_a\Big),\end{aligned} \quad (7)$$

которые являются начальными условиями для уравнений, определяющих оптический спектр рассеянного излучения.

В приближении интенсивной накачки диполь-дипольное взаимодействие может приводить лишь к незначительному изменению храктеристических частот системы, поэтому в дальнейших расчетах его будем игнорировать. Так же может быть опущено и последнее слагаемое, обязанное интерференционному взаимодействию обоих рассматриваемых полей на атомной системе. В выбранных условиях оно определено операторозначными функциями, зависящими только от числа атомов, а, следовательно, коммутирующими со всеми операторами от образующих, которые и определяют интересующие средние. В итоге матрица плотности открытой системы определена уравнением (6), в правой части которого остаются только первое и третье слагаемые, а оператор $\mathcal{R} = \eta_+(N_a/2)$. Это уравнение можно решить путем применения к атомным операторам унитарной операции поворота, приводящей к замене $R_x \to S_z$, $R_y \to S_x, R^3 \to S_y$, где $R_x = (1/2)\big(R^+ + R^-\big)$, $R_y = (1/2i)\big(R^+ - R^-\big)$. Операторы R, S подчиняются стандартным коммутационным соотношениям алгебры момента $\Big[\mathfrak{G}_i,\, \mathfrak{G}_j\Big] = \epsilon_{ijk}\mathfrak{G}_k$, а ϵ_{ijk} – тензор Леви–Чивита. Новая атомная матрица плотности $\mathcal{P}$ атомного ансамбля в секулярном приближении описывает только медленную динамику ансамбля и подчиняется кинетическому уравнению

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \tau} = -i2\Omega\Big[S_z, \mathcal{P}\Big] + \\ + \gamma(N)\Big(S_zS_z\mathcal{P} + \mathcal{P}S_zS_z - 2S_z\mathcal{P}S_z + \frac{1}{4}\times \\ \times \big(S^+S^-\mathcal{P} + S^-S^+\mathcal{P} + S^-\mathcal{P}S^+ + S^+\mathcal{P}S^- + \text{h.c.}\big)\Big), \quad (8)$$

в котором скорость коллективной релаксации системы оказывается промодулирована осцилляционным слагаемым, зависящим от числа атомов в ансамбле

$$\gamma(N_a) = |\chi|^2 \frac{1-\cos(\eta_- \frac{N_a}{2})}{(\eta_- \frac{N_a}{2})^2}.$$

Из уравнения (8) следуют линейно независимые уравнения на средние от операторов наблюдаемых, решения которых согласно квантовой теореме регрессии, определяют и необходимые для расчета оптического спектра рассеянного излучения корреляционные функции. Начальными условиями для отыскания последних являются соответствующие средние от преобразованных операторов и матрицы плотности стационарного состояния системы. Выполняя обратный переход к исходным операторам атомной системы, приведем явный вид корреляционной функции в стационарном состоянии

$$\lim_{t\to\infty}\langle R^+(t+\tau)R^-(t)\rangle = \frac{1}{6}N_a(N_a+2)\Big(\frac{1}{2}e^{-\gamma(N_a)\tau} + \\ + \frac{1}{4}e^{-(2i\Omega+\frac{3}{2}\gamma(N_a))\tau} + \frac{1}{4}e^{(2i\Omega-\frac{3}{2}\gamma(N_a))\tau}\Big), \quad (9)$$

фурье-образ которой и определяет оптический спектр

$$g(\omega) \propto 2\mathfrak{Re}\int_0^\infty d\tau \lim_{t\to\infty}\langle R^+(t+\tau)R^-(t)\rangle e^{-i\omega\tau}$$

искомого излучения. Он представляет собой триплетную структуру лоренцевых контуров из интенсивного центрального пика на частоте атомного перехода и двух сателлитов, центры которых сдвинуты вправо и влево относительно центральной частоты на удвоенную частоту Раби

$$g(\omega) \propto \tfrac{1}{8}\gamma(N_a)N_a(N_a+2)\Bigg[\frac{\frac{4}{3}}{\omega^2+\gamma^2(N_a)} + \\ + \frac{1}{(\omega-2\Omega)^2+\gamma^2(N_a)} + \frac{1}{(\omega-2\Omega)^2+\gamma^2(N_a)}\Bigg]. \quad (10)$$

На рисунке 1 приведен результат нормированной интенсивности $G(\omega) = g(\omega)/\langle R^+R^-\rangle_{st}$ оптического спектра коллективного рассеяния в интенсивоном поле классической накачки при значении параметра $\eta_+ N_a/2 = 2\pi$. Частота на рисунке определена в единицах безразмерной частоты Раби. Нетривиальная зависимость коллективной скорости релаксации системы приводит к зависимости как ширин линий резонансного излучения от числа атомов в ансамбле, так и абсолютных значений интенсивности этих линий, что продемонстировано во вкладке к рисунку. С ростом числа атомов в ансамбле, ширины некогерентных составляющих триплетной структуры спектра существенно сужаются и вырождаются в дельта функции. Отметим, что из-за периодичности поведения скорости коллективной релаксации атомной системы от числа атомов в ансамбле, такая структура будет наблюдаться при всех критических значениях атомов ансамбля, когда и происходит замораживание состояния системы. При изменениях числа N_a от одного критического значения до последующего, ширины линий излучений в спектре вначале уширяются, достигая максимального зачения, а затем вновь уменьшаются. Это означает, что наблюдение сужения ширины линии флуоресценции коллектива атомов и непосредственная регистрация триплета из "бесконечно узких" линий свидетельствует о проявлении нерезонансного взаимодействия систем или невинеровской динамике атомного ансамбля.

Заметим, что мы представили самый яркий вывод из модельной ситуации, когда штарковские сдвиги резонансных уровней равны, а число атомов – критическое. В чисто двухуровневой квантовой системе, например, спиновой в магнитном поле, такое соотношение штарковских сдвигов в принципе невозможно, поскольку для чисто двухуровневых систем выполнено обратное соотношение – сумма параметров штарковских сдвигов, называемые здесь сдвигами Блоха–Сигерта [34], равна нулю. Поэтому для реализации условий модели важно наличие у квантовых частиц нерезонансных уровней. Но это лишь одна сторона модельной ситуации. Другая сторона связана с величиной критического значения числа частиц. Критическое значение тем меньше, чем больше параметр штарковского взаимодействия, который, однако, определяет слагаемое второго порядка малости. Поэтому максимально возможное значе-

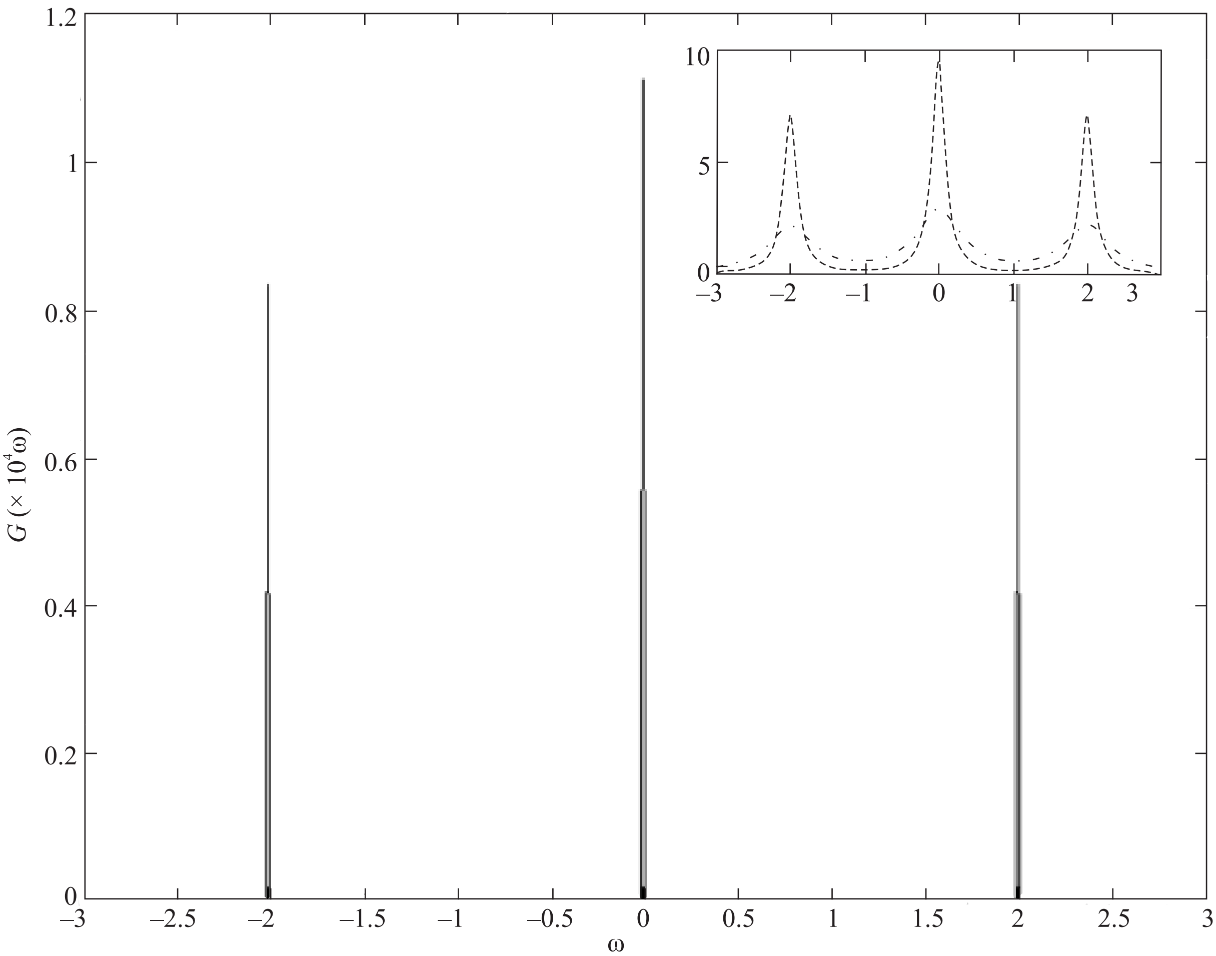

Рис. 1. Нормированный спектр резонансной флуоресценции атомного ансамбля. Частота определена обезразмеренной частотой Раби поля монохроматической волны накачки. Параметр штарковского взаимодействия равен критическому значению $\eta_+ \frac{N_a}{2} = 2\pi$. На вкладке представлены нормированные спектры при значениях этого параметра, равного 1 – штрих-пунктирная кривая и 4 – пунктир

ние параметра штарковского взаимодействия определяется тем, существуют ли нерезонансные уровни квантовой частицы с сильным оптическим переходом на рассматриваемые резонансные уровни и насколько близко они расположены к положению фиктивных уровней, реализующим двойные резонансы в рассматриваемой системе [32]. Минимальная возможная здесь отстройка должна на пару порядков превышать естественную ширину линии резонансного перехода. Лишний порядок появляется из-за принятого нами соотношения между частотой Раби и естественной шириной линии. Это приводит к критическому значению числа частиц порядка $10^2{-}10^3$. Ослабление требования к частоте Раби уменьшает это значение. В типичных "оптических" частицах – редкоземельных атомах и ионах – о наличии соответствующих переходов говорить затруднительно. Во всяком случае, в отсутствии дополнительной перестройки спектра квантовых частиц в сильных вспомогательных статических электрических и/или магнитных полях. Возможными кандидатами для реализаций условий применимости полученного модельного решения могут служить молекулы и частицы, в которых рассматриваемая ситуация относится к колебательно-вращательным переходам. Требуемые квазирезонансные уровни здесь есть всегда в силу колебательной природы квантового перехода, а дополнительные статические электрические и магнитные поля могут быть использованы для уменьшения критического числа частиц. Но здесь ситуация смещается в сторону инфракрасного и микроволнового диапазонов, например, для колебаний водорода. К тому же, в колебательно-вращательных переходах появляются механизмы не радиационной релаксации, которые, впрочем, могут быть дополнительно учтены в рамках предложенного подхода. Можно поставить вопрос о моделировании идеальной ситуации в ансамблях квантовых точек. Однако важно подчеркнуть, что и в отсутствие идеальных условий для наблюдения обнаруженного нами эффекта, механизм, основанный на считывающем эффекте штарковского взаимодействия, необходимо учитывать, и его вклад уже будет определяться реальным числом частиц, задействованных в эксперименте. При этом несущественность неоднородного уширения линии в резонансной флуоресценции делает этот эффект одним из основных в исследованиях невинеровскй динамики атомов.

---

1. H. J. Kimble, M. Degenais, and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **39**, 691 (1977).
2. M. Degenais and L. Mandel, Phys. Rev. A **18**, 2217 (1977).
3. H. J. Kimble, M. Degenais, and L. Mandel, Phys. Rev. A **18**, 201 (1978).
4. В. Гайтлер, *Квантовая теория излучения*, Иностранная литература, М. (1957).
5. С. Г. Раутиан, И. И. Собельман, ЖЭТФ **41**, 456 (1961).
6. B. R. Mollow, Phys. Rev. **188**, 1969 (1969).
7. Л. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, Физматлит, М. (2000).
8. М. О. Скалли, М. С. Зубайри, *Квантовая оптика*, Физматлит, М. (2003).
9. G. S. Agarwal, L. N. Narducci, and D. Hsun Feng, Phys. Rev. Lett. **42**, 1260 (1979).
10. G. Compagno and F.Persico, Phys. Rev. A **25**, 3138 (1982).
11. L. Pucci, A. Roy, T. S. do Espirito Santo, R. Kaiser, V. Kastner, and R. Bachelard, Phys. Rev. A **95**, 053625 (2017).
12. Р. А. Власов, А. М. Лемза, М. Г. Гладуш, Прикладная спектроскопия **80**, 711 (2013).
13. Е. С. Андрианов, А. А. Пухов, А. П. Виноградов, А. В. Дорофеенко, А. А. Лисянский, Письма в ЖЭТФ **97**, 522 (2013).
14. S. L. Bromley, B. Zhu, M. Bishof, X. Zhang, T. Bothwell, J. Schachenmayer, J. T. L. Nicholson, R. Kaiser, S. F. Yelin, M. D. Lukin, A. M. Rey, and J. Ye, Nat. Commun. **7**, 11039 (2016).
15. R. L. Hudson and K. R. Parthasarathy, Comm. Math. Phys. **93**, 301 (1984).
16. В. П. Белавкин, УМН **47**, 47 (1992).
17. А. С. Холево, *Квантовая вероятность и квантовая статистика*, Итоги науки и техн. Совр. пробл. математики. Фунд. Направления, ВИНИТИ **83**, 3 (1991).
18. C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum noise*, Springer-Verlag, Berlin (2000).
19. A. Barchielli, Phys. Rev. A **34**, 1642 (1986).
20. A. Barchielli, Quantum Opt. **2**, 423 (1990).
21. A. N. Pechen, J. Math. Phys. **45**, 400 (2004).
22. К. Блум, *Теория матрицы плотности и ее приложения*, Мир, М. (1983).
23. A. M. Basharov, Phys. Rev. A **84**, 013801 (2011).
24. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **94**, 28 (2011).
25. A. Barchielli and V. P. Belavkin, J. Phys. A **24**, 1495 (1991).
26. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **109**, 699 (2019).
27. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **109**, 75 (2019).
28. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, ЖЭТФ **155**, 654 (2019).
29. А. М. Башаров, А. И. Трубилко, ЖЭТФ **157**, 991 (2020).
30. А. М. Башаров, ЖЭТФ **142**, 419 (2012).
31. C. W. Gardiner and M. J. Collet, Phys. Rev. A **31**, 3761 (1985).
32. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear optical waves*, Kluwer Academic, Dordrecht (1999).
33. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **111**, 632 (2020).
34. F. Bloch and A. Siegert, Phys. Rev. **57**, 522 (1940).