Письма в ЖЭТФ, том 112, вып. 9, с. 603 – 616 © 2020 г. 10 ноября

Разложение Гинзбурга–Ландау и верхнее критическое поле в неупорядоченной модели Хаббарда с притяжением (Миниобзор)

Н. А. Кулеева[1], *Э. З. Кучинский*[1], *М. В. Садовский*[1]

Институт электрофизики Уральского отделения РАН, 620016 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 24 сентября 2020 г.
После переработки 24 сентября 2020 г.
Принята к публикации 29 сентября 2020 г.

Дается краткий обзор исследований влияния разупорядочения на коэффициенты разложения Гинзбурга–Ландау в модели Андерсона–Хаббарда с притяжением в рамках обобщенного $\mathrm{DMFT}+\Sigma$ приближения. Рассмотрена широкая область изменения потенциала притяжения U – от предела слабой связи, где сверхпроводимость описывается моделью БКШ, к пределу очень сильной связи, где переход в сверхпроводящее состояние связан с конденсацией Бозе–Эйнштейна (БЭК) компактных куперовских пар, образующихся при температуре, существенно выше температуры перехода в сверхпроводящее состояние, а также широкий интервал разупорядочения – от слабого до сильного, когда система находится в окрестности перехода Андерсона. В этой же области изменения параметров модели детально исследовано температурное поведение орбитального и парамагнитного верхнего критического магнитного поля $H_{c2}(T)$, которое демонстрирует аномалии, связанные как с ростом потенциала притяжения, так и с эффектами сильного беспорядка.

DOI: 10.31857/S1234567820210053

1. Введение. Исследования влияния разупорядочения на сверхпроводимость имеют достаточно долгую историю. В классических работах Абрикосова и Горькова [1–4] рассматривался предел слабого беспорядка ($p_F l \gg 1$, где p_F – импульс Ферми и l – длина свободного пробега) и сверхпроводимости со слабой связью, хорошо описываемой теорией БКШ. Известная "теорема Андерсона" о критической температуре T_c сверхпроводников с "нормальным" (немагнитным) беспорядком [5, 6] также обычно относится к этому пределу. Обобщение теории "грязных" сверхпроводников на случай достаточно сильного беспорядка ($p_F l \sim 1$) (и далее, вплоть до области перехода Андерсона) было выполнено в работах [7–10], где сверхпроводимость также рассматривалась в пределе слабой связи.

Проблема обобщения теории БКШ в область очень сильной связи рассматривается тоже уже достаточно давно. Существенный прогресс в этом направлении был связан с работой Нозьера и Шмитт-Ринка [11], которые предложили эффективный метод для исследования кроссовера от поведения типа БКШ в области слабой связи к бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) в области сильной связи. В то же время, проблема сверхпроводимости неупорядоченных систем в пределе сильной связи и в области БКШ–БЭК кроссовера исследована достаточно слабо.

Одной из наиболее простых моделей, в которых можно исследовать кроссовер БКШ–БЭК, является модель Хаббарда с притяжением. Наиболее успешным подходом к исследованию модели Хаббарда, как для описания сильно коррелированных систем в случае отталкивательного взаимодействия, так и для исследования кроссовера БКШ–БЭК в случае притяжения, является теория динамического среднего поля (DMFT) [12–14]. В последние годы нами развивался обобщенный $\mathrm{DMFT}+\Sigma$ подход к модели Хаббарда [15–21], который оказался очень удобным для исследования влияния различных внешних (по отношению к учитывающемуся в рамках DMFT) взаимодействий. В работе [22] мы использовали этот подход для анализа одночастичных свойств нормальной фазы и оптической проводимости в модели Хаббарда с притяжением. В дальнейшем $\mathrm{DMFT}+\Sigma$ метод был использован нами в [23, 24] для исследования влияния беспорядка на температуру сверхпроводящего перехода, вычислявшуюся в рамках подхода Нозьера и Шмитт-Ринка.

Начиная с классической работы Горькова [3], хорошо известно, что разложение Гинзбурга–Ландау

[1] e-mail: strigina@iep.uran.ru; kuchinsk@iep.uran.ru; sadovski@iep.uran.ru

играет фундаментальную роль в теории "грязных" сверхпроводников, позволяя эффективно исследовать поведение различных физических величин вблизи критической температуры в зависимости от степени беспорядка [6]. Обобщение этой теории в область сильного беспорядка (вплоть до андерсоновского перехода металл–диэлектрик) также основывалось на микроскопическом выводе коэффициентов этого разложения [7–10]. Однако соответствующее рассмотрение, как уже отмечено выше, всегда проводилось в пределе слабой связи теории БКШ.

В данной работе мы дадим краткий обзор результатов, полученных в наших работах [25–27], посвященных микроскопическому выводу коэффициентов разложения Гинзбурга–Ландау с учетом влияния разупорядочения в широкой области БКШ–БЭК кроссовера, включая область сильного беспорядка в окрестности перехода Андерсона. Будет также дан обзор тесно связанных с этим результатов работ [28, 29] по температурной зависимости орбитального и парамагнитного верхнего критического магнитного поля в области такого кроссовера при различных степенях разупорядочения.

2. Температура сверхпроводящего перехода. Рассмотрим неупорядоченную немагнитную модель Хаббарда с притяжением, гамильтониан которой имеет вид:

$$H = -t\sum_{\langle ij\rangle\sigma} a^{\dagger}_{i\sigma}a_{j\sigma} + \sum_{i\sigma}\epsilon_i n_{i\sigma} - U\sum_i n_{i\uparrow}n_{i\downarrow}, \quad (1)$$

где $t > 0$ – амплитуда перескока между ближайшими соседями, U – потенциал притяжения на узле, $n_{i\sigma} = a^{\dagger}_{i\sigma}a_{i\sigma}$ – оператор числа электронов на узле, $a_{i\sigma}(a^{\dagger}_{i\sigma})$ – оператор уничтожения (рождения) электрона со спином σ, локальные энергии ϵ_i полагаются независимыми случайными величинами на разных узлах решетки. Мы предполагаем гауссовское распределение для энергетических уровней ϵ_i:

$$\mathcal{P}(\epsilon_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}W}\exp\left(-\frac{\epsilon_i^2}{2W^2}\right). \quad (2)$$

Параметр W здесь служит мерой силы беспорядка, а гауссовское случайное поле энергетических уровней вызывает "примесное" рассеяние, которое рассматривается в рамках стандартного подхода, основанного на вычислении усредненных функций Грина [30, 31].

Обобщенный DMFT + Σ подход [15–17, 20] дополняет стандартную теорию динамического среднего поля (DMFT) [12–14] учетом добавочной "внешней" собственно энергетической части (СЭЧ) $\Sigma_{\mathbf{p}}(\varepsilon)$ (в общем случае импульсно зависящей), являющейся следствием любого взаимодействия за пределами DMFT и дает эффективный метод вычисления, как одночастичных, так и двухчастичных свойств [18, 19].

Для "внешней" СЭЧ, входящей в DMFT + Σ цикл, в рассматриваемой здесь задаче о рассеянии на беспорядке, мы используем простейшее самосогласованное борновское приближение, пренебрегающее "пересекающимися" диаграммами для примесного рассеяния:

$$\Sigma_{\mathrm{imp}}(\varepsilon) = W^2\sum_{\mathbf{p}} G(\varepsilon,\mathbf{p}), \quad (3)$$

где $G(\varepsilon,\mathbf{p})$ – полная одноэлектронная функция Грина в DMFT + Σ приближении.

Для решения эффективной однопримесной модели Андерсона в DMFT мы использовали метод численной ренормгруппы (NRG) [32].

Далее рассматриваем модель "затравочной" зоны с полуэллиптической плотностью состояний (на элементарную ячейку и один спин):

$$N_0(\varepsilon) = \frac{2}{\pi D^2}\sqrt{D^2-\varepsilon^2}, \quad (4)$$

где D определяет полуширину зоны проводимости, что является неплохим приближением для трехмерного случая. В работе [24] мы показали, что в DMFT + Σ подходе в рассматриваемой модели с полуэллиптической плотностью состояний все влияние беспорядка на *одночастичные* свойства сводится к уширению зоны беспорядком, т.е. к замене $D \to D_{\mathrm{eff}}$, где D_{eff} – эффективная полуширина "затравочной" зоны в отсутствие электронных корреляций ($U = 0$), уширенная беспорядком:

$$D_{\mathrm{eff}} = D\sqrt{1+4\frac{W^2}{D^2}}. \quad (5)$$

"Затравочная" (в отсутствие U) плотность состояний, "одетая" беспорядком:

$$\tilde{N}_0(\xi) = \frac{2}{\pi D_{\mathrm{eff}}^2}\sqrt{D_{\mathrm{eff}}^2-\varepsilon^2} \quad (6)$$

остается и в присутствие беспорядка полуэллиптической.

Все расчеты, представленные ниже, были проведены для случая четвертичного заполнения зоны (число электронов на узел решетки $n = 0.5$).

При рассмотрении сверхпроводимости в широком интервале изменений спаривательного взаимодействия U, следуя [22, 24], мы используем приближение Нозьера–Шмитт-Ринка [11], что позволяет качественно правильно (хотя и приближенно) описать область БКШ-Бозе кроссовера. В таком подходе для определения критической температуры T_c используется [24] обычное уравнение БКШ типа:

$$1 = \frac{U}{2}\int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \tilde{N}_0(\varepsilon)\frac{th\frac{\varepsilon-\mu}{2T_c}}{\varepsilon-\mu}, \qquad (7)$$

в котором химический потенциал μ для разных значений U и W находится из стандартного уравнения на число электронов (заполнение зоны), определяемого полной функцией Грина, рассчитанной в DMFT $+\,\Sigma$ приближении. Это позволяет найти T_c в широком интервале значений параметров модели, включая область БКШ–БКЭ кроссовера и предел сильной связи, а также для различных степеней беспорядка. В этом и состоит физический смысл интерполяционной схемы Нозьера и Шмитт-Ринка – в области слабой связи температура перехода контролируется уравнением для куперовской неустойчивости (7), тогда как в пределе сильной связи она определяется как температура БЭК, которая контролируется химическим потенциалом. В работе [24] нами было показано, что влияние беспорядка на критическую температуру T_c в модели с полуэллиптической затравочной плотностью состояний универсально и сводится лишь к изменению эффективной ширины зоны. На рисунке 1, для иллюстрации, приведена

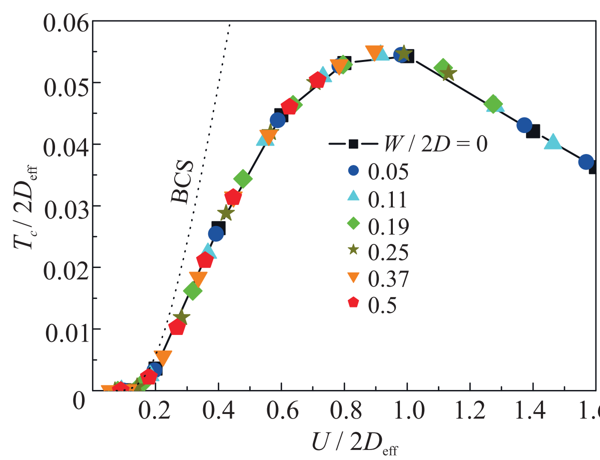

Рис. 1. (Цветной онлайн) Универсальная зависимость температуры сверхпроводящего перехода от силы хаббардовского притяжения для различной степени беспорядка

универсальная зависимость критической температуры T_c от хаббардовского притяжения для различных степеней беспорядка, демонстрирующая выполнение обобщенной теоремы Андерсона [23, 24]. В области слабой связи температура сверхпроводящего перехода хорошо описывается моделью БКШ (на рис. 1 для сравнения пунктиром приведена кривая, получаемая в модели БКШ, в которой T_c определяется уравнением (7) с независящим от U химическим потенциалом, определяемым условием четвертичного заполнения "голой" зоны), а в области сильной связи критическая температура в основном определяется условием Бозе-конденсации куперовских пар и падает с ростом U, как t^2/U, проходя через максимум при $U/2D_{\mathrm{eff}} \sim 1$. Обзор этих и других результатов, полученных для неупорядоченной модели Хаббарда в DMFT $+\,\Sigma$ приближении можно найти в [21].

3. Разложение Гинзбурга–Ландау. Разложение Гинзбурга–Ландау для разности плотностей свободных энергий сверхпроводящего и нормального состояний запишем в стандартном виде [31]:

$$F_s - F_n = A|\Delta_{\mathbf{q}}|^2 + q^2 C|\Delta_{\mathbf{q}}|^2 + \frac{B}{2}|\Delta_{\mathbf{q}}|^4, \qquad (8)$$

где $\Delta_{\mathbf{q}}$ – амплитуда фурье-компоненты параметра порядка. Разложение (8) определяется графиками петлевого разложения для свободной энергии в поле флуктуаций параметра порядка (обозначенных пунктирными линиями) с малым волновым вектором $\mathbf{q}$ [31], показанными на рис. 2 [31].

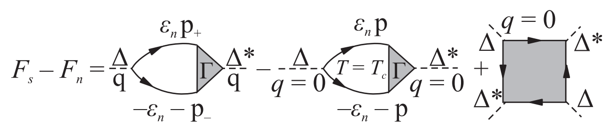

Рис. 2. Диаграммный вид разложения Гинзбурга–Ландау

В рамках подхода Нозьера и Шмитт-Ринка [11] мы используем приближение слабой связи для анализа коэффициентов Гинзбурга–Ландау, поэтому "петли" с двумя и четырьмя куперовскими вершинами, приведенные на рис. 2, не содержат вклада от хаббардовского притяжения, а "одеты" лишь примесным рассеянием. Однако, как и при нахождении T_c, химический потенциал, который существенно зависит от силы связи и в пределе сильной связи определяет условия Бозе конденсации куперовских пар, необходимо находить в рамках полной DMFT $+\,\Sigma$ процедуры. В работе [25] мы показали, что в таком подходе коэффициенты A и B определяются следующими выражениями:

$$A(T) = \frac{1}{U} - \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \tilde{N}_0(\varepsilon)\frac{th\frac{\varepsilon-\mu}{2T}}{2(\varepsilon-\mu)}, \qquad (9)$$

$$B = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\varepsilon}{2(\varepsilon-\mu)^3}\left(th\frac{\varepsilon-\mu}{2T} - \frac{(\varepsilon-\mu)/2T}{ch^2\frac{\varepsilon-\mu}{2T}}\right)\tilde{N}_0(\varepsilon). \qquad (10)$$

При $T \to T_c$ коэффициент $A(T)$ принимает следующий вид:

$$A(T) \equiv \alpha(T - T_c). \tag{11}$$

В БКШ пределе для коэффициентов α и B получаем стандартный результат [31]:

$$\alpha_{\rm BCS} = \frac{\tilde{N}_0(\mu)}{T_c} \qquad B_{\rm BCS} = \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2}\tilde{N}_0(\mu). \tag{12}$$

Таким образом, коэффициенты A и B определяются лишь уширенной беспорядком плотностью состояний $\tilde{N}_0(\varepsilon)$ и химическим потенциалом. Поэтому в случае полуэллиптической затравочной плотности состояний зависимость этих коэффициентов от беспорядка связана лишь с заменой $D \to D_{\rm eff}$ и в присутствие беспорядка наблюдаются универсальные зависимости α и B, обезразмеренных на эффективную ширину зоны, от $U/2D_{\rm eff}$ [25]. При этом коэффициенты α и B быстро падают с ростом силы связи $U/2D_{\rm eff}$. Необходимо отметить, что выражения (9) и (10) для коэффициентов A и B получены в [25] с использованием точных тождеств Уорда и остаются справедливыми и в условиях сильного беспорядка (андерсоновской локализации).

Универсальная зависимость от беспорядка, связанная лишь с уширением зоны беспорядком $D \to D_{\rm eff}$, возникает и для скачка теплоемкости в температуре перехода [25], определяемого коэффициентами α и B:

$$\Delta C \equiv C_s(T_c) - C_n(T_c) = T_c\frac{\alpha^2}{B}. \tag{13}$$

Такая универсальная зависимость скачка теплоемкости от $U/2D_{\rm eff}$ приведена на рис. 3. В БКШ пределе скачок теплоемкости растет с ростом силы связи, а в БЭК пределе падает, проходя через максимум при $U/2D_{\rm eff} \approx 0.55$. Такое поведение скачка теплоемкости в основном определяется поведением T_c (см. рис. 1), а отношение $\frac{\alpha^2}{B}$ в (13) плавно зависит от силы связи.

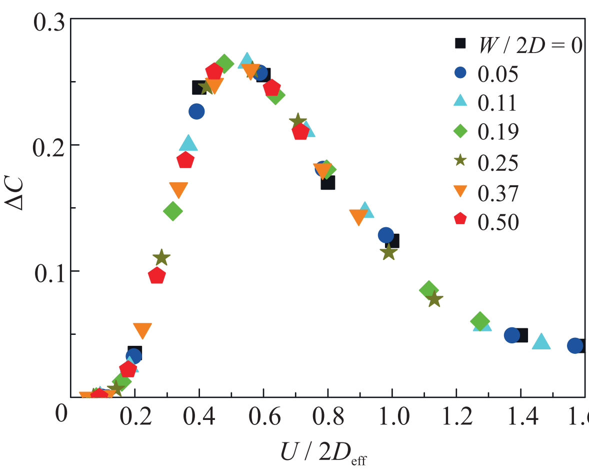

Рис. 3. (Цветной онлайн) Универсальная зависимость скачка теплоемкости от $U/2D_{\rm eff}$ для различных степеней беспорядка

Перейдем, следуя [26, 27], к анализу коэффициента разложения C. Из диаграммного представления разложения Гинзбурга–Ландау, приведенного на рис. 2, ясно, что C определяется коэффициентом перед q^2 в куперовской двухчастичной петле (первое слагаемое на рис. 2). Поэтому для него возникает следующее выражение:

$$C = -T\lim_{q\to 0}\sum_{n,\mathbf{p},\mathbf{p}'}\frac{\Psi_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\varepsilon_n,\mathbf{q}) - \Psi_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}(\varepsilon_n,0)}{q^2}, \tag{14}$$

где $\Psi_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}(\varepsilon_n,\mathbf{q})$ – двухчастичная функция Грина в куперовском канале, “одетая” в приближении Нозьера и Шмитт-Ринка лишь примесным рассеянием.

В БКШ пределе и в отсутствие беспорядка коэффициент C принимает стандартный вид [31]:

$$C_{\rm BCS} = \frac{7\zeta(3)}{16\pi^2 T_c^2}N_0(\mu)\frac{v_F^2}{d}, \tag{15}$$

где v_F – скорость на поверхности Ферми, d – размерность пространства. Влияние беспорядка на коэффициент C не сводится лишь к замене $N_0 \to \tilde{N}_0$, поэтому в присутствии беспорядка, даже в БКШ пределе, не удается получить для коэффициента C компактного выражения, аналогичного (15), в отличие от коэффициентов α и B (см. (12)).

После достаточно громоздкого анализа [26, 27] получается следующее общее выражение для коэффициента C:

$$C = -\frac{1}{8\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\varepsilon\frac{th\frac{\varepsilon}{2T}}{\varepsilon}{\rm Im}\left(\frac{iD(2\varepsilon)\sum_{\mathbf{p}}\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}{\varepsilon+i\delta}\right) = -\frac{1}{8\pi}\int_{-\infty}^{\infty}d\varepsilon\frac{th\frac{\varepsilon}{2T}}{\varepsilon^2}{\rm Re}(D(2\varepsilon)\sum_{\mathbf{p}}\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)) - \frac{1}{16T}{\rm Im}(D(0)\sum_{\mathbf{p}}\Delta G_{\mathbf{p}}(0)), \tag{16}$$

где $\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon) = G^R(\varepsilon,\mathbf{p}) - G^A(-\varepsilon,\mathbf{p})$, а $D(\omega)$ – зависящий от частоты обобщенный коэффициент диффузии [31, 33–39], который определяется в рамках обобщения самосогласованной теории локализиции из следующего уравнения самосогласования [19]:

$$D(\omega) = i\frac{\langle v\rangle^2}{d}\left(\omega - \Delta\Sigma^{RA}_{\rm imp}(\omega) + W^4\sum_{\mathbf{p}}(\Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon))^2\sum_{\mathbf{q}}\frac{1}{\omega+iD(\omega)q^2}\right)^{-1}, \tag{17}$$

где $\omega = 2\varepsilon$, $\Delta\Sigma^{RA}_{\rm imp}(\omega) = \Sigma^R_{\rm imp}(\varepsilon) - \Sigma^A_{\rm imp}(-\varepsilon)$, d – размерность пространства, а средняя скорость $\langle v \rangle$ определяется следующим выражением:

$$\langle v \rangle = \frac{\sum_{\mathbf{p}} |\mathbf{v_p}| \Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}{\sum_{\mathbf{p}} \Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}; \mathbf{v_p} = \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}}. \tag{18}$$

С учетом предела применимости диффузионного приближения, суммирование по q в (17) должно быть ограничено областью [31, 38]:

$$q < k_0 = \mathrm{Min}\{l^{-1}, p_F\}, \tag{19}$$

где l – длина свободного пробега за счет упругого рассеяния на беспорядке, а p_F – импульс Ферми.

Таким образом, возникает интерполяционная схема для определения коэффициента C, которая в пределе слабого беспорядка воспроизводит результаты “лестничного” приближения, а в пределе сильного беспорядка учитывает эффекты андерсоновской локализации (в рамках самосогласованной теории локализации).

Было показано [19, 20], что в DMFT + Σ приближении для модели Андерсона–Хаббарда, критический беспорядок, при котором происходит андерсоновский переход металл-диэлектрик $W/2D = 0.37$ (при выборе величины параметра обрезания как в (19)) и в этом приближении не зависит от величины хаббардовского взаимодействия U. Развитый выше подход для определения коэффициента C позволяет исследовать, в том числе, и область андерсоновского диэлектрика с беспорядком $W/2D > 0.37$.

4. Физические величины вблизи температуры сверхпроводящего перехода. Длина когерентности при данной температуре $\xi(T)$ определяет характерный масштаб неоднородностей сверхпроводящего параметра порядка:

$$\xi^2(T) = -\frac{C}{A}. \tag{20}$$

Из (11) имеем: $A = \alpha(T - T_c)$, то

$$\xi(T) = \frac{\xi}{\sqrt{1 - T/T_c}}, \tag{21}$$

где мы ввели длину когерентности сверхпроводника:

$$\xi = \sqrt{\frac{C}{\alpha T_c}}, \tag{22}$$

которая в пределе слабой связи и в отсутствие беспорядка имеет стандартный вид [31]:

$$\xi_{\rm BCS} = \sqrt{\frac{C_{\rm BCS}}{\alpha_{\rm BCS} T_c}} = \sqrt{\frac{7\zeta(3)}{16\pi^2 d}} \frac{v_F}{T_c}. \tag{23}$$

Глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник определяется как:

$$\lambda^2(T) = -\frac{c^2}{32\pi e^2} \frac{B}{AC}. \tag{24}$$

Таким образом:

$$\lambda(T) = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - T/T_c}}, \tag{25}$$

где ввели:

$$\lambda^2 = \frac{c^2}{32\pi e^2} \frac{B}{\alpha C T_c}, \tag{26}$$

которая в отсутствие беспорядка в пределе слабой связи имеет вид:

$$\lambda^2_{\rm BCS} = \frac{c^2}{32\pi e^2} \frac{B_{\rm BCS}}{\alpha_{\rm BCS} C_{\rm BCS} T_c} = \frac{c^2}{16\pi e^2} \frac{d}{N_0(\mu) v_F^2}. \tag{27}$$

Отметим, что поскольку $\lambda_{\rm BCS}$ не зависит от T_c, а значит и от силы связи, ее удобно использовать для нормировки глубины проникновения λ (26) при произвольных U и W.

Вблизи T_c верхнее критическое магнитное поле H_{c2} определяется через коэффициенты Гинзбурга–Ландау как:

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi \xi^2(T)} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{A}{C}, \tag{28}$$

где $\Phi_0 = c\pi/e$ – квант магнитного потока. Тогда наклон кривой верхнего критического поля вблизи T_c:

$$\frac{dH_{c2}}{dT} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\alpha}{C}. \tag{29}$$

Коэффициент C является существенно двухчастичной характеристикой, поэтому для него не наблюдается универсальности в зависимости от беспорядка, как для коэффициентов A и B и влияние беспорядка не сводится лишь к уширению эффективной ширины зоны беспорядком. Перейдем к краткому обсуждению основных результатов наших расчетов этого коэффициента (подробнее см. [26, 27]). Коэффициент C быстро уменьшается с ростом силы связи. Особенно сильное падение наблюдается в области слабой связи. Локализационные поправки становятся существенными в пределе достаточно сильного беспорядка ($W/2D > 0.25$). При таком сильном беспорядке локализационные поправки заметно уменьшают коэффициент C в области слабой связи, а в области сильной связи $U/2D > 1$ локализационные поправки фактически не изменяют величину коэффициента, даже в пределе сильного беспорядка $W/2D > 0.37$, где система становится андерсоновским диэлектриком. Это, по-видимому, связано с тем, что в области такой сильной связи в плотности состояний на уровне Ферми уже открывается (псевдо)щель [22] и вблизи уровня Ферми отсутствуют состояния, которые могли бы локализоваться. На рисунке 4 приведены зависимости коэффициента C от

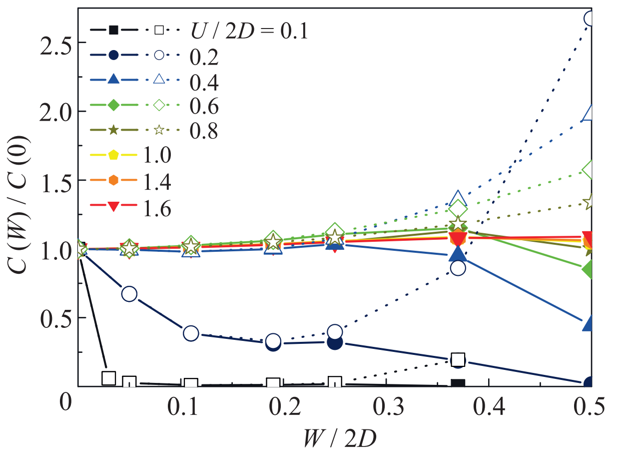

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость коэффициента C, обезразмеренного на этот коэффициент в отсутствии беспорядка, от степени беспорядка для различных значений силы хаббардовского притяжения U. Пунктир – "лестничное" приближение, сплошные кривые – расчеты с учетом локализационных поправок

степени беспорядка для различных значений силы связи $U/2D$. На данном рисунке (и всех последующих в этом разделе) заполненные символы и сплошные линии соответствуют расчетам с учетом локализационных поправок, а незаполненные символы и пунктирные линии соответствуют "лестничному" приближению. В пределе слабой связи ($U/2D = 0.1$) наблюдаем достаточно быстрое падение коэффициента C с ростом беспорядка в области достаточно слабого примесного рассеяния. В области же достаточно сильного беспорядка в "лестничном" приближении может наблюдаться возрастание коэффициента C с ростом беспорядка, что в основном связано с заметным уширением зоны таким сильным беспорядком и соответствующим уменьшением эффективной силы связи $U/2D_{\text{eff}}$. Однако локализационные поправки, которые становятся существенны при сильном беспорядке $W/2D > 0.25$, приводят к уменьшению коэффициента C с ростом беспорядка, в том числе и в пределе сильного примесного рассеяния. В области промежуточной связи ($U/2D = 0.4{-}0.6$) коэффициент C в "лестничном" приближении лишь незначительно растет с ростом беспорядка. В БЭК пределе ($U/2D > 1$) коэффициент C фактически не зависит от примесного рассеяния и в "лестничном" приближении и с учетом локализационных поправок. Учет локализационных поправок в БЭК пределе фактически не изменяет величину коэффициента C по сравнению с "лестничным" приближением. Поскольку коэффициенты разложения Гинзбурга–Ландау α и B имеют универсальное поведение в зависимости от беспорядка, андерсоновская локализация фактически не оказывает на них влияния, а коэффициент C, который в пределе слабой связи сильно изменяется локализационными поправками, в БЭК пределе фактически не зависит от этих поправок. Соответственно, физические величины, зависящие от коэффициента C, также будут существенно изменяться локализационными поправками в пределе слабой связи, но фактически не чувствуют андерсоновскую локализацию в БЭК пределе.

На рисунке 5 приведена зависимость длины когерентности ξ от степени беспорядка для различных

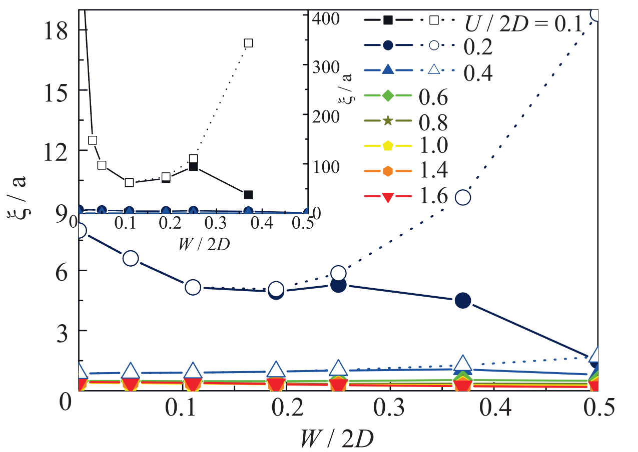

Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость длины когерентности от беспорядка при различной величине хаббардовского притяжения. Длина когерентности обезразмерена на параметр решетки a. На вставке: зависимость длины когерентности от беспорядка в пределе слабой связи

величин силы связи. Длина когерентности ξ в области слабой связи быстро падает с ростом U для любой степени беспорядка, достигая величины порядка параметра решетки a в области промежуточной связи $U/2D \sim 0.4{-}0.6$. Дальнейший рост силы связи очень слабо изменяет длину когерентности. В БКШ пределе, т.е. в пределе слабой связи, при достаточно слабом примесном рассеянии наблюдается (см. вставку рис. 5) стандартная для "грязных" сверхпроводников зависимость $\xi \sim l^{1/2}$, т.е. длина когерентности быстро падает с ростом беспорядка. Однако при достаточно сильном беспорядке в лестничном приближении (пунктирные кривые) длина когерентности начинает расти с ростом беспорядка, что в основном связано с заметным уширением затравочной зоны беспорядком и соответствующим уменьшением $U/2D_{\text{eff}}$. Локализационные поправки существенны лишь при большом беспорядке ($W/2D > 0.25$) и приводят к заметному уменьшению длины когерентности в БКШ пределе слабой связи и практически не изменяют длину когерентности в БЭК пределе. Учет локализационных поправок приводит к заметному уменьшению длины когерентности по сравнению с "лестничным" приближением в пределе сильного беспорядка, что восстанавливает падение ξ с ростом беспорядка в этом пределе. В стандартной модели БКШ с бесконечно широкой затравочной зоной в пределе слабого беспорядка длина когерентности падает с ростом беспорядка $\xi \sim l^{1/2}$, однако вблизи андерсоновского перехода падение ξ с ростом беспорядка даже ускоряется и $\xi \sim l^{2/3}$ [7–9], в отличие от нашей модели, где вблизи перехода Андерсона длина когерентности достаточно слабо зависит от беспорядка, что связано с существенным уширением зоны беспорядком. С увеличением силы связи $U/2D \geq 0.4-0.6$ длина когерентности ξ становится порядка параметра решетки и почти перестает зависеть от беспорядка, в частности, в БЭК пределе очень сильной связи $U/2D = 1.4$, 1.6 рост беспорядка вплоть до очень сильного ($W/2D = 0.5$) приводит к уменьшению длины когерентности примерно в два раза, так что видим, что в пределе сильной связи учет локализационных поправок оказывается несущественен.

На рисунке 6 приведена зависимость глубины проникновения, нормированной на ее БКШ значение в отсутствие беспорядка (27), от силы хаббардовского притяжения U для различных степеней беспорядка. В отсутствие примесного рассеяния глубина проникновения растет с увеличением силы связи. В пределе слабой связи беспорядок в соответствии с теорией "грязных" сверхпроводников приводит к быстрому росту глубины проникновения ($\lambda \sim l^{-1/2}$, где l – длина свободного пробега). С усилением силы связи рост глубины проникновения с увеличением беспорядка замедляется, а в пределе очень сильной связи $U/2D = 1.4$, 1.6 глубина проникновения даже несколько уменьшается с ростом беспорядка. Это приводит к тому, что в присутствии беспорядка наблюдается падение глубины проникновения с ростом силы хаббардовского притяжения в области достаточно слабой связи и рост λ с увеличением U в БЭК пределе сильной связи. Учет локализационных поправок существенен лишь в пределе сильного беспорядка ($W/2D > 0.25$) и приводит к заметному увеличению глубины проникновения, по сравне-

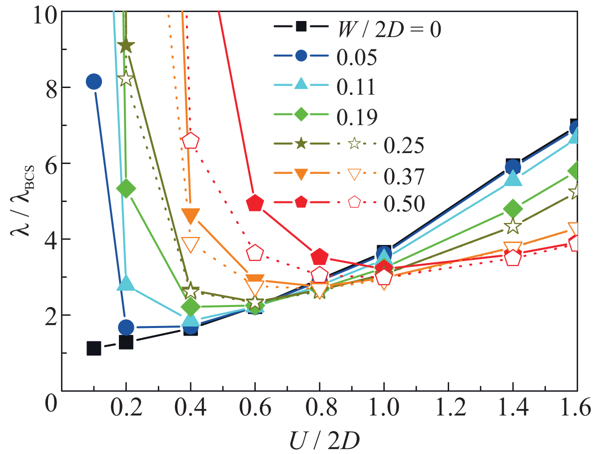

Рис. 6. (Цветной онлайн) Зависимость глубины проникновения, отнормированной на ее БКШ значение в пределе слабой связи, от силы хаббардовского притяжения U для различных степеней беспорядка

нию с "лестничным" приближением в пределе слабой связи. При этом качественно зависимость глубины проникновения от беспорядка не изменяется. В БЭК пределе влияние локализации на глубину проникновения оказывается несущественным. Аналогичная зависимость от беспорядка наблюдается и для безразмерного параметра Гинзбурга–Ландау $\kappa = \lambda/\xi$. В пределе слабой связи параметр Гинзбурга–Ландау быстро растет с беспорядком в соответствии с теорией "грязных" сверхпроводников, где $\kappa \sim l^{-1}$. С увеличением силы связи рост параметра Гинзбурга–Ландау с беспорядком замедляется и в пределе сильной связи $U/2D > 1$ параметр κ практически не зависит от беспорядка. Учет локализационных поправок заметно количественно увеличивает параметр Гинзбурга–Ландау в фазе андерсоновского диэлектрика ($W/2D \geq 0.37$) в области слабой связи. В пределе сильной связи учет локализации снова оказывается несущественным.

На рисунке 7 приведена зависимость наклона верхнего критического поля от беспорядка. В пределе слабой связи опять видим поведение, характерное для "грязных" сверхпроводников, – наклон верхнего критического поля растет с ростом беспорядка (см. вставку рис. 7). Учет локализационных поправок в пределе слабой связи резко увеличивает наклон верхнего критического поля по сравнению с "лестничным" приближением в андерсоновском диэлектрике ($W/2D \geq 0.37$). В результате в андерсоновском диэлектрике наклон верхнего критического поля растет с увеличением примесного рассеяния гораздо быстрее, чем в "лестничном" приближении. В области промежуточной связи ($U/2D = 0.4-0.8$)

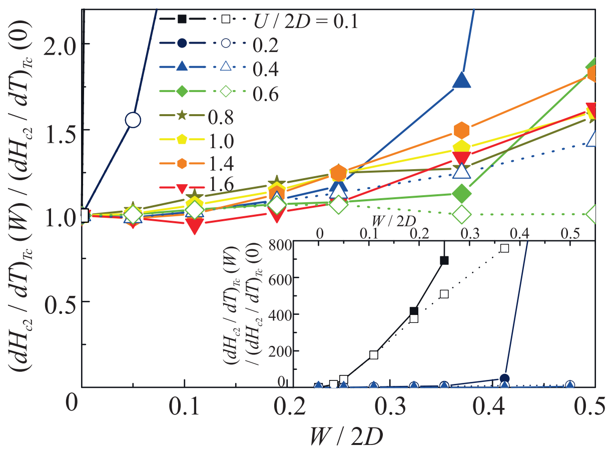

Рис. 7. (Цветной онлайн) Зависимость наклона верхнего критического поля, обезразмеренного на свою величину в отсутствие беспорядка от степени беспорядка при различных значениях силы хаббардовского притяжения. На вставке продемонстрирован рост наклона с беспорядком в пределе слабой связи

наклон верхнего критического поля практически не зависит от примесного рассеяния в области слабого беспорядка. В "лестничном" приближении такое поведение сохраняется и в области сильного беспорядка. Однако учет локализационных поправок приводит к заметному росту наклона с беспорядком в фазе андерсоновского диэлектрика. В пределе очень сильной связи при слабом беспорядке наклон верхнего критического поля может даже несколько уменьшаться с ростом беспорядка, но в пределе сильного беспорядка наклон растет с ростом примесного рассеяния. В БЭК пределе учет локализационных поправок оказывается несущественным и мало изменяет наклон верхнего критического поля по сравнению с "лестничным" приближением.

5. Температурная зависимость орбитального верхнего критического поля. Наиболее ярко влияние разупорядочения проявляется в поведении верхнего критического поля в теории "грязных" сверхпроводников. С увеличением беспорядка растет как наклон температурной зависимости верхнего критического поля в T_c [6], так и $H_{c2}(T)$ во всей температурной области [40, 41]. Эффекты андерсоновской локализации в пределе достаточно сильного беспорядка также наиболее ярко проявляют себя в температурной зависимости верхнего критического поля. Непосредственно в точке андерсоновского перехода металл–диэлектрик эффекты локализации приводят к резкому возрастанию H_{c2} в низкотемпературной области и температурная зависимость $H_{c2}(T)$ качественно отличается от зависимости Вертхамера, Хельфанда, Хоэнберга (WHH) [40, 41], характерной для теории "грязных" сверхпроводников – кривая $H_{c2}(T)$ становится вогнутой [7–9].

Рассмотрим влияние разупорядочения на температурную зависимость верхнего критического поля $H_{c2}(T)$ в широкой области значений силы притяжения U, включающей область БКШ–БЭК кроссовера, а также для широкой области изменения величины беспорядка, вплоть до окрестности перехода Андерсона [28]. В используемом нами подходе Нозьера–Шмитт-Ринка критическая температура сверхпроводящего перехода определяется совместным решением уравнений для куперовской неустойчивости в куперовском канале частица–частица в приближении слабой связи и уравнения для химического потенциала системы, который во всем интервале значений хаббардовского взаимодействия определяется из условия четвертичного заполнения зоны в рамках приближения DMFT $+\,\Sigma$. Обычное условие для куперовской неустойчивости имеет вид:

$$1 = -U\chi(\mathbf{q}), \tag{30}$$

где $\chi(\mathbf{q})$ – куперовская восприимчивость, определяемая петлей в куперовском канале. В присутствии внешнего магнитного поля суммарный импульс $\mathbf{q}$ в куперовском канале приобретает добавку от вектор-потенциала $\mathbf{A}$ [6, 40, 41]

$$\mathbf{q} \to \mathbf{q} - \frac{2e}{c}\mathbf{A}. \tag{31}$$

Поскольку наша модель предполагает изотропный спектр, куперовская восприимчивость $\chi(\mathbf{q})$ зависит от $\mathbf{q}$ лишь через q^2. Минимальное собственное значение оператора $\left(\mathbf{q} - \frac{2e}{c}\mathbf{A}\right)^2$, отвечающее орбитальному верхнему критическому магнитному полю $H = H_{c2}$ есть [42]

$$q_0^2 = 2\pi\frac{H}{\Phi_0}, \tag{32}$$

где $\Phi_0 = \frac{ch}{2e} = \frac{\pi\hbar}{e}$ – квант магнитного потока. Тогда уравнение на $T_c(H)$ или $H_{c2}(T)$ остается прежним

$$1 = -U\chi(q^2 = q_0^2). \tag{33}$$

При дальнейшем анализе мы будем пренебрегать относительно слабым влиянием магнитного поля на процессы диффузии (неинвариантностью относительно обращения времени), проявляющимся в неравенстве петель в куперовском и диффузионном каналах. Учет такого влияния магнитного поля анализировался в работах [9, 10, 43, 44], где было продемонстрировано, что такой учет даже вблизи андерсоновского перехода металл–диэлектрик лишь незначительно уменьшает величину $H_{c2}(T)$ в низкотемпературной области. В условиях инвариантности относительно обращения времени и эквивалентности петель в куперовском и дифузионном каналах куперовская восприимчивость определяется петлей в диффузионном канале. В результате уравнение (33) на орбитальное критическое поле $H_{c2}(T)$ принимает вид [28]:

$$1 = -\frac{U}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \mathrm{Im}\left(\frac{\sum_{\mathbf{p}} \Delta G_{\mathbf{p}}(\varepsilon)}{2\varepsilon + iD(2\varepsilon)2\pi\frac{H_{c2}}{\Phi_0}}\right) th\frac{\varepsilon}{2T}. \quad (34)$$

Обобщенный коэффициент диффузии снова определяется в рамках схемы самосогласованной теории локализации, описанной выше.

На рисунке 8 приведены температурные зависимости верхнего критического поля для различных степеней беспорядка в трех интересующих нас областях силы связи: в БКШ пределе слабой связи ($U/2D = 0.2$), в области БКШ–БЭК кроссовера (промежуточная связь $U/2D = 1.0$) и в БЭК пределе сильной связи ($U/2D = 1.6$).

В пределе слабой связи (рис. 8a) рост беспорядка приводит к росту верхнего критического поля во всей области температур в пределе слабого беспорядка ($W/2D < 0.19$), при этом кривые температурной зависимости имеют отрицательную кривизну и по форме близки к стандартной зависимости WHH [40, 41]. С дальнейшим ростом беспорядка без учета локализационных поправок верхнее критическое поле во всей температурной области начинает уменьшаться. Однако учет локализационных поправок в пределе слабой связи в области сильного беспорядка ($W/2D \geq 0.37$) существенно увеличивает верхнее критическое поле и качественно изменяет его температурное поведение, а кривые $H_{c2}(T)$ приобретают положительную кривизну. Верхнее критическое поле быстро растет с ростом беспорядка во всей температурной области.

При промежуточной связи (рис. 8b) в пределе слабого беспорядка температурная зависимость верхнего критического поля становится практически линейной. Верхнее критическое поле во всей температурной области растет с ростом беспорядка. В пределе сильного беспорядка ($W/2D \geq 0.37$) локализационные поправки, как и в пределе слабой связи, увеличивают верхнее критическое поле во всей температурной области. Кривые $H_{c2}(T)$ приобретают положительную кривизну. Однако в области промежуточной связи влияние эффектов от андерсоновской локализации существенно слабее, чем в пределе слабой связи и является существенным лишь в низкотемпературной области.

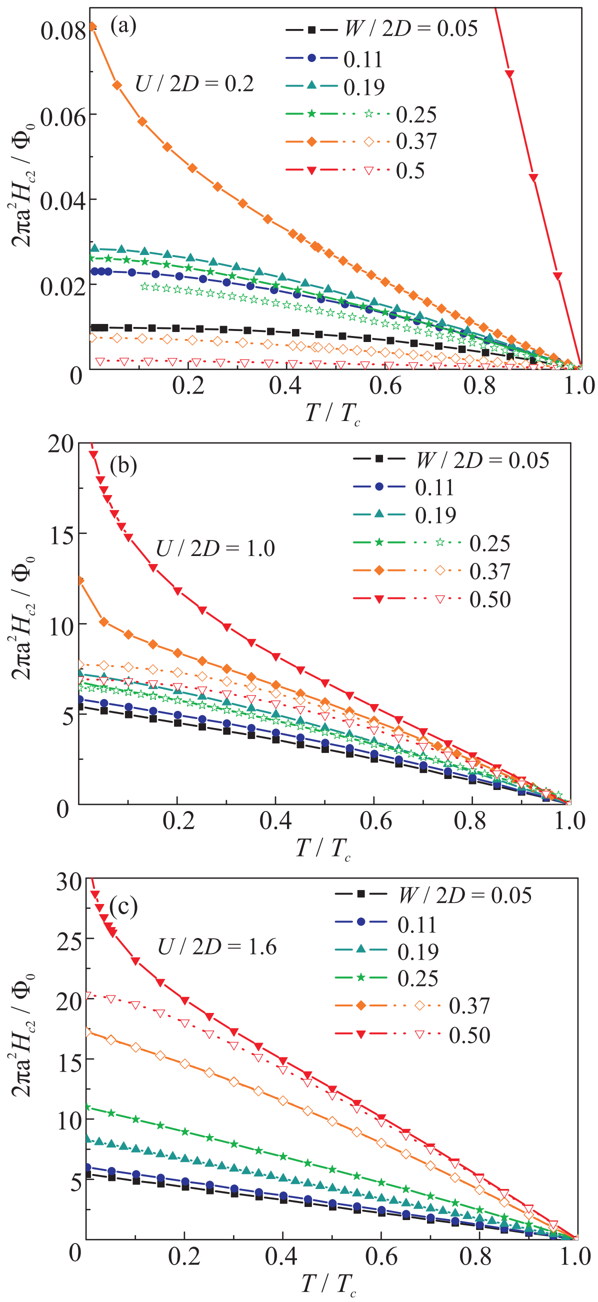

Рис. 8. (Цветной онлайн) Температурная зависимость верхнего критического поля для различных степеней беспорядка: (a) – БКШ предел слабой связи ($U/2D = 0.2$); (b) – область БКШ–БЭК кроссовера промежуточная связь ($U/2D = 1.0$); (c) – БЭК предел сильной связи ($U/2D = 1.6$). Заполненные символы и сплошные линии соответствуют расчетам с учетом локализационных поправок. Незаполненные символы и пунктирные линии соответствуют "лестничному" приближению по примесному рассеянию

В БЭК пределе сильной связи (рис. 8c) в области слабого беспорядка кривые $H_{c2}(T)$ являются фактически линейными. Верхнее критическое поле растет с ростом беспорядка во всей температурной области. В пределе сильного беспорядка непосредственно на самом переходе Андерсона ($W/2D = 0.37$) кривая $H_{c2}(T)$ по-прежнему остается линейной и учет локализационных поправок фактически не изменяет температурную зависимость верхнего критического поля. Дальнейшее увеличение беспорядка приводит к росту $H_{c2}(T)$. Глубоко в фазе андерсоновского диэлектрика ($W/2D = 0.5$) кривая $H_{c2}(T)$ приобретает положительную кривизну и учет эффектов андерсоновской локализации увеличивает $H_{c2}(T)$ в низкотемпературной области, в то время как вблизи T_c локализационные поправки оказываются несущественными даже при таком сильном беспорядке. Таким образом, сильная связь существенно ослабляет влияние эффектов локализации на температурное поведение верхнего критического поля.

Итак, рост силы связи U приводит к быстрому возрастанию $H_{c2}(T)$, особенно в низкотемпературной области. В БЭК пределе и в области БКШ–БЭК кроссовера кривая $H_{c2}(T)$ становится практически линейной. Разупорядочение при любой силе связи также приводит к росту $H_{c2}(T)$. В БКШ пределе слабой связи с усилением беспорядка растет как наклон кривой верхнего критического поля вблизи $T = T_c$, так и $H_{c2}(T)$ в низкотемпературной области. В пределе сильного беспорядка, в окрестности перехода Андерсона, локализационные поправки приводят к дополнительному резкому увеличению верхнего критического поля в низкотемпературной области и кривая $H_{c2}(T)$ становится вогнутой, приобретая положительную кривизну. В области БКШ–БЭК кроссовера и в БЭК пределе слабый беспорядок несущественно влияет на наклон верхнего критического поля в T_c, однако сильный беспорядок в окрестности перехода Андерсона приводит к заметному увеличению наклона верхнего критического поля с ростом беспорядка. В низкотемпературной области $H_{c2}(T)$ существенно растет с увеличением беспорядка, особенно в окрестности перехода Андерсона, где за счет локализационных поправок заметно увеличивается $H_{c2}(T = 0)$ и кривая $H_{c2}(T)$ вместо линейной зависимости, характерной в пределе сильной связи при слабом беспорядке, становится вогнутой.

В рассмотренной модели значения верхнего критического поля при низких температурах могут достигать экстремальных значений, достигающих (и даже формально превышающих) $\frac{\Phi_0}{2\pi a^2}$. Это делает актуальным дальнейший анализ модели как с учетом неизбежной роли эффектов квантования электронного спектра в магнитном поле, так и с учетом парамагнитного эффекта.

6. Температурная зависимость парамагнитного критического магнитного поля. В области слабой связи и слабого беспорядка верхнее критическое магнитное поле сверхпроводника определяется орбитальными эффектами и обычно существенно ниже парамагнитного предела. Однако рост силы связи и беспорядок, как мы видели выше, приводят к быстрому возрастанию орбитального H_{c2} с возможным выходом за парамагнитный предел. В этом разделе мы рассмотрим поведение парамагнитного критического поля в широкой области значений силы притяжения U, включающей область БКШ–БЭК кроссовера и предел очень сильной связи, с учетом беспорядка (в том числе достаточно сильного).

Хорошо известно, что в БКШ пределе слабой связи парамагнитные эффекты (эффекты спинового расщепления) приводят к существованию при низких температурах области на фазовой диаграмме сверхпроводника в магнитном поле, где парамагнитное критическое магнитное поле H_{cp} падает с понижением температуры. Такое поведение свидетельствует о неустойчивости, ведущей к фазовому переходу I рода, в которой может возникать фаза Фульде–Феррела–Ларкина–Овчинникова (ФФЛО) [45–47] с куперовскими парами с конечным импульсом $\mathbf{q}$ и периодическим в пространстве сверхпроводящим параметром порядка. В дальнейшем наше рассмотрение будет ограничено только анализом перехода II рода, а сверхпроводящий параметр порядка будет считаться пространственно однородным, что позволяет определить границы существования неустойчивости к переходу I рода в области БКШ–БЭК кроссовера и сильной связи, в том числе при различных степенях разупорядочения. Вопрос об устойчивости ФФЛО состояния в этих условиях рассматриваться не будет.

В рамках подхода Нозьера и Шмитт-Ринка критическая температура в присутствии спинового расщепления уровней во внешнем магнитном поле (пренебрегая орбитальными эффектами) или парамагнитное критическое магнитное поле H_{cp} при температуре $T < T_c$ определяется следующим уравнением БКШ типа [29]:

$$1 = \frac{U}{4}\int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \frac{\tilde{N}_0(\varepsilon)}{\varepsilon - \mu}\left(th\frac{\varepsilon - \mu - \mu_B H_{cp}}{2T} + \right.$$
$$\left. + \, th\frac{\varepsilon - \mu + \mu_B H_{cp}}{2T}\right), \qquad (35)$$

в котором химический потенциал μ для разных значений U и W определяется из $\mathrm{DMFT} + \Sigma$ – расчетов, т.е. из стандартного уравнения для числа электронов в зоне. Следует отметить, что уравнение (35) получено из точного тождества Уорда [29] и остается справедливым в присутствии сильного беспорядка, включая окрестность перехода Андерсона. Уравнение (35) демонстрирует, что все влияние беспорядка на H_{cp} сводится лишь к перенормировке затравочной плотности состояний беспорядком, а значит для затравочной зоны с полуэллиптической плотностью состояний влияние беспорядка на H_{cp} универсально и сводится лишь к уширению зоны беспорядком, т.е. к замене $D \to D_{\text{eff}}$. Ясно, что парамагнитное критическое поле будет, в общем случае, расти с ростом силы связи U — магнитному полю становится все труднее разорвать пары сильно связанных электронов [29].

На рисунке 9 приведены результаты по влиянию беспорядка на температурную зависимость парамагнитного критического магнитного поля. В БКШ пределе слабой связи (рис. 9a) рост беспорядка приводит как к уменьшению критической температуры в отсутствии магнитного поля T_{c0} (см. [23, 24]), так и к уменьшению критического магнитного поля при всех температурах. Область неустойчивости к переходу I рода сохраняется и в присутствии беспорядка. На самом деле, как уже отмечалось выше, все влияние беспорядка на $H_{cp}(T)$ универсально и связано лишь с заменой $D \to D_{\text{eff}}$. В результате рост беспорядка приводит к уменьшению эффективной силы связи, определяемой безразмерным параметром $U/2D_{\text{eff}}$. Это и приводит к тому, что с ростом беспорядка относительная ширина температурной области $T/T_c(H)$, где наблюдается переход I рода, заметно увеличивается.

При промежуточной связи ($U/2D = 0.8$) в области БКШ–Бозе кроссовера (рис. 9b) рост беспорядка достаточно слабо изменяет критическую температуру T_{c0} (см. [23, 24]), приводя к некоторому росту $H_{cp}(T)$. Поскольку все влияние беспорядка связано лишь с заменой $D \to D_{\text{eff}}$, рост беспорядка здесь снова приводит к уменьшению эффективной силы связи $U/2D_{\text{eff}}$ и восстановлению области неустойчивости к переходу I рода.

В БЭК пределе сильной связи рост беспорядка приводит к заметному росту критической температуры T_{c0} (см. [23, 24]). В то же время критическое магнитное поле в низкотемпературной области достаточно слабо растет с ростом беспорядка. В БЭК пределе области неустойчивость к переходу I рода не возникает даже в присутствии очень сильного беспорядка ($W/2D = 0.5$). На самом деле и в БЭК пределе влияние беспорядка универсально и связано лишь с заменой $D \to D_{\text{eff}}$. В результате, если обезразмерить

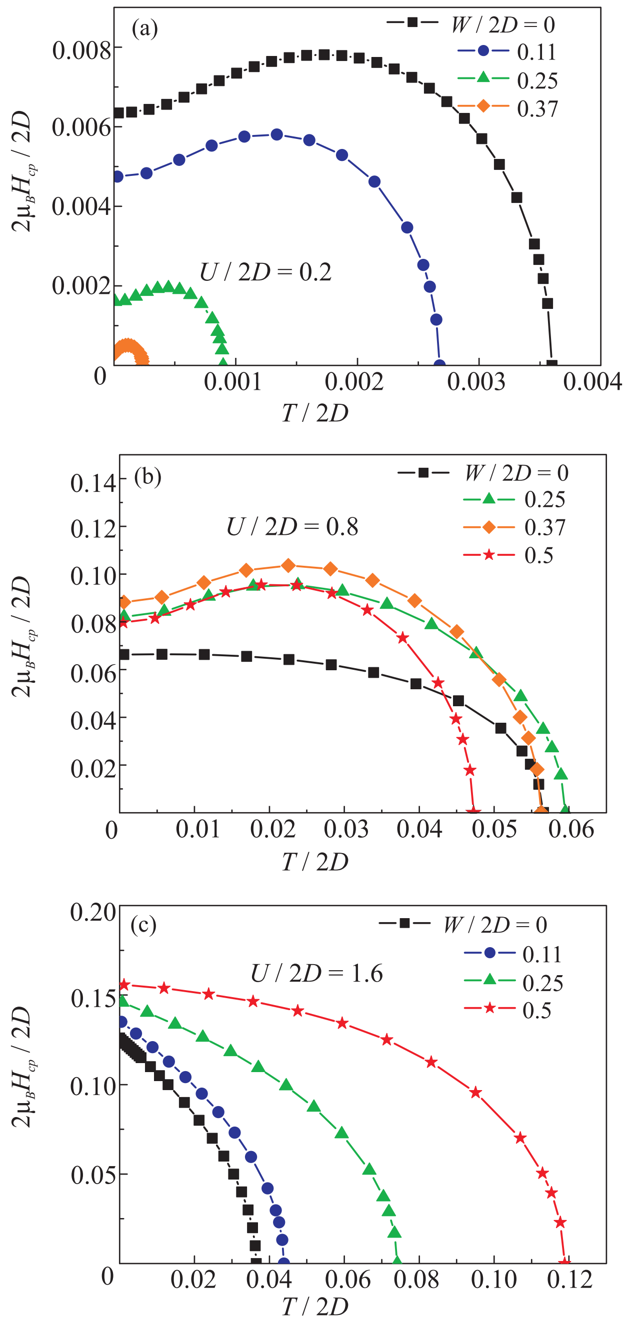

Рис. 9. (Цветной онлайн) Температурная зависимость парамагнитного критического магнитного поля для различных степеней беспорядка: (a) – БКШ предел слабой связи ($U/2D = 0.2$); (b) – область БКШ–БЭК кроссовера (промежуточная связь: $U/2D = 0.8$); (c) – БЭК предел сильной связи ($U/2D = 1.6$)

спиновое расщепление и температуру на эффективную ширину зоны $2D_{\text{eff}}$ и держать постоянной эффективную силу связи $U/2D_{\text{eff}}$, мы получим универсальную температурную зависимость парамагнитного критического магнитного поля. На рисунке 10 мы показываем примеры такого универсального поведения для типичных случаев слабой и сильной связи в отсутствии и в присутствии беспорядка.

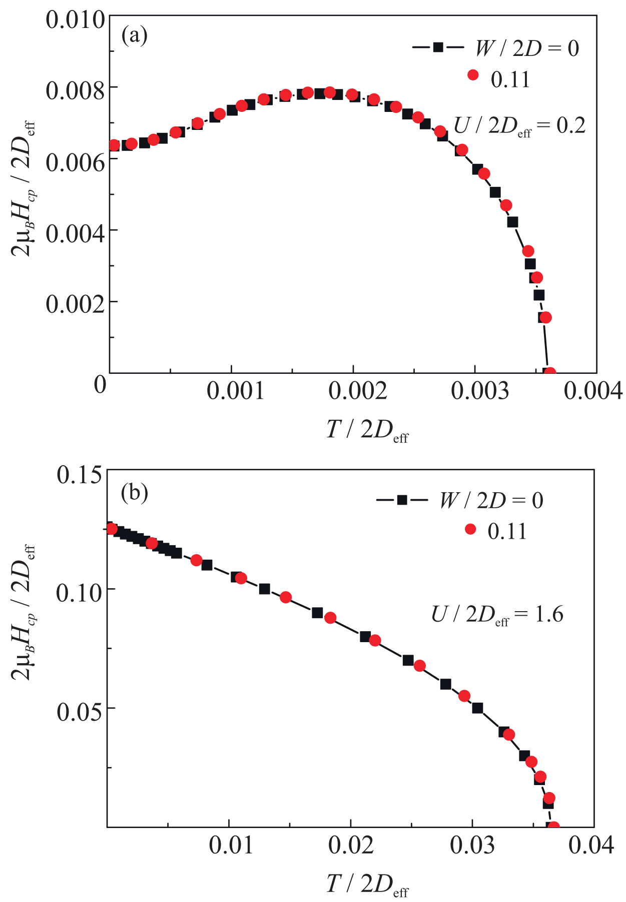

Рис. 10. (Цветной онлайн) Универсальность температурной зависимости парамагнитного критического магнитного поля от степени беспорядка. (a) – Слабая связь $U/2D_{\rm eff} = 0.2$, $W = 0$ и $W = 0.11$. (b) – Сильная связь $U/2D_{\rm eff} = 1.6$, $W = 0$ и $W = 0.11$

В отсутствии беспорядка в БЭК пределе сильной связи $U/2D = 1.6$ при $T \to 0$ мы имеем $2\mu_B H_{cp}/2D \approx \approx 0.125$, что для характерной ширины зоны $2D \sim \sim 1$ эВ дает $H_{cp} \sim 10^7$ Гс. Для орбитального критического магнитного поля (см. [28]) в такой же модели, при этой же силе связи и $T \to 0$, для характерного значения параметра решетки $a = 3.3 \cdot 10^{-8}$ см, мы получаем $H_{c2} \approx 1.6 \cdot 10^8$ Гс. Таким образом, орбитальное критическое магнитное поле в низкотемпературной области растет с ростом силы связи гораздо быстрее парамагнитного и в БЭК пределе сильной связи основной вклад в верхнее критическое магнитное поле при низких температурах будет именно за счет парамагнитного эффекта. Рост беспорядка приводит к значительному росту орбитального критического магнитного поля [28], тогда как $H_{cp}(T \to 0)$ в области БКШ–Бозе кроссовера и в БЭК пределе относительно слабо зависит от беспорядка. Таким образом, и в присутствии беспорядка в БЭК пределе основной вклад в верхнее критическое магнитное поле при низких температурах будет давать именно парамагнитный эффект.

Итак, рост силы связи U приводит к быстрому возрастанию $H_{cp}(T)$ и исчезновению в области БКШ–БЭК кроссовера и в БЭК пределе области неустойчивости к фазовому переходу I рода, возникающей при низких температурах в БКШ пределе слабой связи. Физически это связано с тем, что магнитному полю становится все труднее разорвать электроны в сильно связанных парах. Рост беспорядка в БКШ пределе слабой связи приводит как к уменьшению критической температуры в отсутствии беспорядка, так и к падению $H_{cp}(T)$. Область неустойчивости к переходу I рода при низких температурах в присутствии беспорядка сохраняется. В области промежуточной связи ($U/2D = 0.8$) беспорядок достаточно слабо влияет как на критическую температуру, так и на $H_{cp}(T)$. Однако рост беспорядка приводит к восстановлению при низких температурах области неустойчивости к переходу I рода, которая не наблюдается в отсутствии беспорядка. Этот, достаточно неожиданный, вывод целиком связан со спецификой модели Хаббарда с притяжением, в которой возникает эффективный безразмерный параметр $U/2D_{\rm eff}$, контролирующий силу связи в неупорядоченном случае.

В БЭК пределе в низкотемпературной области, при разумных параметрах модели, парамагнитное критическое магнитное поле оказывается заметно меньше орбитального так, что верхнее критическое поле в этой области, в основном, определяется именно парамагнитным критическим полем. В присутствии беспорядка этот вывод тем более сохраняется, поскольку орбитальное критическое поле быстро растет с ростом беспорядка, а парамагнитное критическое поле в этом пределе слабо изменяется с разупорядочением.

7. Заключение. В данной работе, в рамках приближения Нозьера–Шмитт-Ринка и DMFT + Σ обобщения теории динамического среднего поля мы исследовали влияние разупорядочения, в том числе и сильного (область андерсоновской локализации), на разложение Гинзбурга–Ландау и поведение связанных с ними физических величин вблизи T_c, а также верхнего критического магнитного поля (орбитального и парамагнитного) в неупорядоченной модели Андерсона–Хаббарда с притяжением, для широкой области значений потенциала притяжения U, от области слабой связи, где неустойчивость нормальной фазы и сверхпроводимость хорошо описываются моделью БКШ, вплоть до предела сильной связи, где переход в сверхпроводящее состояние связан с Бозе-конденсацией компактных куперовских пар, образующихся при температуре, существенно выше температуры перехода в сверхпроводящее состояние.

Ввиду ограниченности объема данного обзора выше была приведена только часть полученных нами результатов. Дальнейшие детали, так же как и подробности вывода основных уравнений, можно найти в оригинальных работах [25–29].

Заметим, что все результаты, полученные в данной работе неявно использовали предположение о самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка, входящего в разложение Гинзбурга–Ландау. Хорошо известно [9], что данное предположение становится, вообще говоря, неприменимым вблизи андерсоновского перехода металл–диэлектрик, что связано с развивающимися здесь сильными флуктуациями локальной плотности состояний, приводящей к сильным пространственным флуктуациям параметра порядка [48] и неоднородной картине сверхпроводящего перехода [49]. Эта проблема, в контексте задачи о сверхпроводимости в области БКШ–БЭК кроссовера и в области сильной связи представляет большой интерес и заслуживает дальнейшего изучения.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований # 20-02-00011.

1. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **36**, 319 (1958) [Sov. Phys. JETP **9**, 220 (1959)].
2. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **35**, 1158 (1958) [Sov. Phys. JETP **9**, 1090 (1959)].
3. Л. П. Горьков, ЖЭТФ **36**, 1918 (1959) [Sov. Phys. JETP **36**, 1364 (1959)].
4. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **39**, 1781 (1960) [Sov. Phys. JETP **12**, 1243 (1961)].
5. P. W. Anderson, J. Phys. Chem. Solids **11**, 26 (1959).
6. P. G. De Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, W. A. Benjamin, NY (1966).
7. Л. Н. Булаевский, М. В. Садовский, Письма ЖЭТФ **39**, 524 (1984) [JETP Lett. **39**, 640 (1984)].
8. L. N. Bulaevskii, M. V. Sadovskii, J. Low. Temp. Phys. **59**, 89 (1985).
9. M. V. Sadovskii, Phys. Rep. **282**, 226 (1997).
10. M. V. Sadovskii, *Superconductivity and Localization*, World Scientific, Singapore (2000).
11. P. Nozieres and S. Schmitt-Rink, J. Low Temp. Phys. **59**, 195 (1985).
12. Th. Pruschke, M. Jarrell, and J. K. Freericks, Adv. Phys. **44**, 187 (1995).
13. A. Georges, G. Kotliar, W. Krauth, and M. J. Rozenberg, Rev. Mod. Phys. **68**, 13 (1996).
14. D. Vollhardt, in *Lectures on the Physics of Strongly Correlated Systems XIV*, ed. by A. Avella and F. Mancini, AIP Conference Proceedings, AIP, Melville, N.Y. (2010), v. 1297, p. 339; ArXiV: 1004.5069.
15. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, Письма в ЖЭТФ **82**, 217 (2005) [JETP Lett. **82**, 198 (2005)].
16. M. V. Sadovskii, I. A. Nekrasov, E. Z. Kuchinskii, Th. Prushke, and V. I. Anisimov, Phys. Rev. B **72**(15), 155105 (2005).
17. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, ФНТ **32**, 528 (2006) [Low Temp. Phys. **32**, 398 (2006)].
18. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, Phys. Rev. B **75**, 115102 (2007).
19. E. Z. Kuchinskii, I. A. Nekrasov, and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **133**, 670 (2008) [JETP **106**, 581 (2008)].
20. Э. З. Кучинский, И. А. Некрасов, М. В. Садовский, УФН **182**, 345 (2012) [Physics Uspekhi **53**, 325 (2012)].
21. E. Z. Kuchinskii and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **149**, 589 (2016) [JETP **122**, 509 (2016)].
22. N. A. Kuleeva, E. Z. Kuchinskii, and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **146**, 304 (2014) [JETP **119**, 264 (2014)].
23. E. Z. Kuchinskii, N. A. Kuleeva, and M. V. Sadovskii, Письма ЖЭТФ **100**, 213 (2014) [JETP Lett. **100**, 192 (2014)].
24. E. Z. Kuchinskii, N. A. Kuleeva, and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **147**, 1220 (2015) [JETP **120**, 1055 (2015)].
25. E. Z. Kuchinskii, N. A. Kuleeva, and M. V. Sadovskii, ЖЭТФ **149**, 430 (2016) [JETP **122** 375 (2016)].
26. E. Z. Kuchinskii, N. A. Kuleeva, and M. V. Sadovskii, ФНТ **43**, 22 (2017) [Low Temp. Phys. **42**(1), 17 (2017)].
27. Э. З. Кучинский, Н. А. Кулеева, М. В. Садовский, ЖЭТФ **152**, 133 (2017) [JETP **125**, 111 (2017)].
28. Э. З.Кучинский, Н. А. Кулеева, М. В. Садовский, ЖЭТФ **152**, 1321 (2017) [JETP **125**(6), 1127 (2017)].
29. Э. З. Кучинский, Н. А. Кулеева, М. В. Садовский, ЖЭТФ **154**, 881 (2018) [JETP **127**, 753 (2018)].
30. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, М. (1963) [A. A. Abrikosov, L. P. Gor'kov, and I. E. Dzyaloshinskii, *Quantum Field Theoretical Methods in Statistical Physics*, Pergamon Press, Oxford (1965)].
31. М. В. Садовский, *Диаграмматика*, Москва–Ижевск, (2019) [M. V. Sadovskii, *Diagrammatics*, World Scientific, Singapore (2019)].
32. R. Bulla, T. A. Costi, and T. Pruschke, Rev. Mod. Phys. **60**, 395 (2008).
33. D. Vollhardt and P. Wölfle, Phys. Rev. B **22**, 4666 (1980).

34. D. Vollhardt and P. Wölfle, Phys. Rev. Lett. **48**, 699 (1982).
35. P. Wölfle and D. Vollhardt, in *Anderson Localization*, ed. by Y. Nagaoka and H. Fukuyama, Springer Series in Solid State Sciences, Springer Verlag, Berlin (1982), v. 39, p. 26.
36. А. В. Мясников, М. В. Садовский, ФТТ **24**, 3569 (1982) [Sov. Phys.-Solid State **24**, 2033 (1982)].
37. E. A. Kotov and M. V. Sadovskii, Zs. Phys. B **51**, 17 (1983).
38. M. V. Sadovskii, in *Soviet Scientific Reviews – Physics Reviews*, ed. by I. M. Khalatnikov, Harwood Academic Publ., NY (1986), v. 7, p. 1.
39. D. Vollhardt and P. Wölfle, in *Electronic Phase Transitions*, ed. by W. Hanke and Yu.V. Kopaev, North–Holland, Amsterdam (1992), v. 32, p. 1.
40. N.R. Werthamer and E. Helfand, Phys.Rev. **147**, 288 (1966).
41. N. R. Werthamer, E. Helfand, and P. C. Hohenberg, Phys. Rev. **147**, 295 (1966).
42. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, ГРФМЛ "Наука", М. (1978), ч. 2, гл. 5 [E. M. Lifshits and L. P. Pitaevskii, *Statistical Physics*,Pergamon Press, Oxford (1980), part 2, ch. 5].
43. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, СФХТ **4**, 2278 (1991) [Superconductivity: Physics, Chemistry, Technology **4**, 2278 (1991)].
44. E. Z. Kuchinskii and M. V. Sadovskii, Physica C **185–189**, 1477 (1991).
45. P. Fulde and R. A. Ferrell, Phys. Rev. A **135**, 550 (1964).
46. А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **47**, 1136 (1964).
47. Д. Сан-Жам, Г. Сарма, Е. Томас, *Сверхпроводимость второго рода*, Мир, М. (1970) [D. Saint-James, G. Sarma, E. J. Thomas, *Type II Superconductivity*, Pergamon Press, Oxford (1969)].
48. Л. Н. Булаевский, М. В. Садовский, Письма ЖЭТФ **43**, 76 (1986) [JETP Lett. **43**, 99 (1986)].
49. Л. Н. Булаевский, С. В. Панюков, М. В. Садовский, ЖЭТФ **92**, 672 (1987) [JETP **65**, 380 (1987)].