Письма в ЖЭТФ, том 112, вып. 11, с. 787 – 793

Кинетическая модель размягчения стекол

В. В. Бражкин[1)]

Институт физики высоких давлений РАН, 108840 Троицк, Москва, Россия

Поступила в редакцию 7 октября 2020 г.
После переработки 29 октября 2020 г.
Принята к публикации 2 ноября 2020 г.

Переход жидкость-стекло (стеклование) проанализирован с точки зрения размягчения твердой фазы за счет диффузионных прыжков. Показано, что предположение о наличии у стекла распределения Гиббса в импульсном пространстве (фактически, локальная термализация) автоматически ведет к ненулевым значениям диффузии в стеклах при любых температурах. Это заключение ставит под сомнение возможность существования виртуального "термодинамического" перехода, определяющего стеклование. Предложена модель прыжков "горячих" частиц, предсказывающая существование двух характерных температур T_A и T_B и описывающая качественные изменения температурной зависимости вязкости жидкости при охлаждении ("Аррениус"–"сверх-Аррениус"–"Аррениус"). При этом значения температур T_A и T_B связываются с числом частиц в первой координационной сфере и числом частиц в области структурных корреляций (область промежуточного порядка) в неупорядоченных средах. Обсуждается понятие эргодичности применительно к стеклам.

DOI: 10.31857/S1234567820230123

Существующие теории, описывающие переход жидкость-стекло можно, разделить на 2 большие группы. "Кинетические" модели стеклования рассматривают стекло просто как жидкость с большой вязкостью, неограниченно нарастающей при понижении температуры. Температура стеклования T_g в таком подходе есть чисто условная величина, соответствующая значениям вязкости 10^{12}–10^{13} Па $\cdot$ с и временам релаксации в жидкости 10–100 с, что сравнимо с характерными экспериментальными временами (время релаксации соответствует среднему времени между прыжками для каждой частицы). Подробный анализ современных кинетических моделей стеклования (их несколько десятков) представлен в обзорах [1, 2]. Более "модные" "термодинамические" модели стеклования предполагают существование некой положительной температуры условного (виртуального) фазового перехода, при которой времена релаксации и вязкость формально расходятся (стремятся к бесконечности). Ранее такая температура вводилась феноменологически или на основе экстраполяций (например, температуры Каузмана и Фогеля–Фульчера–Тамманна). Вместе с тем в последние десятилетия было разработано несколько "микроскопических" подходов. Среди них следует упомянуть энтропийную модель, модель энергетической гиперповерхности, "теорию" Адама–Гиббса–Ди Марцио, "теорию" связанных мод, метод реплик и теорию ультраметричности пространства состояний, "теорию" "случайного" фазового перехода первого рода и др. Приверженцы каждой из моделей рассматривают ее как почти "окончательную" микроскопическую теорию стеклования. В действительности, все эти модели не свободны от недостатков.

Около 30 лет назад определенные надежды возлагались на метод реплик Дж. Паризи и развитие идей мультидолинности [3]. Хороший обзор этого подхода представлен В. С. Доценко [4]. В данном подходе рассматривается модель изинговского спинового стекла со случайными (по Гауссу) парными спин-спиновыми взаимодействиями. Существенным моментом является то, что парные взаимодействия являются случайными по знаку и "вмороженными", т.е. зафиксированы в каждом конкретном образце. Оказывается, что в такой системе при понижении температуры до определенной положительной величины T_c начинает происходить каскад "фазовых" переходов. При этих переходах фазовое пространство многократно делится на бесконечное (в термодинамическом пределе) количество долин (минимумов), разделенных энергетическими барьерами. Причем в энергетическом спектре имеются как барьеры конечной высоты, так и бесконечно большие (в термодинамическом пределе). В результате многие конфигурации спинов оказываются принципиально недоступными, и система становится абсолютно неэргодичной на всех временах. Ситуация аналогичная с переходом в ферро-

1)e-mail: brazhkin@hppi.troitsk.ru

магнитную фазу, где 2 возможных состояния со спином вверх и вниз для макроскопической системы также разделены бесконечным энергетическим барьером (одновременный переворот бесконечного числа спинов). Данная упрощенная модель имеет ряд недостатков, в частности, она приводит к отрицательной энтропии системы при нулевой температуре [4], но это не главное. Модель призвана описать поведение спиновых стекол, к реальным структурным стеклам она имеет очень опосредованное отношение, более того, и в реальных спиновых стеклах энергетические барьеры тоже остаются конечными. Мы вернемся к этому вопросу позднее.

Также около 30 лет назад В. Гетце разработал теорию связанных мод [5]. Была предложена система нелинейных уравнений для нормированной корреляционной функции флуктуаций плотности. Решение этих уравнений демонстрирует критическое замедление и переход к неэргодическому состоянию при некой положительной температуре T_c. Однако вскоре было показано, что зануление диффузии при температуре T_c в теории связанных мод – это артефакт идеализированной модели [6]. В расширенном варианте теории связанных мод допускаются активационные процессы, диффузия остается конечной и эргодичность ниже T_c восстанавливается [7]. В настоящее время окончательно установлено, что теория взаимодействующих мод "дает" некую температуру, существенно выше температуры стеклования (сейчас она ассоциируется с температурой начала отклонения от Аррениусовского поведения), при этом вязкость жидкости на 10 порядков (!) ниже вязкости при температуре стеклования T_g.

Наконец, наиболее популярная "микроскопическая" модель стеклования в последние годы – это теория "случайных" фазовых переходов 1-го рода [8, 9] (идеи данного подхода также были высказаны свыше 30 лет назад [8], однако наибольшее развитие получили лишь в последние десятилетия). Данная модель основана на предположении о существовании в жидкости локальных структур (несовместимых с дальним порядком) и топологических (геометрических) фрустраций. В модели постулируется огрубленный гамильтониан для локальной структуры, причем первая часть гамильтониана описывает нефрустрированную систему с критической точкой перехода (например, модель Изинга). К первой части гамильтониана добавляется дальнодействующая "антиферромагнитная" часть, отвечающая за фрустрацию. Данная модель, в отличие от большинства других, предсказывает наличие 2-х температур – T_A и T_K. Ниже первой температуры движение частиц в жидкости обуславливается преимущественно активационными процессами (как для температуры T_c в теории связанных мод). Температура T_K соответствует виртуальной температуре перехода первого рода в состояние идеального стекла (взаимно переплетенных аморфных кластеров). Модель предсказывает расходимость времен релаксации при T_K, но лишь по аналогии с бесконечными временами релаксации в кристалле (что неверно, как мы покажем в дальнейшем). Кроме того, модель предсказывает, что при охлаждении должен наблюдаться аномальный рост размеров аморфных кластеров вплоть до нескольких нанометров. Это связывается с наблюдаемыми в последние годы динамическими неоднородностями в переохлажденных жидкостях, хотя в ряде работ данный эффект ставится под сомнение [10].

Экспериментально установлено, что вязкость η и время релаксации τ для всех жидкостей при высоких температурах экспоненциально нарастают при понижении температуры (так называемое Аррениусовское поведение): η, $\tau \sim \exp(E_{\mathrm{act}}/T)$.

В то же время, для большинства расплавов, начиная с некоторой температуры T_A, рост вязкости становится более быстрым, чем экспоненциальный (что и стимулировало поиск расходимости, аналогичной фазовому переходу). Формально это соответствует росту эффективной энергии активации E_{act}. Замечу, что многие эмпирические формулы, описывающие сверхбыстрый рост вязкости при охлаждении все же не подразумевают ее расходимости при конечных температурах (уравнения Аврамова–Милчева, Мауро и др.) [11].

Все без исключения модели стеклования стартуют с жидкого состояния и описывают поведение жидкости при ее охлаждении. При этом законченных микроскопических теорий самого жидкого состояния пока не создано. В настоящей работе предлагается рассмотреть проблему стеклования, стартуя с твердого тела – стекла (или аморфного состояния) при низких температурах. Таким образом, вместо рассмотрения "отвердевания" жидкости проанализируем размягчение стекол.

В качестве нулевого приближения можно взять гармоническое стекло, т.е. топологически неупорядоченную систему гармонических осцилляторов. Такая система имеет, как и кристалл, 3N нормальных независимых колебаний, и гамильтониан, описывающий фононное поле в канонических координатах такой же, как и для кристалла. Система гармонических осцилляторов является неэргодической и нетермализуемой. Перемешивание фазовых траекторий в твердых телах и их эргодичность связаны с ангармонизмом взаимодействия, а именно, с перекрытием соседних резонансов в спектрах нелинейных колебаний (и образованием так называемого стохастического слоя, как зародыша неустойчивости [12]) и с редкими прыжками частиц, формально связанными с бифуркационным поведением при нелинейных колебаниях [13]. Возбуждения в конденсированных средах можно описывать с помощью введения квантов нормальных колебаний – фононов. Ангармонизм колебаний соответствует взаимодействию фононов с их рассеянием (многофононные процессы). Таким образом, статистическое описание конденсированных сред становится возможным, благодаря многофононным процессам. Локальная термализация твердых тел (как кристаллов, так и стекол) в областях с размерами 10–100 нм достигается за несколько десятков процессов рассеяния фононов, т.е. за наносекунды. В термализованной колебательной системе распределение по импульсам следует из распределения Гиббса. Вероятности различных значений импульсов осцилляторов даются формулой Блоха [14], и в классическом пределе сводятся к распределению Максвелла.

Факт наличия распределения частиц по энергиям в термализованных системах позволяет по-новому взглянуть на описание процессов диффузии в твердых телах. Как говорилось выше, в термализованном твердом теле имеется Максвелловское распределение частиц по импульсам и энергиям. Биения и перекачка энергии между ангармоническими осцилляторами носят сложный и нерегулярный по времени характер. Однако очевидно, что в системе макроскопически большого числа осцилляторов при сколь угодно малой средней энергии на осциллятор всегда имеется ненулевая вероятность накопления энергии в отдельном осцилляторе (назовем его “горячий” осциллятор), достаточной для бифуркации решения – прыжка частицы (назовем ее “горячей” частицей). Физический механизм этого – локальная “перекачка” энергии в один осциллятор из соседних при связанных нелинейных колебаниях. Для независимых событий вероятности перемножаются и, очевидно, что вероятность “перекачки” максимально большой энергии, необходимой для флуктуационного прыжка, в один “горячий” осциллятор от соседних “холодных” экспоненциально зависит от числа последних ($\sim \exp(-N)$) (см. рис. 1). Собственно, это и есть распределение Гиббса “на другом языке”. “Горячая” частица, осуществляющая прыжок в соседнюю ячейку, с точки зрения связанных нелинейных колебаний является проявлением бифуркации. Имеется определенная аналогия таких “горячих” частиц с популярным объектом исследований последних лет –

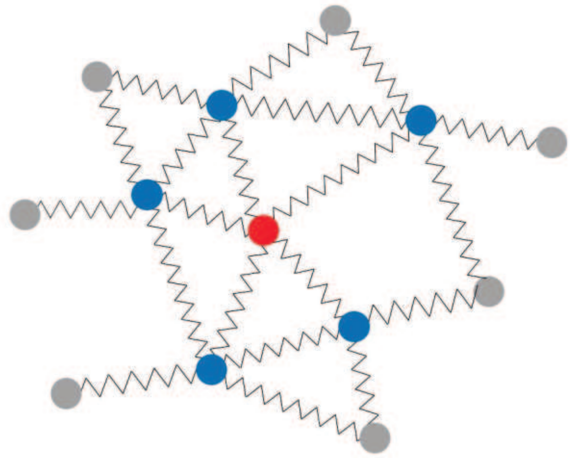

Рис. 1. (Цветной онлайн) Иллюстрация перекачки энергии при нелинейных колебаниях в “горячую” частицу (красная) от “холодных” частиц (синие). Частицы серого цвета имеют энергию, близкую к средней

“волнами-убийцами” в нелинейных волновых системах [15, 16].

В кристаллах такие прыжки приводят к установлению равновесной концентрации вакансий (для ряда ОЦК-металлов – междоузельных атомов) и ненулевым коэффициентам диффузии при любых конечных температурах. В топологически неупорядоченных твердых телах (стекла, аморфные вещества) прыжки частиц должны приводить к ненулевым коэффициентам диффузии и размягчению стекол. Как говорилось выше, для большинства расплавов, начиная с некоторой температуры T_A, рост вязкости становится более быстрым, чем экспоненциальный [17, 18] (см. рис. 2). Однако впоследствии было установлено, что при дальнейшем снижении температуры ниже определенного значения T_B характер температурной зависимости вязкости и времени релаксации меняется на менее резкий, иногда – вновь на Аррениусовский [19–22] (см. рис. 3). Удивительно, но несмотря на то, что об экспериментальном обнаружении температуры T_B известно уже 2 десятилетия, это никак не повлияло на теоретический мэйнстрим в данной области. При любой сколь угодно низкой температуре в твердом теле с ангармонизмом и Гиббсовским распределением частиц по импульсам и энергиям при любой конечной величине барьера имеется ненулевая вероятность прыжка “горячей” частицы. Из этого факта следует, что никакой конечной температуры размягчения стекла (а значит, и конечной температуры стеклования жидкости) не существует. Можно сделать вывод о том, что верны те теории стеклования, в которых время релаксации в жидко-

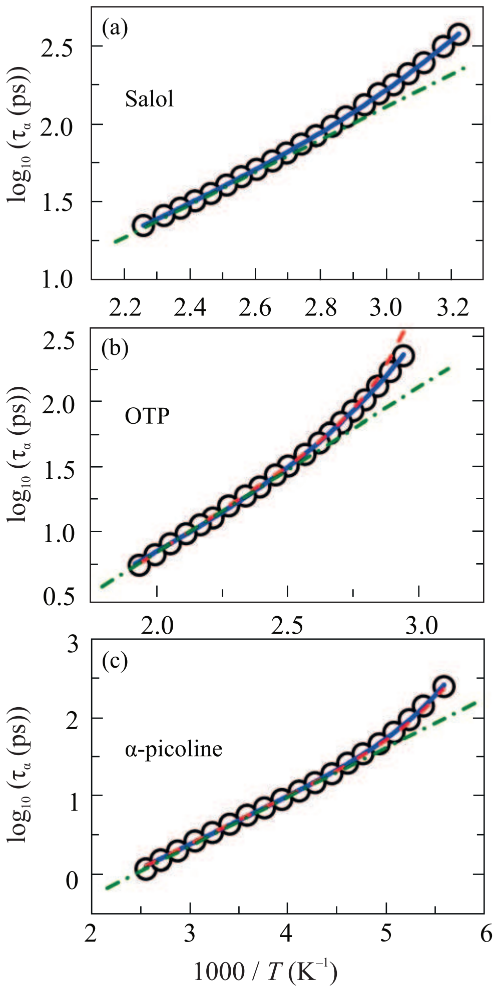

Рис. 2. (Цветной онлайн) Температурные зависимости времени релаксации в жидком салоле, орто-терфениле и альфа-пиколине [17]. Отклонение от линейных зависимостей при понижении температуры соответствует температуре T_A (начало неаррениусовского поведения)

сти стремится к бесконечности при нулевой (а не при конечной) температуре. Другими словами, предположение о конечной "термодинамической" температуре стеклования фактически означает отсутствие Гиббсовского распределения по энергиям при более низких температурах. Интересно заметить в этой связи, что существование термодинамически равновесного числа вакансий и самодиффузии в кристаллах при любой температуре никем не подвергается сомнению. Геофизики успешно оперируют понятием вязкости кристаллов. Наличие же "термодинамической" температуры стеклования подразумевает расходимость эффективной энергии активации и обращение в тождественный нуль вероятности прыжка частицы и коэффициента диффузии. В то же время частота прыжков частиц в кристалле и коэффициент самодиффузии не равны нулю. Очевидно, что в стекле с той же плотностью, что и кристалл, частота прыжков должна быть во всяком случае, не ниже, чем в кристалле из-за статических флуктуаций структурных характеристик и большей величины ангармонизма.

Таким образом, никакой "настоящей" расходимости при стекловании жидкости, по-видимому, наблюдаться не может, и физически содержательной проблемой является смена характера температурных зависимостей вязкости и времени релаксации при температурах T_A и T_B. В большинстве существующих моделей переход к не экспоненциальной зависимости вязкости от обратной температуры связывается с некими кооперативными эффектами [3, 8, 9]. Интригующим моментом являются почти универсальные значения вязкости и времени релаксации жидкостей при температурах T_A и T_B (см. работы [17–22] и ссылки в них). Обычно приводятся абсолютные значения этих величин, однако более информативным параметром является безразмерный экспоненциальный фактор $\exp(E_{\text{act}}/kT)$ в выражениях $\eta \approx \eta_0 \exp(E_{\text{act}}/kT)$; $\tau \approx \tau_0 \exp(E_{\text{act}}/kT)$. Для температуры T_A этот фактор составляет примерно 10^2, а для температуры T_B – примерно 10^7. Поскольку зависимость в данном температурном интервале может быть не экспоненциальная (величина E_{act} не постоянная), данный фактор можно рассматривать просто как отношение η/η_0 или τ/τ_0.

Рассмотрим процесс размягчения стекол в рамках модели прыжков "горячих" частиц. Как уже говорилось, в термализованной системе вероятность "перекачки" энергии, необходимой для бифуркации, в один "горячий" осциллятор от соседних экспоненциально зависит от числа "холодных" осцилляторов. В неупорядоченной системе (стекло, жидкость) существует два естественных пространственных масштаба и масштаба числа частиц: ближайшие соседи (область ближнего порядка и первая координационная сфера) и область затухания пространственных корреляций (область промежуточного порядка). При низких температурах доля "горячих" частиц, способных к прыжку, исчезающе мала – требуется "перекачка" энергии из очень большого числа осцилляторов. Энергия активации для прыжка при этом – постоянная величина, определяемая межчастичным взаимодействием (энергия связи), и время релаксации изменяется с температурой по Аррениусовскому закону. Если необходимое число "холодных" осцилляторов становится сравнимым с числом

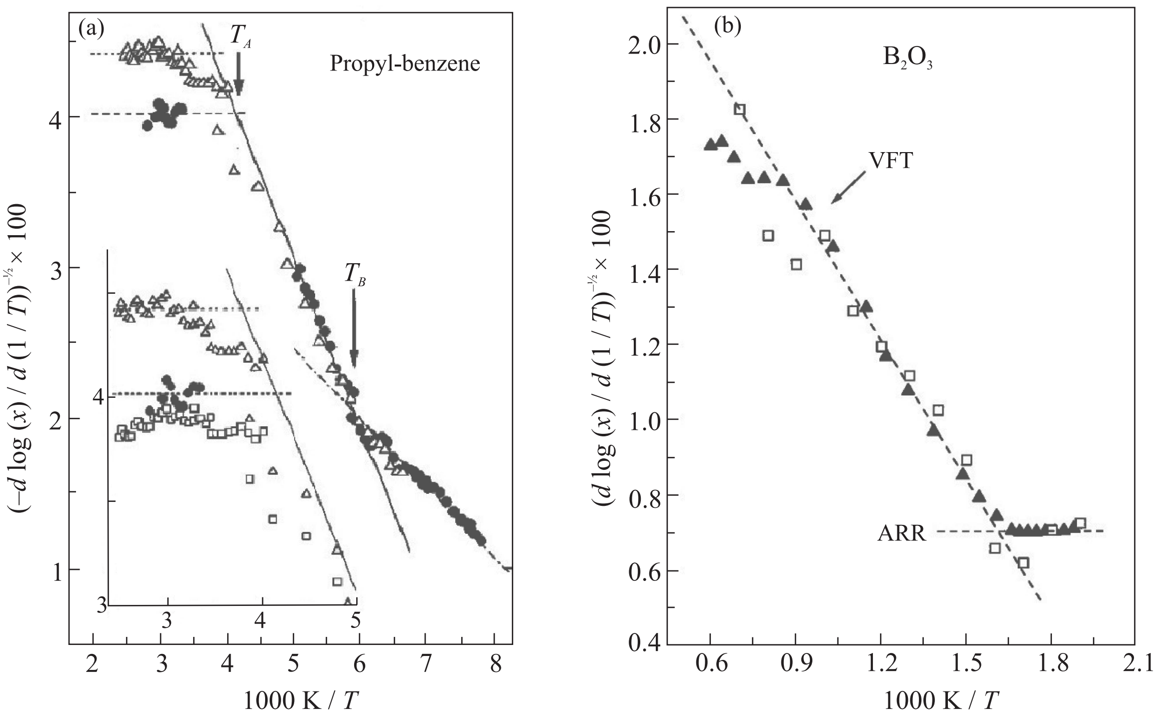

Рис. 3. (a) – Температурная зависимость частоты максимума диэлектрических потерь (x) и вязкости пропилбензола, построенные в соответствующих координатах [22]. Указаны характерные температуры T_A и T_B, соответствующие смене характера температурных зависимостей. На вставке показан высокотемпературный Аррениусовский режим в увеличенном масштабе, включая данные для обратной вязкости ($1/\eta$) (открытые треугольники) и для величины (T/η) (открытые квадраты). (b) – Температурная зависимость динамики расплава B_2O_3 [21]. Квадраты – частота максимума диэлектрических потерь (x), треугольники – данные для обратной вязкости ($1/\eta$). Горизонтальный участок при низких температурах (ARR) соответствует возврату к Аррениусовскому поведению при температурах ниже T_B

частиц в области промежуточного порядка, эффективная энергия активации должна измениться из-за пространственных корреляций. Также качественные изменения в поведении эффективной энергии активации должны иметь место, когда число "холодных" частиц становится сравнимым с числом частиц – ближайших соседей. Заметим, что реальное пространственное распределение "холодных" частиц будет, естественно, очень сложным, и данные рассуждения являются грубыми оценками. Если считать, что "холодная" частица может отдать 30–40 % средней энергии (при температурах выше дебаевских $E = 3kT$), то "горячая" частица получит энергию $\sim 5T$ при $N \approx 4-5$ (как раз число ближайших соседей для ковалентных стекол). Такая частица способна преодолеть барьер $E_{\rm act} \sim 5kT$, который как раз соответствует фактору $\exp(E_{\rm act}/kT) \approx 10^2$. Аналогично при $N \approx 12-16$ (область нескольких координационных сфер), "горячая" частица получит энергию $\sim 15-20kT$. Для барьера, доступного такой частице, имеем $\exp(E_{\rm act}/T) \approx 10^6-10^8$. Таким образом, оба "магических" значения времени релаксации вязкой жидкости при температурах T_A и T_B находят вполне правдоподобное объяснение при таком рассмотрении. При понижении температуры эффективная энергия активации начинает нарастать, когда число "холодных" частиц становится сравнимым с числом ближайших соседей (температура T_A) и продолжает расти до тех пор, пока "холодные" частицы находятся в области структурных корреляций (вплоть до температуры T_B). При увеличении числа "холодных" частиц, отдающих энергию "горячей", доля переданной энергии от каждой частицы, очевидно, будет уменьшаться. Поэтому температуре T_B может соответствовать не 12–16 частиц, передающих 30–40 % своей энергии, а, например, 25–35 частиц, отдающих в среднем 15–20 % своей энергии. В любом случае, в рамках такого подхода отношение энергии барьера к температуре $E_{\rm act}/kT$ фактически задает необходимое число "холодных" частиц, вовлеченных в акт прыжка-бифуркации. Заметим, что модели стеклования, "стартующие" с жидкой фазы, не в состоянии предсказать существование 2-х температур – T_A и T_B. Теория "случайных" фазовых переходов 1-го рода предсказывает температуру T_A и недостижимую виртуальную температуру перехода в "идеальное" стекло T_K, которая не имеет прямого отношения к экспериментальной температуре T_B.

Расходимость и бесконечные активационные барьеры, которые присущи подавляющему числу модных "теорий" стеклования, очевидно не соответствуют действительности [19–22] (см. рис. 4). Работа над

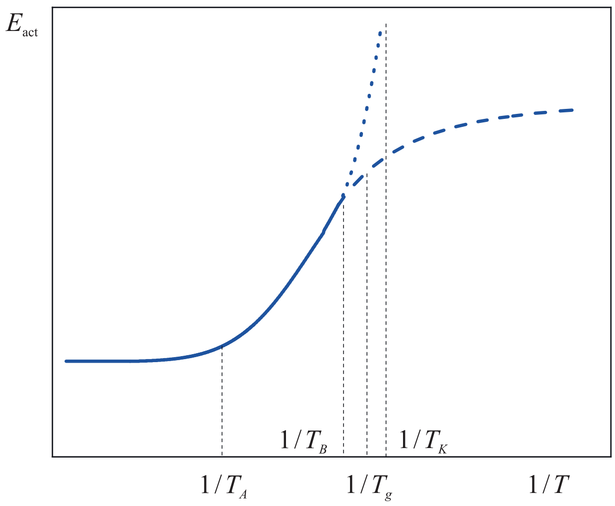

Рис. 4. (Цветной онлайн) Температурная зависимость эффективной энергии активации для вязкости (времени релаксации) жидкости и стекла. T_A и T_B – температуры качественного изменения температурных зависимостей вязкости. T_g – экспериментальная температура стеклования, T_K – температура виртуального "термодинамического" перехода (например, температура Каузмана), при которой время релаксации обращается в бесконечность. Пунктирной линией показано поведение энергии активации в рамках "термодинамических" моделей стеклования, штриховой линией показано реалистичное поведение при низких температурах

моделями стеклования ради самих моделей приобрела огромную инерцию. В результате игнорируются не только экспериментальные данные, но и известное всем явление самодиффузии в кристаллах, а также сам факт термализации твердых тел. В модельных системах типа спиновых стекол [4] бесконечные барьеры связаны с необходимостью одновременного переворота бесконечного числа спинов. В структурных стеклах, как и в кристаллах, энергия образования дефекта и энергия активации для прыжка одной частицы определяется лишь энергией взаимодействия с соседями и не требует вовлечения в процесс макроскопического числа частиц. В результате все барьеры остаются конечными, в том числе и в термодинамическом пределе. Известно, что для модели спиновых стекол с "вмороженным" беспорядком неупорядоченное состояние является основным по энергии. Реальные экспериментальные системы, демонстрирующие спин-стекольное поведение, такие как разбавленные твердые растворы магнитных переходных металлов в благородных металлах, конечно же, не соответствуют основному состоянию и являются метастабильными. Беспорядок в них не является "вмороженным", поскольку за астрономические времена магнитные атомы за счет диффузии сегрегируются, образуя вкрапления упорядоченных интерметаллидов, и состояние спинового стекла исчезнет. Заметим, что, как и для структурных стекол, все имеющиеся экспериментальные данные по спиновым стеклам можно полностью объяснить, не прибегая к предположению о существовании конечной температуры спин-стекольного перехода [23].

Как говорилось выше, время установления локального распределения Гиббса в импульсном пространстве для твердых тел составляет наносекунды. При этом области с характерным размером 10 нм становятся термализованными. После контакта с термостатом в стекле за счет температуропроводности термализация распространяется на весь образец (для миллиметровых размеров – за секунды). Однако при температурах, существенно ниже температуры стеклования, за экспериментальные времена релаксационные процессы (прыжки всех частиц) не успевают происходить. Время установления эргодичности ("заметания" координатной части фазового пространства) при температуре стеклования составляет 10–100 с (фактически на основании этого времени релаксации и определяется сама температура стеклования). На астрономических масштабах времен стекла являются вполне эргодическими системами (если за эти времена не произошла кристаллизация). В стеклах, в отличие от кристаллов, прыжки происходят во все возможные области пространства (поскольку стекло – топологически неупорядоченная система), так что стекло при ненулевой температуре с точки зрения энтропии на бесконечных временах является жидкостью (частицы при движении "заметают" всю координатную часть фазового пространства). Процессы релаксации в стеклах при температурах ниже стеклования приводят к кардинальным изменениям их энтропии (см. рис. 5). В результате стекла при низких температурах являются термализованными системами с "работающим" локальным распределением Гиббса в импульсном пространстве и равновесной температурой. Однако за экспериментальные времена полная эргодичность в стеклах, как пра-

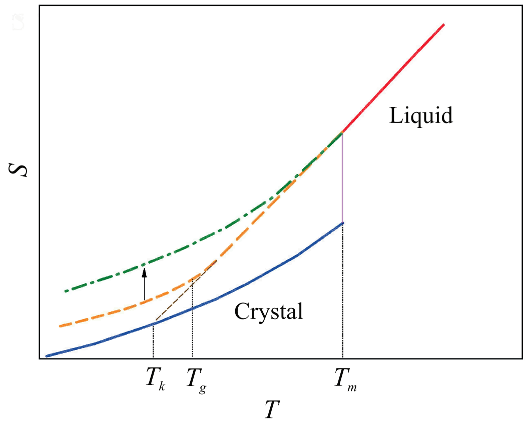

Рис. 5. (Цветной онлайн) Температурная зависимость энтропии S. T_m – температура плавления, T_K – виртуальная температура Каузмана, T_g – температура стеклования, соответствующая излому температурной зависимости энтропии на малых экспериментальных временах. На астрономически больших временах переохлажденная жидкость ниже T_g является эргодичной с соответствующим приростом энтропии (указано стрелкой)

вило, не достигается. На масштабе астрономически больших времен стекла можно рассматривать просто как переохлажденные жидкости – они являются и термализованными и эргодическими. Напомним, что стекла, как и переохлажденные жидкости, являются метастабильными системами, и термодинамику к ним можно применять лишь с оговорками [24].

Таким образом, анализ процесса перехода стекло–жидкость, рассматривающий диффузию в низкотемпературной твердой фазе, свидетельствует в пользу кинетических теорий стеклования. Термализация стекла и наличие у него равновесной температуры автоматически означает существование на "хвосте" Гиббсовского распределения "горячих" частиц (атомов или молекул) со сколь угодно большой энергией, достаточной для диффузионных прыжков при любых конечных температурах. Активационные барьеры для прыжков остаются конечными и определяются межчастичным взаимодействием. Модель размягчения стекол за счет активационных прыжков позволяет объяснить существование экспериментально наблюдаемых температур изменения поведения эффективной энергии активации T_A и T_B. Заметим, что при таком рассмотрении мы пренебрегли возможным влиянием диффузионных прыжков друг на друга. Ранее нами было показано, что учет возбуждения сдвиговых волн при прыжках "горячих" частиц может формально приводить к дополнительному росту активационного барьера, причем этот рост логарифмически слабо зависит от размеров образца [25]. В любом случае, для реальных стекол активационные барьеры для прыжков остаются конечными и стекло (как и кристалл!) течет при любой сколь угодно низкой температуре.

Автор благодарен К. Траченко, В. Н. Рыжову и Н. В. Суровцеву за полезные обсуждения; И. В. Данилову и П. В. Энковичу — за помощь в оформлении статьи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (19-12-00111).

1. Т. В. Тропин, Ю. В. Шмельцер, В. Л. Аксенов, УФН **186**, 47 (2016).
2. Д. С. Сандитов, М. И. Ожован, УФН **189**, 113 (2019).
3. G. Parisi, P. Urbani, and F. Zamponi, *Theory of Simple Glasses*, Cambridge University Press, Cambridge (2020).
4. В. С. Доценко, УФН **163**(6), 1 (1993).
5. В. Гетце, *Фазовые переходы жидкость-стекло*, Наука, М. (1992).
6. H. Osada, Probab. Theory Relat. Fields **112**, 53 (1998).
7. K. S. Schweizer and E. J. Saltzman, J. Chem. Phys. **119**, 1181 (2003).
8. T. R. Kirkpatric, D. Thirumalai, and P. G. Wolynes, Phys. Rev. A **40**, 1045 (1989).
9. A. Wisitorasak and P. G. Wolynes, J. Phys. Chem. B **118**, 7835 (2014).
10. J. Khouri and G. P. Johari, J. Chem. Phys. **138**, 2013 (2013).
11. J. C. Mauro, Y. Yue, A. J. Ellison, P. K. Gupta, and D. C. Allan, PNAS **106**, 19780 (2009).
12. Г. М. Заславский, *Стохастичность динамических систем*, Наука, М. (1985).
13. А. М. Косевич, А. С. Ковалев, *Введение в нелинейную физическую механику*, Наук. Думка, Киев (1989).
14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц, *Статистическая физика*, Наука, М. (1976).
15. В. Е. Захаров, Р. В. Шамин, Письма в ЖЭТФ **96**, 68 (2012).
16. В. П. Рубан, ЖЭТФ **147**, 1068 (2015).
17. V. A. Popova and N. Surovtsev, Phys. Rev. E **90**, 032308 (2014).
18. N. Surovtsev, S. V. Adichtchev, and V. K. Malinovsky, Phys. Rev. E **76**, 031502 (2007).
19. M. Ronald, Soft Matter **4**, 2316 (2008).
20. V. N. Novikov and A. P. Sokolov, Phys. Rev. E **92**, 062304 (2015).
21. F. Stickel, E. W. Fischer, and R. Richet, J. Chem. Phys. **104**, 2043 (1996).
22. S. Hansen, F. Stickel, R. Richet, and E. W. Fischer, J. Chem. Phys. **108**, 6408 (1998).
23. K. Trachenko, J. Phys.: Condens. Matter **23**, 366003 (2011).
24. В. В. Бражкин, УФН **176**, 745 (2006).
25. K. Trachenko and V. V. Brazhkin, J. Phys.: Condens. Matter **21**, 425104 (2009).