Письма в ЖЭТФ, том 113, вып. 1, с. 38 – 51 © 2021 г. 10 января

Спонтанные токи и топологически защищенные состояния в сверхпроводящих гибридных структурах со спин-орбитальным взаимодействием (Миниобзор)

А. В. Самохвалов[+1)], *А. А. Копасов*[+], *А. Г. Кутлин*[*], *С. В. Миронов*[+], *А. И. Буздин*[+×], *А. С. Мельников*[+]

[+]*Институт физики микроструктур РАН, 603950 Н. Новгород, ГСП-105, Россия*

[*]*Max Planck Institute for the Physics of Complex Systems, 01187 Dresden, Germany*

[×]*University Bordeaux, LOMA UMR-CNRS 5798, F-33405 Talence Cedex, France*

Поступила в редакцию 17 ноября 2020 г.
После переработки 17 ноября 2020 г.
Принята к публикации 20 ноября 2020 г.

В данной работе представлены результаты недавних теоретических исследований особенностей сверхпроводящих состояний в гибридных структурах, свойства которых существенно определяются спин-орбитальными эффектами. Рассмотрены два основных явления, которые возникают в таких системах в присутствии дополнительного спинового расщепления, вызванного либо эффектом Зеемана в магнитном поле, либо обменным полем: (1) генерация спонтанных токов, (2) возникновение топологически нетривиальных сверхпроводящих фаз. Показано, что спин-орбитальное взаимодействие может быть ключевым механизмом, позволяющим реализовать новые неоднородные фазовые структуры, в том числе, так называемые “фазовые батарейки”. Проанализировано влияние геометрических факторов на свойства топологически нетривиальных сверхпроводящих состояний. Предложены новые типы топологических переходов в вихревых состояниях майорановских проводов.

DOI: 10.31857/S1234567821010067

1. Введение. В последние годы одним из важных направлений в физике сверхпроводимости стали экспериментальные и теоретические исследования новых типов сверхпроводящих состояний, свойства которых существенно определяются эффектами спин-орбитального взаимодействия. Влияние сильной спин-орбитальной (СО) связи на свойства объемных сверхпроводников без центра инверсии остается в центре внимания интенсивных исследований уже более двух десятилетий (см. обзоры [1, 2]). Связь спина σ и направления импульса $\mathbf{p}$ электрона приводит к возникновению нетривиальной геликоидальной структуры электронных энергетических зон [3, 4], что играет центральную роль в появлении майорановских мод (экзотические возбуждения с полуцелым спином и нулевым зарядом, частица и античастица которых совпадают [5, 6]), формировании джозефсоновских φ_0-переходов со спонтанной разностью фаз в основном состоянии [7–13] и возникновении различных типов сверхпроводящих фаз с конечным импульсом куперовской пары [2], подобных состояниям Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла (ЛОФФ) [14, 15].

Новые возможности для развития исследований в данном направлении появились в связи с успехами в синтезе гибридных сверхпроводящих структур с сильным спин-орбитальным взаимодействием типа Рашбы [16], возникающего на интерфейсах между различными материалами или поверхностях слоев, где нарушается симметрия относительно пространственной инверсии [17, 18]. Работы последнего десятилетия по исследованию свойств таких структур открывают уникальные возможности по управлению как спиновой, так и орбитальной структурой куперовских пар, т.е. позволяют осуществлять эффективную инженерию необычных сверхпроводящих состояний. Такие возможности возникают благодаря созданию структур, в которых одновременно присутствуют взаимодействие Рашбы и некоторый механизм достаточно сильного спинового расщепления [19—25]. Роль последнего может выполнять как зеемановское взаимодействие [19–22], управляемое внешним магнитным полем, так и обменное взаимодействие электронов проводимости с упорядочен-

1)e-mail: samokh@ipmras.ru

ными спинами локализованных электронных состояний в случае наличия в структуре ферромагнитного упорядочения [23–25]. Примерами таких структур могут быть, в частности, полупроводниковые провода типа InAs или InSb, покрытые частично или полностью сверхпроводящей оболочкой [26, 27], планарные слоистые структуры типа сверхпроводник–ферромагнетик [12–34] (включая слои магнитных материалов с полной спиновой поляризацией зон [35–41]) или сверхпроводник–топологический изолятор [39–41]. Ключевым эффектом, ответственным за появление нетривиальных сверхпроводящих состояний в таких системах, является эффект близости, связанный с переходом электронов из сверхпроводника в несверхпроводящую подсистему и индуцированием там сверхпроводящих корреляций. Изменение величины и ориентации магнитного поля, приложенного к таким структурам, позволяет управлять индуцированным сверхпроводящим порядком, изменяя эффективный тип спаривания. Возникающие при этом одномерные электронные системы со сверхпроводящими корреляциями p-типа демонстрируют нетривиальные топологические свойства и допускают образование связанных майорановских состояний с нулевой энергией.

Гибридные структуры, в которых возможны фермионы Майораны активно исследуются в последние годы в связи с перспективами их использования для топологически защищенных квантовых вычислений. Данный обзор не может претендовать на полноту рассмотрения всех аспектов физики топологической сверхпроводимости. Мы ограничимся здесь обсуждением следующих основных направлений, среди которых: (1) проблема генерации спонтанных токов в топологически тривиальных и нетривиальных состояниях и связанная с ней задача о спонтанной текстуре сверхпроводящей фазы, возникающей в таких системах; (2) влияние геометрии на одномерную топологическую сверхпроводимость; (3) новые сценарии топологических переходов и экспериментальные тесты на их существование. Интересно, что описание механизма генерации спонтанных токов в топологически тривиальных состояниях оказывается возможным уже в рамках простейшей модификации феноменологической теории Гинзбурга–Ландау путем включения в нее инварианта Лифшица [1, 2]). Полученная модель использована нами для расчета спонтанных токовых состояний в тонких сверхпроводящих пленках и кольцах [32]. На основе проведенных расчетов мы предлагаем оригинальную конструкцию так называемой "фазовой батарейки", состоящей из сверхпроводящего кольца, частично покрытого ферромагнетиком [34]. Анализ топологически нетривиальных фаз требует более детального микроскопического анализа, который мы проводим здесь на основе модифицированной теории Боголюбова–де Жена (БдЖ). В этой части обзора мы также возвращаемся к проблеме спонтанных токов и неоднородных фаз в основном состоянии, но, в качестве примера, рассматриваем при этом изогнутые майрановские провода [42, 43]. Использование таких систем в качестве слабой связи в джозефсоновских контактах позволяет получить перестраиваемый φ_0-контакт (со спонтаной разностью сверхпроводящих фаз в основном состоянии, отличающейся от 0 или π), который может быть использован в качестве тестовой системы для обнаружения топологического перехода.

Одной из сложностей экспериментальной реализации топологической сверхпроводимости в гибридных структурах с эффектом близости, состоящих из сверхпроводника и полупроводника с сильным спин-орбитальным взаимодействием, является достаточно большое значение приложенного магнитного поля ($B \sim 1$ T), обеспечивающее необходимое для топологического перехода зеемановское расщепление. Соответствующее зеемановское поле может быть сравнимо с критическим магнитным полем разрушения сверхпроводимости [44–47]. В ряде недавних работ были предложены варианты гибридных структур, для которых данное ограничение менее существенно. В частности, было показано, что в полностью покрытых сверхпроводником полупроводниковых проводах, находящихся во внешнем магнитном поле, направленном вдоль оси провода z, входящие при сравнительно слабых магнитных полях ($B \sim 0.1$ T) вихри могут перевести систему в топологически нетривиальную фазу [27]. Интересной особенностью подобных гибридных систем оказалась связь топологических переходов в спектре электрон-дырочных возбуждений в проводе с конкуренцией обычного и андреевского отражений квазичастиц от сверхпроводящей оболочки [48], которая, в свою очередь, может быть тесно связана с особенностями переноса заряда и тепла вдоль нанопровода (см., например, работу [49]).

Работа имеет следующую структуру. В разделах 2 и 3 рассмотрены возможности возбуждения спонтанных токов в топологически тривиальных и нетривиальных сверхпроводящих состояниях, соответственно. Результаты исследований топологических переходов в полупроводниковых проводах с наведенной сверхпроводимостью, находящихся в вихревом состоянии, включены в раздел 4.

2. Спонтанные токи в топологически тривиальных сверхпроводящих состояниях. Взаимодействие типа Рашбы в теории Гинзбурга–Ландау. Одним из ключевых вопросов, связанных с физикой сверхпроводящих систем с нарушенной инверсионной симметрией, является возникновение в них спонтанного электрического тока в результате СО взаимодействия и магнитного упорядочения. В гибридных структурах сверхпроводник (СП) – ферромагнетик (ФМ) спин-орбитальная связь присутствует в окрестности СП/ФМ границы из-за нарушения симметрии пространственной инверсии [28–30] и может быть усилена за счет добавления между СП и ФМ слоями материала с сильным спин-орбитальным взаимодействием [31].

Спин-орбитальное взаимодействие изменяет энергию системы на величину $(\alpha_R/\hbar)[\mathbf{n}\times\mathbf{p}]\sigma$, где α_R – константа спин-орбитального взаимодействия Рашбы, $\mathbf{p}$ и σ – импульс и спин электрона соответственно, а $\mathbf{n}$ – единичный вектор, вдоль которого нарушена симметрия пространственной инверсии. Ферромагнитное упорядочение или сильное внешнее магнитное поле поляризует спины электронов, делая ориентацию импульса вдоль вектора $[\sigma\times\mathbf{n}]$ энергетически более выгодным по сравнению с другими, что предполагает возможность генерации спонтанного электрического тока. Детальный анализ показывает, что в однородных объемных системах со сверхпроводимостью s-типа спонтанного тока не возникает. Для двумерных сверхпроводников СО связь индуцирует несколько типов ЛОФФ-подобных геликоидальных фаз $\psi\sim\exp(i\,\mathbf{p}\,\mathbf{r})$ с ненулевым импульсом куперовской пары $\mathbf{p}\neq 0$ в основном состоянии [22, 50, 51]. Точный анализ показывает, что в упомянутых ситуациях подобное неоднородное сверхпроводящее состояние оказывается бестоковым[2)], поскольку СО связь изменяет квантово-механическое выражение для сверхтока, добавляя в него члены, которые в точности компенсируют обычный орбитальный вклад [4, 63]. Однако спонтанные сверхтоки могут возникнуть в системах с СО взаимодействием и неоднородным зеемановским или обменным полем, в окрестности магнитной частицы на поверхности сверхпроводника [64–68], в СП/ФМ бислое [32] или в тонком сверхпроводящем кольце, часть которого взаимодействует с ферромагнитным изолятором (ФИ) [34].

Для анализа неоднородного сверхпроводящего состояния в слоистых СП/ФМ системах со спин-орбитальным взаимодействием воспользуемся феноменологической теорией, добавив в функционал Гинзбурга–Ландау (ГЛ) $F=\int f(\mathbf{r})\,d^3\mathbf{r}$ слагаемое, пропорциональное градиенту сверхпроводящего параметра порядка $\psi=|\psi|\,e^{i\varphi}$ и обменному полю $\mathbf{h}$ [1]. Плотность свободной энергии $f(\mathbf{r})$ в этом случае имеет вид [20, 21, 69]:

$$f(\mathbf{r})=a\,|\psi|^2+\frac{b}{2}|\psi|^4+\frac{1}{4m}|\,\hat{\mathbf{D}}\,\psi\,|^2+\frac{(\mathrm{rot}\mathbf{A})^2}{8\pi}+ \\ +\varepsilon(z)\,[\,\mathbf{n}\times\mathbf{h}\,]\cdot\Big[\psi^*\,\hat{\mathbf{D}}\,\psi+\psi\,(\hat{\mathbf{D}}\,\psi)^*\Big], \qquad (1)$$

где $a=-\alpha(T_c-T)$, α, b и $\gamma>0$ – стандартные коэффициенты функционала ГЛ, $\hat{\mathbf{D}}=-i\hbar\nabla+(2e/c)\mathbf{A}$ – калибровочно инвариантный оператор импульса ($e>0$). Параметр $\varepsilon(z)\propto v_R/E_F$ [69] характеризует силу СО связи, зависит от скорости Рашбы $v_R=\alpha_R/\hbar$ (E_F – энергия Ферми) и отличен от нуля только в узком слое $|z|\lesssim l_{so}\ll\xi=\hbar/\sqrt{4m|a|}$ в окрестности СФ границы, где СО взаимодействие Рашбы играет заметную роль. Простейшей структурой, в которой СО взаимодействие Рашбы создает спонтанные токи, протекающие по поверхности объемных сверхпроводников s-типа, является СП/ФМ бислой, в котором пленка ферромагнетика нанесена на поверхность полубесконечного сверхпроводника, занимающего область $z>0$ (рис. 1) [32]. Будем полагать, что обменное поле в ФМ-слое имеет только составляющую $\mathbf{h}=h\mathbf{e}_x$ в плоскости пленки. Тогда векторное произведение $[\mathbf{n}\times\mathbf{h}]=h\,\mathbf{e}_y$ также параллельно поверхности сверхпроводника. Здесь $(\mathbf{e}_x\,,\mathbf{e}_y\,,\mathbf{e}_z)$ – единичные вектора декартовой системы координат. Выберем внешнее магнитное поле $\mathbf{H}_0$ направленным вдоль оси x ($\mathbf{H}_0=H_0\mathbf{e}_x$) и достаточно слабым ($H_0\ll h$), так что можно пренебречь перенормировкой поля $\mathbf{h}$ в функционале (1). Пренебрегая обратным эффектом близости и неоднородностью $|\psi|$ в сверхпроводнике, мы можем записать последнее слагаемое в (1) в виде:

$$F_{so}=|\psi|^2\varepsilon\,l_{so}S\,[\,\mathbf{n}\times\mathbf{h}\,]\cdot\left(\hbar\nabla\varphi+\frac{2e}{c}\mathbf{A}\right)\bigg|_{z=0}, \qquad (2)$$

где S – площадь поверхности образца. Поверхностный ток $\mathbf{J}_{so}$, создаваемый совместно спин-орбитальным взаимодействием Рашбы и обменным полем ферромагнетика определяется соотношением

$$\mathbf{J}_{so}=-\frac{1}{S}\,\frac{c\,\delta F_{so}}{\delta\mathbf{A}}=-\frac{c\,\Phi_{so}}{4\pi\lambda^2}\,\mathbf{e}_y, \qquad (3)$$

[2)] В сверхпроводниках с необычным d- и киральным p-типами спаривания или на границах раздела между s-волновым сверхпроводником и полуметаллом появление андреевских краевых состояний может привести к формированию основного состояния с нарушенной симметрией обращения времени и сопровождаться спонтанной генерацией тока [52–62].

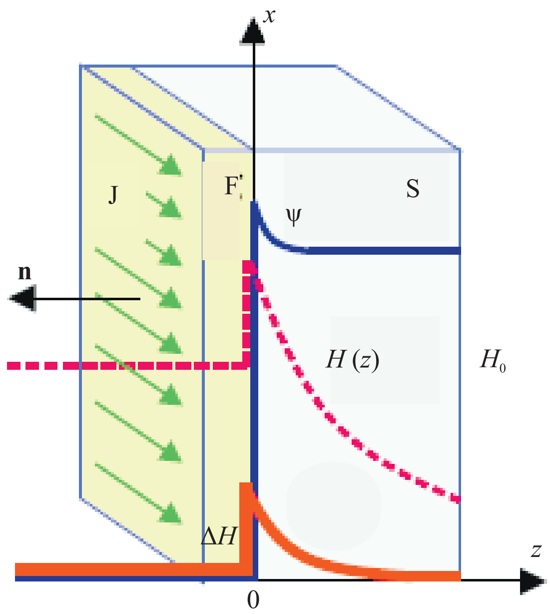

Рис. 1. (Цветной онлайн) Гибридная структура сверхпроводник (S)–ферромагнетик (F), в котором СО взаимодействие Рашбы создает спонтанный ток $\mathbf{J} = J\mathbf{e}_y$ (3) в окрестности СП/ФМ границы раздела. Соответствующий $\mathbf{J}$ профиль магнитного поля и сверхпроводящий параметр порядка ψ показаны сплошными линиями. Пунктирной линией показан профиль магнитного поля при наличии внешнего поля H_0

где $\Phi_{so} = q_{so} l_{so} \Phi_0/\pi$ – эффективный магнитный поток ($\Phi_0 = \pi\hbar c/e$ – квант магнитного потока), $p_{so} = \hbar q_{so} = m\varepsilon h$ – характерный импульс спинового расщепления подзон при совместном действии СО взаимодействия Рашбы и обменного поля, а $\lambda^2 = mc^2/8\pi e^2|\psi|^2$ – лондоновская глубина проникновения магнитного поля. Отметим, что для появления спонтанного поверхностного тока $\mathbf{J}$ (3) принципиально важно то, что расщепление спиновых подзон вызвано обменным полем $\mathbf{h}$, которое не зависит от векторного потенциала $\mathbf{A}$. В случае зеемановского расщепления внешним магнитным полем $\mathbf{H} = \mathrm{rot}\mathbf{A}$ в рассматриваемой геометрии поверхностный ток не возникает [63].

В соответствии с уравнениями Максвелла поверхностный ток $\mathbf{J}$ создает магнитное поле $\triangle H = (\Phi_{so}/\lambda^2)\,\delta(z)$ вдоль оси x, которое затухает на масштабе $\propto \sqrt{S}$ и экранируется мейснеровскими токами так, что

$$H(z) = \begin{cases} H_0 & z < 0 \\ (H_0 + \triangle H)\, \mathrm{e}^{-z/\lambda} & z > 0 \end{cases}. \qquad (4)$$

Появление такого спонтанного сверхпроводящего тока на границе раздела между сверхпроводником и ферромагнетиком с сильной спин-орбитальной связью Рашбы приводит к генерации магнитного поля на краях образца, изменяет наклон температурной зависимости критического поля H_{c3} в сверхпроводниках II рода и может сопровождаться генерацией вихрей Абрикосова вблизи СП/ФМ границы. В отличие от полей рассеяния, создаваемых ферромагнетиком, описанное поле спонтанного сверхтока возникает только ниже температуры сверхпроводящего перехода, что делает его легко различимым при магнитных измерениях. При этом в отличие от ранее изучавшихся спонтанных токов в d- и p-волновых сверхпроводниках, а также на границах между s-волновыми сверхпроводниками и полуметаллами (*half-metals*), возникающих в пределе низких температур [52–62], спонтанные токи в СП/ФМ структурах с СО связью возникают при температуре сверхпроводящего фазового перехода. Амплитуда спонтанного поля в области выхода СП/ФМ границы на край образца $H_s \sim q_{so} l_{so} H_{c1}(T)$ для типичных значений $l_{so} \sim 1-10$ нм может даже превышать нижнее критическое поле $H_{c1}(T) = \Phi_0/4\pi\lambda^2(T)$. Обнаруженные явления должны приводить к разнообразным краевым эффектам, таким как перенормировка поверхностного барьера для абрикосовских вихрей, анизотропия тока распаривания в режиме поверхностной сверхпроводимости и т.д.

Рассмотренная выше спонтанная генерация сверхтока на СП/ФМ границе в присутствии СО взаимодействия Рашбы особенно наглядно проявляет себя в системах с неодносвязной геометрией, когда имеет место нетривиальное взаимодействие между эффектом Литтла–Паркса (ЛП) и геликоидальными состояниями с индуцированным током [34]. На рисунке 2a показан пример такой системы: тонкое сверхпроводящее кольцо радиуса $R \gg \xi_0$ (толщина d и ширина w кольца малы по сравнению с длиной когерентности $\xi_0 \sim \hbar v_F/\Delta_0$), частично покрытое при $x \geq 0$ ферромагнитным изолятором (ФИ). Обменное поле $\mathbf{h}$ в области СП/ФИ границы формируется на масштабе $a_0 \sim \hbar/\sqrt{2mE_g} \lesssim 2$ А, где $E_g \sim 1 \div 2$ эВ – типичное значение щели в зонном спектре ФИ. Поскольку и эффективное обменное поле $\mathbf{h}$, и СО взаимодействие Рашбы присутствуют в области порядка межатомного расстояния a_0, константу ε в (1) следует усреднить по толщине кольца: $\varepsilon \propto (a_0/d)\, v_R/E_F$ [70–72]. В случае $d,\, w \ll \xi_0 \ll R$ распределение сверхпроводящего параметра порядка $\psi(\theta)$ в кольце однородно по поперечному сечению и зависит только от угловой координаты θ в поляр-

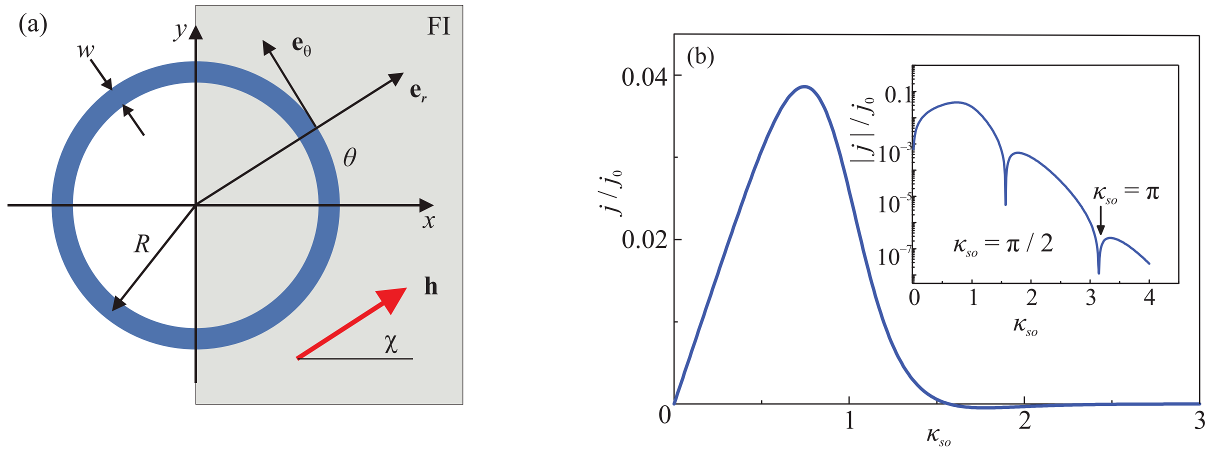

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Тонкое сверхпроводящее кольцо, частично покрытое при $x \geq 0$ ферромагнитным изолятором (FI) с обменным полем $\mathbf{h}$. (b) – Зависимость плотности спонтанного тока в кольце от параметра СО взаимодействия и обменного поля ($j_0 = e(\hbar/R)^3/4m^2b$) для $\Delta\tau = (R/\xi_0)^2(T_c - T)/T_c = 0.2$ и $\chi = 0$

ной системе (r, θ), а оператор импульса имеет вид $\hat{\mathbf{D}} = (\hbar/R)(-i\partial_\theta + \phi)$, где $\phi = \Phi/\Phi_0$ – захваченный в кольце магнитный поток $\Phi = 2\pi RA$ внешнего поля $\mathbf{H} = H\,\mathbf{e}_z$ с векторным потенциалом $\mathbf{A} = A\,\mathbf{e}_\theta$, в единицах кванта потока Φ_0, и константа СО связи $\varepsilon(\theta) = \varepsilon\,[\mathbf{n}\times\mathbf{h}]_\theta = h\,\varepsilon\,\cos(\theta-\chi)$ для $|\theta| \leq \pi/2$ ($\varepsilon(\theta) = 0$ в противном случае). Сдвиг критической температуры сверхпроводящего перехода в СП/ФМ гибридной системе $T_c = T_{c0}\left(1 + \xi_0^2\tau/R^2\right)$ относительно критической температуры изолированного сверхпроводника T_{c0} определяется собственными значениями τ линеаризованного уравнения

$$\hat{D}_\theta^2\,\psi + 2i\kappa(\theta)\hat{D}_\theta\,\psi + i\psi\,\partial_\theta\kappa(\theta) = \tau\psi\,, \qquad (5)$$

соответствующего функционалу (1), где $\hat{D}_\theta = \partial_\theta + i\phi$, $\kappa(\theta) = \kappa_{so}\cos(\theta-\chi)$ ($\kappa_{so} = 4q_{so}R$ для $|\theta| \leq \pi/2$ и $\kappa(\theta) = 0$ для $\pi/2 < |\theta| \leq \pi$). Полагая усредненное обменное поле не слишком большим ($h_{av} \sim h\,(a_0/d) \lesssim T_{c0}$), получим для $v_R/v_F \sim 0.1$ и $R/\xi_0 \sim 10 \div 100$ следующую оценку спин-орбитального параметра $\kappa_{so} \sim 1 \div 10$.

Качественно влияние СО взаимодействия на эффект Литтла–Паркса можно понять, если ввести эффективный поток $\tilde{\phi}(\theta) = \phi + \kappa(\theta)$ и переписать уравнение (5) в виде: $(\partial_\theta + i\tilde{\phi})^2\psi = \tilde{\tau}\psi$ ($\tilde{\tau}(\theta) = \tau - \kappa^2(\theta)$). Тогда усредненный по длине кольца поток $\langle\,\tilde{\phi}\,\rangle = (1/2\pi)\int_0^{2\pi} d\theta\,\tilde{\phi}(\theta) = \phi + \Delta\phi$ определяет дополнительный сдвиг $\Delta\phi = -(\kappa_{so}/\pi)\cos\chi$ положения максимумов осцилляций ЛП $T_c(H)$. Таким образом, сильное спин-орбитальное взаимодействие и обменное поле вызывают заметное смещение осцилляций Литтла–Паркса. Направление и величина смещения $\triangle\phi$ зависят от ориентации обменного поля. Кроме того, спин-орбитальное взаимодействие увеличивает критическую температуру, т.е. стимулирует сверхпроводимость, и приводит к генерации угловых гармоник $\psi(\theta) = \sum_L \psi_L \exp(-iL\theta)$ с ненулевым орбитальным числом L. С увеличением κ_{so} спектр гармоник уширяется, а его максимум смещается в область гармоник с $L \neq 0$.

При отсутствии внешнего магнитного поля ($\phi = 0$) в рассматриваемой системе возникает спонтанный ток, плотность которого $j \approx 2ev_{so}n_s/\pi$ ($\chi = 0$) зависит от импульса спинового расщепления подзон $p_{so} = mv_{so}$ и средней концентрации сверхпроводящих электронов $n_s = |\psi_0|^2/2$. На рисунке 2b показаны зависимости амплитуды спонтанного сверхтока от величины СО взаимодействия для $T < T_c$. Амплитуда сверхтока j достигает абсолютного максимума при $\kappa_{so} \sim 1$, осциллирует и меняет знак при изменении константы κ_{so}, как показано на рис. 2b. Затухающие знакопеременные осцилляции означают изменение направления циркуляции сверхтока с кольце из-за создаваемой на участке кольца разности фаз $\triangle\varphi$ в результате совместного действия обменного поля и СО взаимодействие Рашбы. Такой участок имитирует внешний магнитный поток $\Phi = (\triangle\varphi/2\pi)\,\Phi_0$ и играет роль своеобразной “фазовой батареи” [73], в качестве которой обычно используются джозефсоновские π- (φ_0)-контакты [74]. Перестраиваемая фазовая батарея, основанная на комбинации СО и обменного взаимодействий в нанопроводе InAs, реализована недавно авторами работы [13]. Отметим также, что рассмотренная выше спонтанная генерация сверхтока не специфична для СП/ФМ гибридов со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы, но также должна быть актуальна для широкого класса интерфейсов между сверхпроводниками и материалами со спиновой поляризацией и нарушенной симметрией пространственной инверсии, такими как топологические изоляторы, материалы с полной спиновой поляризацией и др.

3. Спонтанные токи и геометрические эффекты в топологически нетривиальных сверхпроводящих состояниях. В последние годы были предприняты значительные усилия, чтобы обнаружить в различных сверхпроводящих системах с нетривиальными топологическими свойствами майорановские фермионы, у которых возбуждения электронного и дырочного типа играют роль частицы и античастицы, соответственно. Среди широкого разнообразия систем, которые были предложены для реализации топологической сверхпроводимости, мы ограничимся рассмотрением ряда эффектов в гибридных структурах с эффектом близости, состоящих из обычного сверхпроводника s-типа и полупроводниковых (ПП) нанопроводов с сильной спин-орбитальной связью [23, 24, 27, 44] (см. вставку (a) к рис. 3). Несмотря на то, что каждая из составляю-

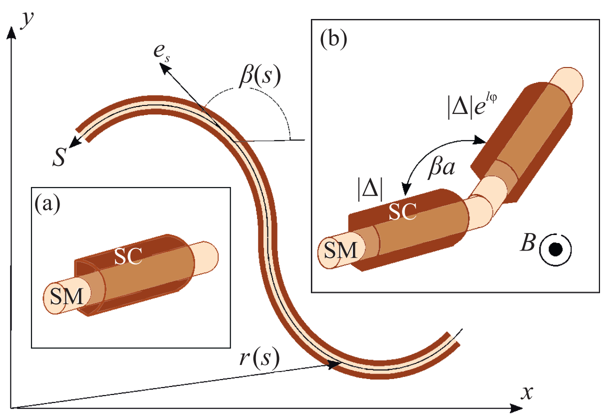

Рис. 3. (Цветной онлайн) Лежащий на сверхпроводнике ПП провод произвольной формы, определяемой в плоскости xy радиус-вектором $\mathbf{r}(s)$ (вектор Рашбы направлен по оси z). На вставке (a) показана СП/ПП гибридная структура: полупроводниковый провод (SM), частично покрытый сверхпроводящей оболочкой (SC). На вставке (b) схематично показан джозефсоновский контакт на основе изогнутого майорановского нанопровода в области слабой связи (магнитное поле B перпендикулярно плоскости провода)

щих является топологически тривиальной, возникающая квазиодномерная электронная система в целом демонстрирует нетривиальные топологические свойства. Связано это с тем, что в таких нанопроводах в сильных магнитных полях $g\mu_B B \gtrsim \sqrt{\mu^2 + |\Delta_{\text{ind}}^2|}$ (предел Китаева) может реализовываться так называемая бесспиновая сверхпроводимость p-типа, возникновение которой должно сопровождаться появлением связанных майорановских состояний с нулевой энергией на концах нанопровода [75]. Здесь g – фактор Ландэ, μ_B – магнетон Бора, B – внешнее магнитное поле, направленное вдоль оси провода, μ – химический потенциал, и $\Delta_{\text{ind}} = |\Delta_{\text{ind}}|\,\mathrm{e}^{i\varphi_{\text{ind}}}$ – наведенный эффектом близости параметр порядка в ПП проводе. Переход в топологическую фазу происходит с закрытием объемной щели в спектре квазичастичных возбуждений провода и последующим ее переоткрытием в топологически нетривиальной фазе [23, 24]. Объемная щель E_g, защищающая майорановские состояния, пропорциональна параметру наведенной щели $|\Delta_{\text{ind}}|$ и определяется прозрачностью СП/ПП границы. В последнее время был достигнут значительный прогресс в изготовлении гибридных структур из нанопроводов InAs, покрытых тонким слоем сверхпроводящего Al [44]. Величина наведенной щели в таких структурах в нулевом магнитном поле $|\Delta_{\text{ind}}| \sim 0.2$ мэВ порядка сверхпроводящей щели в Al ($\Delta_{\text{Al}} = 0.34$ мэВ), что свидетельствует о хорошей прозрачности границы ПП/СП.

Во многих случаях теоретические исследования подобных СП/ПП гибридных структур основаны на упрощенной модели сверхпроводящих корреляций, описываемых феноменологическим потенциалом щели Δ_{ind} внутри проволоки [23, 24]. Расчет индуцированного параметра порядка может быть выполнен с использованием микроскопической теории аналогично работам [76–79]. Ситуация может дополнительно усложняться наличием обратного эффекта близости в структуре, приводящим к подавлению сверхпроводящего параметра порядка на поверхности сверхпроводника. Для достаточно тонкой сверхпроводящей оболочки, покрывающей многомодовый провод, такой эффект может привести к заметному изменению критической температуры сверхпроводящего перехода всей системы и условий переключения между топологически тривиальным и нетривиальным состояниями в ПП проводе. Самосогласованный анализ поведения критической температуры T_c СП/ПП гибридов с учетом влияния обратного эффекта близости на индуцированные сверхпроводящие корреляции выполнен в работе [80]. С использованием микроскопических уравнений для функций Грина, учитывающих перенос квазичастиц между сверхпроводящей пленкой и проводом, получена зависимость критической температуры сверхпроводящей оболочки от параметров провода – уровня химического потенциала, величины зеемановского расщепления и энергии спин-орбитального взаимодействия. Сильный парамагнитный эффект для электронов, туннелирующих в многомодовый провод, а также особенности ван Хова в электронной плотности состояний в проводе могут приводить к подавлению сверхпроводящих корреляций в области слабых магнитных полей и к возвратной сверхпроводимости при сильных магнитных полях в топологически нетривиальной фазе. Подавление однородного сверхпроводящего состояния вблизи границы между топологически тривиальным и нетривиальным режимами обеспечивает условия, благоприятные для развития ЛОФФ неустойчивости.

Применение майорановских систем к квантовым вычислениям, квантовой информации и квантовой памяти требует построения сетей довольно сложных конфигураций [81], что, в свою очередь, поднимает естественный вопрос о важности эффектов, зависящих от геометрии (например, изгиб проводов, повороты, соединения или образование петель), в физике индуцированной сверхпроводимости. Последствия изгиба нанопроволоки должны иметь особое значение для систем с индуцированными сверхпроводящими корреляциями p-типа в топологически нетривиальной фазе из-за сильного влияния на подщелевые состояния квазичастиц [44]. В работах [42, 43] с использованием уравнений Боголюбова–де Жена (БдЖ) изучены зависящие от геометрии эффекты в гибридных структурах, состоящих из сверхпроводника s-типа и одномодового провода из полупроводника с сильной СО связью и большим g-фактором, характерные для топологически нетривиальных сверхпроводящих состояний (рис. 3). Предполагая, что ПП провод имеет произвольную форму, задаваемую в плоскости xy радиус-вектором $\mathbf{r}(s) = (x(s), y(s))$ (s – координата вдоль провода), а внешнее магнитное поле $\mathbf{B} = B(\sin\vartheta\,\mathbf{e}_x + \cos\vartheta\,\mathbf{e}_z)$ достаточно сильное, так что энергия Зеемана $Z = g\mu_B B$ преобладает над энергией СО связи, можно записать эффективный БдЖ гамильтониан 1D провода в виде [43]:

$$\hat{\mathcal{H}} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{2m}(\hat{p} - \dfrac{e}{c}\tilde{A}_s)^2 - \tilde{\mu} & \dfrac{1}{2p_F}\{\Delta, \hat{p}\} \\ \dfrac{1}{2p_F}\{\Delta^*, \hat{p}\} & -\dfrac{1}{2m}(\hat{p} + \dfrac{e}{c}\tilde{A}_s)^2 + \tilde{\mu} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Индуцированный параметр порядка $\Delta(s)$, перенормированные вектор-потенциал $\tilde{A}_s$ и химический потенциал $\tilde{\mu}$ зависят от распределения геометрической фазы $\beta(s)$ (формы провода) и направления внешнего магнитного поля $\mathbf{B}$ (см. рис. 3) и определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= i\frac{v_R p_F \Delta_{\mathrm{ind}}(s)}{Z}\left[\cos\beta(s) - i\cos\vartheta\,\sin\beta(s)\right], \\ \tilde{A}_s &= A_s + (\Phi_0 k_R/\pi)\sin\vartheta\,\sin\beta(s), \\ \tilde{\mu} &= \mu + Z + E_R\sin^2\vartheta\,\sin^2\beta(s). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $\hat{p} = -i\hbar\partial_s$ – канонический оператор импульса, A_s – компонента векторного потенциала $\mathbf{A}$ вдоль провода, $\hbar k_R = m v_R$ и $E_R = m v_R^2/2$ – параметры импульса и энергии, характеризующие СО взаимодействие Рашбы, соответственно. В этих условиях провод находится в топологически нетривиальной сверхпроводящей фазе с p-типом параметра порядка $\Delta(s)$ вдоль провода.

Если внешнее поле перпендикулярно плоскости провода XY ($\vartheta = 0$), то $\Delta(s) \propto \mathrm{e}^{-i\beta(s)}$, и устанавливается киральная структура сверхпроводящей щели, а градиент $\partial_s\beta(s) \neq 0$ приводит к генерации в проводе спонтанного электрического тока. Результирующая киральность индуцированного параметра порядка должна проявиться, например, в проводе, образующем замкнутый контур. Градиент фазы $\partial_s\beta(s)$ обеспечивает дополнительный набег фазы $\pm 2\pi$ в полупроводнике по отношению к сверхпроводнику, т.е. завихренность в ПП и СП кольцах гибридной структуры отличаются на ± 1. Зависимость $\partial_s\beta(s)$ от ориентации участка ПП провода позволяет предложить интересную возможность создания фазовой батареи с контролируемым геометрией сдвигом фазы. Основой такой геометрической фазовой батареи служит джозефсоновский φ_0-контакт, образованный изогнутым под углом β_a ПП проводом, противоположные концы которого покрыты двумя сверхпроводниками s-типа (см. вставку (b) на рис. 3). Основное состояние подобного геометрического φ_0-контакта характеризуется аномальной разностью фаз $\varphi_0 = \beta_a$, а ток-фазовое соотношение контакта имеет вид: $j(\varphi) = j_c\sin(\varphi + \varphi_0)$ [7]. Экспериментально характеристики описанной геометрической фазовой батареи могут быть исследованы, например, с использованием СКВИДа постоянного тока с двумя одноканальными джозефсоновскими φ_0-контактами данного типа [43].

В другом предельном случае – внешнее поле лежит в плоскости провода ($\vartheta = \pi/2$) – модуль индуцированного параметра порядка (7) $|\Delta| \propto \cos\beta(s)$ обращается в нуль при $\beta(s_i) = \pm\pi/2$. Эти нодальные точки $s = s_i$ (узлы), где сверхпроводимость подавлена, разделяют участки провода с противоположным знаком Δ и ведут к образованию локализованных состояний квазичастиц с нулевой энергией. Наличие дополнительных мод с нулевой энергией, локализованных вблизи узлов $\Delta = 0$, может сильно повлиять на связь между майорановскими состояниями на концах открытого провода. Соответствующие поправки должны быть важны для структуры волновой функции основного состояния, которая, таким образом, может настраиваться вращением магнитного поля. В результате можно предложить альтернативный способ манипулирования волновой функцией основного состояния с помощью адиабатического перемещения положения нодальных точек при вращении магнитного поля. Соответствующее унитарное преобразование волновой функции может расширить возможности существующих протоколов брэйдинга в сетях Майораны (см., например, работу [82] и ссылки в ней).

С помощью численного моделирования был проведен детальный анализ эффекта Джозефсона в переходах на основе изогнутого майорановского нанопровода в области слабой связи (см. вставку (b) на рис. 3). В рамках уравнений БдЖ выполнены расчеты аномальной разности фаз φ_0 основного состояния джозефсоновского контакта при произвольной величине внешнего магнитного поля B, переводящего нанопровод из топологически тривиального в топологически нетривиальное сверхпроводящее состояние. Важно отметить, что при расчете сверхтока необходимо учитывать как вклад подщелевых квазичастичных состояний, так и вклад непрерывного спектра (континуума). Учет этих вкладов в ток-фазовое соотношение контакта позволил описать кроссовер между обычным и аномальным эффектом Джозефсона. На рисунке 4 приведена типичная зависимость фазового сдвига φ_0 от величины зеемановского расщепления Z для угла изгиба (разориентации) провода $\beta_a = \pi/2$. Значение зеемановского расщепления Z_c, при котором происходит топологический переход в системе, показано сплошной линией. Результаты, представленные на рис. 4, показывают, что фаза φ_0 исчезает внутри топологически тривиального состояния ($Z \ll Z_c$), нарастает в определенном диапазоне полей вокруг топологического перехода ($Z \sim Z_c$) и затем насыщается при больших магнитных полях ($Z \gg Z_c$). В последнем случае (режим Китаева [5]) фазовый сдвиг определяется углом изгиба: $\varphi_0 \simeq \beta_a$. Отметим, что область кроссовера захватывает и топологически нетривиальную фазу ($Z > Z_c$): аномальный фазовый сдвиг φ_0 заметно отклоняется от угла изгиба β_a даже не слишком близко от топологического перехода. Таким образом, джозефсоновский контакт на основе изогнутой майорановской проволоки представляет собой перестраиваемую фазовую батарею, которая может стать полезным элементом различных устройств квантовых вычислений. В частности, такие фазовые батареи могут быть использованы для проверки реализации топологической сверхпроводимости в майорановских сетях.

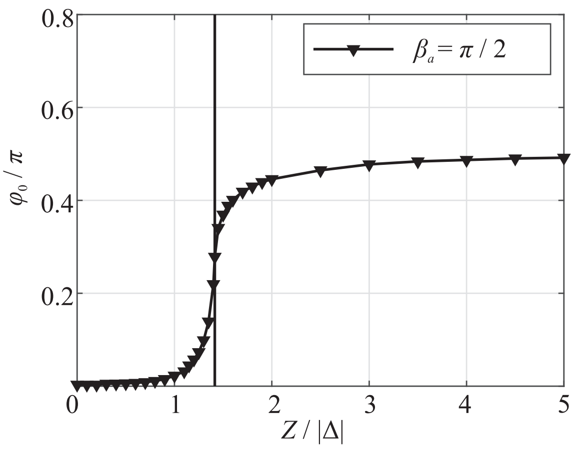

Рис. 4. Зависимость аномальной фазы φ_0 от зеемановского расщепления Z для угла разориентации $\beta_a = \pi/2$. Сплошная линия показывает значение $Z = \sqrt{2}|\Delta|$, при котором происходит топологический фазовый переход. График построен для $\mu = |\Delta|$ и $E_R = 0.1|\Delta|$ в обеих частях провода

4. Топологические переходы в вихревых состояниях. Перейдем теперь к обсуждению топологических свойств гибридных структур, состоящих из многомодового полупроводникового провода, полностью покрытого сверхпроводящим металлом. Сравнительно слабое внешнее магнитное поле ($B \sim 0.1$ T), направленное вдоль оси провода z, формирует в такой структуре вихревое состояние, которое может перевести систему в топологически нетривиальную фазу [27]. Основным условием существования краевых майорановских мод в подобных структурах является наличие текстурированного спин-орбитального взаимодействия Рашбы с радиальным вектором нормали

$$\hat{\mathcal{H}}_{so} = \frac{\alpha_R}{\hbar}\,\mathbf{e}_r \left[\sigma\,\times(\hat{p} + \frac{e}{c}A_\theta\,\mathbf{e}_\theta)\right], \qquad (8)$$

где $\hat{p} = -i\hbar\nabla$, $\mathbf{e}_r$ и $\mathbf{e}_\theta$ – единичные вектора в цилиндрической системе координат $(r,\,\theta,\,z)$, а $\mathbf{A} = A_\theta\,\mathbf{e}_\theta = (Br/2)\,\mathbf{e}_\theta$ – векторный потенциал магнитного поля $\mathbf{B} = B\,\mathbf{e}_z$, направленного вдоль оси провода. При этом вход вихря должен вызывать инверсию подщелевых ветвей спектра энергии квазичастиц $E_i(k_z)$ (индекс i обозначает спин-зависимые поперечные моды провода, $\hbar k_z$ – импульс вдоль провода), что возможно только при наличии нормального отражения для квазичастиц от границы СП/ПП и от внешней границы СП оболочки. Таким образом, для определения области параметров гибридной структуры, соответствующих топологически нетривиальной фазе, необходимо изучить влияние конкуренции андреевского и нормального рассеяния на спектр подщелевых состояний. Отметим, что нормальное отражение для квазичастиц от границы ПП/СП естественно возникает в силу скачка материальных параметров (эффективных масс и энергий Ферми).

В работе [48] было показано, что наличие конкуренции между нормальным и андреевским отражением для квазичастиц в ПП нанопроволоках, полностью покрытых СП оболочкой, может приводить к серии топологических переходов для электрон-дырочных возбуждений в таких гибридных системах. Для качественного анализа влияния нормального рассеяния вполне достаточно ограничиться квазиклассическим приближением ($k_F^c\xi \gg 1$) ($\hbar k_F^c$ – импульс Ферми в ПП коре, ξ – длина когерентности в сверхпроводнике) и пренебречь для простоты влиянием спин-зависимых эффектов. Тогда для одноквантового вихря, обеспечивающего 2π-циркуляцию сверхпроводящего параметра порядка $\Delta = |\Delta|\,\mathrm{e}^{i\theta}$ в оболочке, можно записать выражение для спектра квазичастиц, локализованных в коре вихря, в следующем виде:

$$E(\mu, k_z) = \mu\left(\frac{|\Delta|}{k_\perp^c R_c} + \frac{\hbar\omega_c}{2}\right) + \delta(k_z)\cos[\zeta(\mu, k_z)]. \quad (9)$$

Здесь μ – полуцелое число, $|\Delta|/k_\perp^c R_c$ – минищель Кароли–де Жена–Матрикона в спектре вихря [83], $k_\perp^c = \sqrt{(k_F^c)^2 - k_z^2}$, R_c – радиус ПП кора, $\omega_c = |e|B/m^*c$ – циклотронная частота, и m^* – эффективная масса для электронов в ПП коре. Последнее слагаемое в (9) с амплитудой $\delta(k_z) = 2|\Delta|\mathcal{R}(k_z)$ и фазой $\zeta(\mu, k_z) = 2k_\perp^c R_c - \pi\mu - \pi/2$ учитывает нормальное отражение для квазичастиц от границы СП/ПП с вероятностью $\mathcal{R}^2(k_z) \ll 1$ [84–86]. Таким образом, меняя соотношение между андреевским и нормальным отражением, можно влиять на величину щели в спектре квазичастиц. В частности, при $\delta(k_z) \sim |\Delta|/k_\perp^c R_c$ щель в спектре закрывается, и спектральные ветви подщелевых уровней пересекают уровень Ферми. Важно отметить, что число пересечений, при которых $E(\mu, k_z) = 0$, зависит как от отношения $\delta(k_z)k_\perp^c R_c/|\Delta| = 2\mathcal{R}(k_z)k_\perp^c R_c$, так и от числа поперечных мод провода в нормальном состоянии $\mathcal{N} = \pi(k_F^c R_c)^2$. Каждое такое пересечение дает электрон-дырочное возбуждение с энергией на уровне Ферми, распространяющееся по андреевскому СП/ПП волноводу с групповой скоростью v_g порядка скорости Ферми в ПП коре v_F^c.

Приведенные выше качественные рассуждения о роли нормального рассеяния в формировании мод волноводного типа находятся в хорошем согласии с прямыми численными расчетами спектров подщелевых состояний в зависимости от приложенного магнитного поля и параметров провода. Численный анализ спектров квазичастиц в ПП нанопроводах, полностью покрытых СП оболочкой, выполненный в работе [48], основан на уравнениях БдЖ

$$\hat{\mathcal{H}}\Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r})\,, \quad (10)$$

$$\hat{\mathcal{H}} = \check{\tau}_z\left[\hat{\mathbf{P}}\frac{1}{2m(r)}\hat{\mathbf{P}} + U(r)\right] + \check{\tau}_x\mathrm{Re}\Delta(\mathbf{r}) - \check{\tau}_y\mathrm{Im}\Delta(\mathbf{r})$$

и граничных условиях, при выводе которых учитывались все вышеперечисленные механизмы нормального рассеяния для квазичастиц. Здесь $\hat{\mathbf{P}} = -i\hbar\nabla + \tau_z e\mathbf{A}/c$, $U(r)$ – ограничивающий потенциал, $m(r) = m^*\,(m_s)$ для $r \le R_c$ ($R_c < r \le d_s$), d_s – толщина сверхпроводящей оболочки, $\check{\tau}_i$ ($i = x, y, z$) – матрицы Паули в пространстве электрон–дырка, и сверхпроводящий параметр порядка $\Delta(\mathbf{r})$ отличен от нуля только в оболочке. Величина сверхпроводящего параметра порядка Δ в оболочке зависит от захваченного магнитного потока $\phi = \pi B R_c^2/\Phi_0$ и для состояния n

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{ik_z z}\, e^{i[\mu - \check{\tau}_z n/2]\,\theta}\Psi_{\mu, k_z}(r) \quad (11)$$

может быть описана следующим модельным выражением: $\Delta = \Delta_0\,[\,1 - \gamma\,(\,\phi - n(\phi)\,)^2]\,e^{-in\theta}$. Здесь μ принимает целые (полуцелые) значения для четных (нечетных) значений завихренности n, Δ_0 – сверхпроводящая щель в оболочке при $B = 0$, $\Phi_0 = \pi\hbar c/|e|$ – квант магнитного потока, $n(\phi)$ – целая часть от величины $1/2 + \phi$, и $\gamma \sim \xi^2/R_c^2$ для $d_s \ll R_c$. Типичный вид спектра подщелевых состояний $E(\mu, k_z)$ в полностью покрытом ПП проводе после входа вихря ($n = 1$, $\phi = 1/2$) без учета СО взаимодействия (8) и зеемановского расщепления показан на рис. 5. Результаты, представленные на рис. 5, показывают, что конкуренция нормального и андреевского рассеяния приводит к осцилляциям подщелевых уровней, и спектральные ветви, соответствующие наименьшим значениям углового момента $\mu = \pm 1/2$, пересекают уровень Ферми при $k_z = k_i$. Вблизи точек пересечения $E(\pm 1/2, k_z) \approx \pm v_g^i(k_z - k_i)$, где v_g^i – скорость Ферми соответствующей волноводной моды.

Учитывая влияние СО взаимодействия по теории возмущений, можно получить следующее секулярное уравнение, описывающее гибридизацию поперечных мод с угловыми моментами μ и $\mu + 1$:

$$E^{\pm}(\mu, k_z) \simeq E_\Sigma(\mu, k_z)/2 \pm \pm\sqrt{[\delta E(\mu, k_z)/2 + Z]^2 + \left(\frac{\alpha_R\, k_z}{R_c\, k_\perp^c}\right)^2}, \quad (12)$$

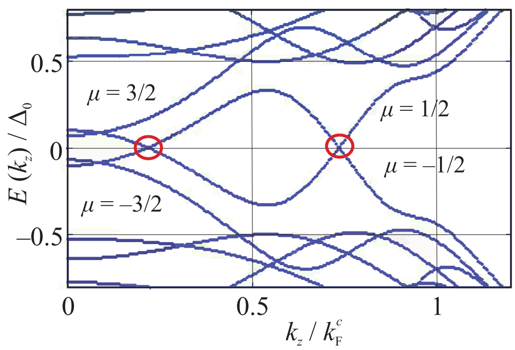

Рис. 5. (Цветной онлайн) Типичный вид спектра подщелевых состояний в ПП проводе после входа вихря ($n = 1$, $\phi = 1/2$) для плоского профиля потенциала в коре. Параметры системы: $R_c = 0.7\xi$, $d_s = 0.8R_c$, $\gamma = 0.1$, отношение скоростей Ферми в СП оболочке и в ПП коре $\eta = 0.72$

где $E_\Sigma(\mu, k_z) = E(\mu, k_z) + E(\mu + 1, k_z)$, а $\delta E(\mu,\, k_z) = E(\mu, k_z) - E(\mu + 1, k_z)$, $E(\mu, k_z)$ – спектр квазичастиц без учета спин-зависимых эффектов. Заметим, что вблизи точки вырождения $k_z = k_i$ выражение для спектра квазичастиц $E^\pm(-1/2, k_z)$ в точности совпадает со спектром одномерного бесспинового сверхпроводника p-типа. Краевые майорановские моды в полностью покрытых проводах должны возникать в области параметров, соответствующих нечетному числу пересечений невозмущенных уровней $E(\pm 1/2, k_z)$ уровня Ферми [48]. На рисунке 6 схематично показаны графики уровней энергии,

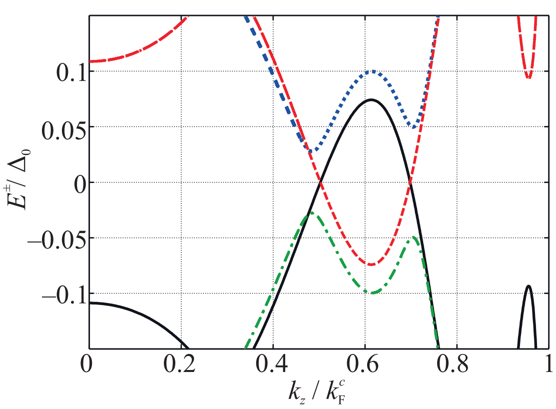

Рис. 6. (Цветной онлайн) Спектр подщелевых состояний в ПП проводе, определяемых уравнениями (9,12) для $k_F^c R_c = 6$, $\delta/|\Delta| = 0.2$, $\alpha_R\, k_F^c/|\Delta| = 0.3$, $Z/|\Delta| = 0.03$, $\omega_c/|\Delta| = 0.05$ ($n = 1$, $\phi = 1/2$): $E^+(-3/2, k_z)$ – черная сплошная кривая; $E^-(1/2, k_z)$ – красная штриховая кривая; $E^+(-1/2, k_z)$ – синяя пунктирная кривая; $E^-(-1/2, k_z)$ – зеленая штрих-пунктирная кривая

определяемых уравнениями (9), (12), которые показывают появление спин-поляризованных состояний в окрестности энергии Ферми: поскольку радиальное СО взаимодействие Рашбы (8) не вызывает расщепление уровней $E^-(1/2, k_z)$ и $E^+(-3/2, k_z)$ вблизи энергии Ферми, волновые функции этих уровней должны иметь доминирующие компоненты со спином, поляризованным по или против оси z соответственно. Различные возмущения, нарушающие вращательную симметрию в системе (например, наличие беспорядка и/или отклонение вектора Рашбы от радиального направления), должны приводить к смешиванию состояний с разными угловыми моментами. Такое перемешивание обеспечивает дополнительную связь между бесщелевыми состояниями и, очевидно, приводит к открытию дополнительных мини-щелей в спектре.

Экспериментально описанные выше спин-поляризованные состояния в окрестности энергии Ферми, реализуемые в топологически нетривиальных фазах ПП нанопроволоки с сильным спин-орбитальным взаимодействием Рашбы и наведенной сверхпроводимостью, могут проявляться в аномальном поведении калорических эффектов, например, при измерениях переноса тепла через СП/ПП провод с отличной от нуля завихренностью n. Изменяя температуру T, можно ожидать появления кроссовера между спин-поляризованным и неполяризованным квазичастичным переносом тепла при T, сравнимых с величиной топологической щели $\approx$0.8 К. Можно также ожидать, что этот эффект должен быть сильно чувствителен к четности числа пересечений веткой спектра уровня Ферми для выбранного (например, положительного) направления k_z. В случае четного числа пересечений (см. рис. 5) должна происходить частичная компенсация спин-поляризованных квазичастичных токов из-за противоположного знака групповых скоростей в соседних точках пересечения. Меняя внешнее магнитное поле, можно изменить количество пересечений уровня Ферми, что, в свою очередь, должно привести к осциллирующей зависимости спин–поляризованного теплового тока от магнитного поля. Этот эффект может использоваться в качестве теста установления топологически нетривиальной фазы в СП/ПП нанопроводе. Отметим, что в низкотемпературном режиме перенос тепла через нанопровод конечной длины также должен быть чувствительным к вкладу быстро исчезающих краевых состояний майорановского типа, число которых равно числу пересечений ветками спектра уровня Ферми.

Наличие прозрачной границы СП/ПП также приводит к необходимости изучения эффектов, связанных с гибридизацией волновых функций в полупроводниковом проводе и в металлической оболочке [87–90], и можно ожидать, что эффекты гибридизации должны быть чувствительны к возможным изгибам дна зоны проводимости в полупроводнике из-за контакта с металлом. Изгиб дна зоны проводимости в проводе на границе с оболочкой естественным образом возникает в силу разных значений работ выхода в материалах и определяется параметром $W = E_c - E_F$, где E_c – положение дна зоны проводимости в полупроводниковом коре на границе с металлом, и E_F – энергия Ферми системы. Недавние экспериментальные измерения совместно с численными расчетами зонной структуры InAs/Al систем дают $W \approx -0.3$ эВ [91], что свидетельствует в пользу наличия аккумуляционного слоя толщиной d_a в окрестности ПП/СП границы ($R_c - d_a \le r \le R_c$). Влияние аккумуляционного слоя на спектральные свойства полупроводниковых нанопроводов, полностью покрытых сверхпроводящей оболочкой, изучено в работе [92] в рамках БдЖ уравнений. Наличие аккумуляционного слоя для квазичастиц вблизи границы ПП/СП моделировалось с помощью прямоугольного профиля потенциала, обеспечивающего нулевые граничные условия для волновой функции квазичастиц при $r = R_c - d_a$. В свою очередь, глубина потенциальной ямы U_0 управлялась параметром $\eta = \sqrt{m^* E_F^s / m U_0}$, где m^* (m) – эффективная масса электронов в аккумуляционном слое (в металлической оболочке), и E_F^s – энергия Ферми в оболочке в нормальном состоянии. Типичные зависимости щели в спектре квазичастиц полностью покрытого ПП провода от толщины аккумуляционного слоя до и после входа вихря приведены на рис. 7. Результаты, представленные на рис. 7, показывают, что уменьшение толщины аккумуляционного слоя d_a приводит к увеличению щели в спектре квазичастиц за счет увеличения энергии подщелевых состояний. Обсудим влияние аккумуляционного слоя на возможность появления майорановских мод на краях полностью покрытых нанопроводов при учете текстурированного взаимодействия (8). В работах [48, 93] было показано, что майорановские состояния в полностью покрытых проводах должны возникать в области параметров, соответствующих нечетному числу пересечений невозмущенных уровней с $\mu = \pm 1/2$ уровня Ферми (без учета спин-орбитального взаимодействия). Однако при уменьшении толщины аккумуляционного слоя щель в спектре квазичастиц увеличивается, и, соответственно, число волноводных мод на уровне Ферми уменьшается. Для достаточно тонкого слоя спектральные ветви подщелевых уровней не пересекают уровень Ферми, и краевые майорановские моды в системе не появляются. Таким образом, наличие аккумуляционного слоя для квазичастиц вблизи границы ПП/СП вносит дополнительные ограничения на диапазон параметров, при которых возможна реализация краевых майорановских мод в таких системах. Наличие аккумуляционного слоя для квазичастиц вблизи границы СП/ПП также может приводить к возвратному поведению объемной щели в спектре нанопровода в зависимости от внешнего магнитного потока из-за трансформации спектра квазичастиц и связанного с ней усиления орбитальных эффектов. Возвратное поведение щели от магнитного потока может наблюдаться экспериментально в измерениях периодичности тока через провод в зависимости от напряжения на затворе в условиях кулоновской блокады.

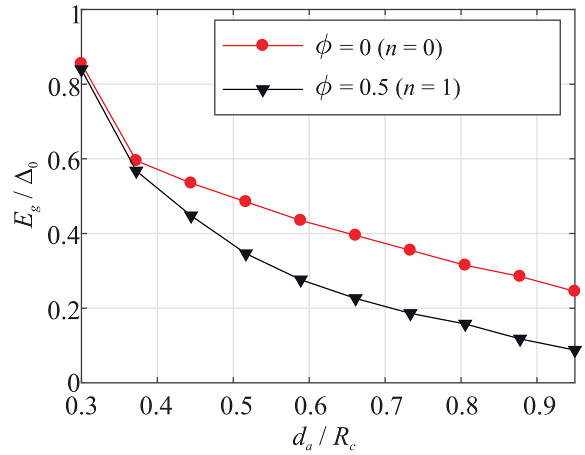

Рис. 7. (Цветной онлайн) Зависимость щели в спектре квазичастиц E_g полностью покрытого ПП провода от толщины аккумуляционного слоя d_a до входа вихря $\phi = 0$ ($n = 0$) и после входа вихря $\phi = 0.5$ ($n = 1$). Графики построены для $R_c = 0.9\xi_s$, $d_s = 0.6R_c$, $\eta = 1$ и $\gamma = 0.1$

5. Заключение. Представленные результаты исследований влияния спин-орбитального взаимодействия Рашбы в гибридных структурах с индуцированной сверхпроводимостью показывают, что СО взаимодействие может быть ключевым механизмом, позволяющим реализовать как неоднородные фазовые структуры (например, “фазовые батарейки”), так и топологически нетривиальные сверхпроводящие фазы в таких системах. В ограниченных системах с нетривиальной топологией возникающие краевые состояния являются майорановскими, и изменение количества таких нулевых мод внешним магнитным полем существенно для экспериментального поиска топологически нетривиальных фаз. Гибридные структуры, в которых возможны фермионы Майораны активно исследуются в последние годы в связи с перспективами их использования для топологически защищенных квантовых вычислений. Важным вопросом, который остался за рамками этого обзора, является влияние кулоновской блокады как на динамику сверхпроводящих структур (см. обзор [94] и ссылки в нем), в том числе и в топологически нетривиальной фазе [95], так и на условия реализации топологически нетривиальных фаз в конденсированных средах в целом [96].

Работа частично поддержана грантом Российского научного фонда # 17-12-01383. Анализ влияния аккумуляционного слоя и микроскопические численные расчеты эффекта Джозефсона в СП/ПП гибридных нанопроводах выполнены по проекту Российского научного фонда # 20-12-00053. С. В. Миронов также благодарит за финансовую поддержку Фонд развития теоретической физики и математики БАЗИС (проект 18-1-3-58-1) и программу Стипендий Президента РФ (проект СП-3938.2018.5).

1. V. P. Mineev and M. Sigrist, in *Lecture Notes in Physics* **847**, 129 (2012).
2. M. Smidman, M. B. Salamon, H. Q. Yuan, and D. F. Agterberg, Rep. Prog. Phys. **80**, 036501 (2017).
3. В. М. Эдельштейн, ЖЭТФ **95**, 2151 (1989) [Sov. Phys. JETP **68**, 1244 (1989)].
4. V. P. Mineev and K. V. Samokhin, ЖЭТФ **105**, 747 (1994) [Sov. Phys. JETP **78**, 401 (1994)].
5. A. Y. Kitaev, Phys.-Usp. **44**, 131 (2001).
6. J. Alicea, Rep. Prog. Phys. **75**, 076501 (2012).
7. A. Buzdin, Phys. Rev. Lett. **101**, 107005 (2008).
8. I. V. Krive, L. Y. Gorelik, R. I. Shekhter, and M. Jonson, J. Low Temp. Phys. **30**, 398 (2004).
9. A. A. Reynoso, G. Usaj, C. A. Balseiro, D. Feinberg, and M. Avignon, Phys. Rev. Lett. **101**, 107001 (2008).
10. F. S. Bergeret and I. V. Tokatly, EPL **110**, 57005 (2015).
11. D. B. Szombati, S. Nadj-Perge, D. Car, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven, Nature Phys. **12**, 568 (2016).
12. M. A. Silaev, I. V. Tokatly, and F. S. Bergeret, Phys. Rev. B **95**, 184508 (2017).
13. E. Strambini, A. Iorio, O. Durante, R. Citro, C. Sanz-Fernandez, C. Guarcello, I. V. Tokatly, A. Braggio, M. Rocci, N. Ligato, V. Zannier, L. Sorba, F. S. Bergeret, and F. Giazotto, Nature Nanotech. **15**, 656 (2020).
14. А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников, ЖЭТФ **47**, 1136 (1964).
15. P. Fulde and R. A. Ferrell, Phys. Rev. **135**, A550 (1964).
16. E. I. Rashba, Sov. Phys. Solid State **2**, 1109 (1960).
17. L. P. Gor'kov and E. I. Rashba, Phys. Rev. Lett. **87**, 037004 (2001).
18. V. M. Edelstein, Phys. Rev. B **67**, 020505(R) (2003).
19. V. Barzykin and L. P. Gor'kov, Phys. Rev. Lett. **89**, 227002 (2002).
20. K. V. Samokhin, Phys. Rev. B **70**, 104521 (2004).
21. R. P. Kaur, D. F. Agterberg, and M. Sigrist, Phys. Rev. Lett. **94**, 137002 (2005).
22. O. Dimitrova and M. V. Feigel'man, Phys. Rev. B **76**, 014522 (2007).
23. R. M. Lutchyn, J. D. Sau, and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **105**, 077001 (2010).
24. Y. Oreg, G. Refael, and F. von Oppen, Phys. Rev. Lett. **105**, 177002 (2010).
25. J. Alicea, Phys. Rev. B **81**, 125318 (2010).
26. V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven, Science **336**, 1003 (2012).
27. S. Vaitiekenas, G. W. Winkler, B. van Heck, T. Karzig, M.-T. Deng, K. Flensberg, L. I. Glazman, C. Nayak, P. Krogstrup, R. M. Lutchyn, and C. M. Marcus, Science **367**, 1442 (2020).
28. G. Annunziata, D. Manske, and J. Linder, Phys. Rev. B **86**, 174514 (2012).
29. F. S. Bergeret and I. V. Tokatly, Phys. Rev. Lett. **110**, 117003 (2013).
30. F. S. Bergeret and I. V. Tokatly, Phys. Rev. B **89**, 134517 (2014).
31. S. H. Jacobsen, I. Kulagina, and J. Linder, Sci. Rep. **6**, 23926 (2016).
32. S. Mironov and A. Buzdin, Phys. Rev. Lett. **118**, 077001 (2017).
33. D. S. Rabinovich, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev, Phys. Rev. B **99**, 180501(R) (2019).
34. J. W. A. Robinson, A. V. Samokhvalov, and A. I. Buzdin, Phys. Rev. B **99**, 180501(R) (2019).
35. R. A. de Groot, F. M. Mueller, P. G. van Engen, and K. H. J. Buschow, Phys. Rev. Lett. **50**, 2024 (1983).
36. W. E. Pickett and J. S. Moodera, Phys. Today **54**, 39 (2001).
37. J. M. D. Coey and M. Venkatesan, J. Appl. Phys. **91**, 8345 (2002).
38. M. I. Katsnelson, V. Yu. Irkhin, L. Chioncel, A. I. Lichtenstein, and R. A. de Groot, Rev. Mod. Phys. **80**, 315 (2008).
39. L. Fu and C. L. Kane, Phys. Rev. Lett. **100**, 096407 (2008).
40. C. Kurter, A. D. K. Finck, Y. S. Hor, and D. J. Van Harlingen, Nat. Commun. **6**, 7130 (2015).

41. F. Amet, C.T. Ke, I.V. Borzenets, J. Wang, K. Watanabe, T. Taniguchi, R.S. Deacon, M. Yamamoto, Y. Bomze, S. Tarucha, and G. Finkelstein, Science **352**, 966 (2016).
42. C. Spanslatt, Phys. Rev. B **98**, 054508 (2018).
43. A.G. Kutlin and A.S. Mel'nikov, Phys. Rev. B **101**, 045418 (2020).
44. A.P. Higginbotham, S.M. Albrecht, G. Kir'anskas, W. Chang, F. Kuemmeth, P. Krogstrup, T.S. Jespersen, J. Nygerd, K. Flensberg, and C.M. Marcus, Nature Phys. **11**, 1017 (2015).
45. W. Chang, S.M. Albrecht, T.S. Jespersen, F. Kuemmeth, P. Krogstrup, J. Nygard, and C.M. Marcus, Nature Nanotech. **10**, 232 (2015).
46. P. Krogstrup, N.L.B. Ziino, W. Chang, S.M. Albrecht, M.H. Madsen, E. Johnson, J. Nygard, C.M. Marcus, and T.S. Jespersen, Nat. Mater. **14**, 400 (2015).
47. S.M. Albrecht, A.P. Higginbotham, M. Madsen, F. Kuemmeth, T.S. Jespersen, J. Nygard, P. Krogstrup, and C.M. Marcus, Nature **531**, 206 (2016).
48. A.A. Kopasov and A.S. Mel'nikov, Phys. Rev. B **101**, 054515 (2020).
49. A.O. Denisov, A.V. Bubis, S.U. Piatrusha, N. A. Titova, A. G. Nasibulin, J. Becker, J. Treu, D. Ruhstorfer, G. Koblmuller, E.S. Tikhonov, and V. S. Khrapai, arXiv: 2006.09803 (2020).
50. V.M. Edelstein, Phys. Rev. Lett. **75**, 2004 (1995).
51. K.V. Samokhin, Phys. Rev. B **89**, 094503 (2014).
52. M. Fogelstrom, D. Rainer, and J.A. Sauls, Phys. Rev. Lett. **79**, 281 (1997).
53. A.B. Vorontsov, Phys. Rev. Lett. **102**, 177001 (2009).
54. M. Hakansson, T. Lofwander, and M. Fogelstrom, Nature Phys. **11**, 755 (2015).
55. Yu.S. Barash, M.S. Kalenkov, and J. Kurkijarvi, Phys. Rev. B **62**, 6665 (2000).
56. S. Higashitani, J. Phys. Soc. Jpn. **66**, 2556 (1997).
57. C. Honerkamp, K. Wakabayashi, and M. Sigrist, Europhys. Lett. **50**, 368 (2000).
58. A.L. Fauchere, W. Belzig, and G. Blatter, Phys. Rev. Lett. **82**, 3336 (1999).
59. I.V. Bobkova and Yu.S. Barash, Pis'ma v ZhETF **80**, 563 (2004) [JETP Lett. **80**, 494 (2004)].
60. M. Matsumoto and M. Sigrist, J. Phys. Soc. Jpn. **68**, 994 (1999).
61. M. Stone and R. Roy, Phys. Rev. B **69**, 184511 (2004).
62. H.-J. Kwon, V.M. Yakovenko, and K. Sengupta, Synth. Met. **133–134**, 27 (2003).
63. D.F. Agterberg, Lecture Notes in Physics **847**, 155 (2012).
64. S.S. Pershoguba, K. Björnson, A.M. Black-Schaffer, and A.V. Balatsky, Phys. Rev. Lett. **115**, 116602 (2015).
65. A.G. Mal'shukov, Phys. Rev. B **93**, 054511 (2016).
66. A.G. Mal'shukov, Phys. Rev. B **95**, 064517 (2017).
67. L.A.B. Olde Olthof, X. Montiel, J.W.A. Robinson, and A.I. Buzdin, Phys. Rev. B **100**, 220505(R) (2019).
68. J. Baumard, J. Cayssol, F.S. Bergeret, and A. Buzdin, Phys. Rev. B **99**, 014511 (2019).
69. V.M. Edelstein, J. Phys. Condens. Matter **8**, 339 (1996).
70. A. Pal and M.G. Blamire, Phys. Rev. B **92**, 180510(R) (2015).
71. A. Pal, Z.H. Barber, J.W.A. Robinson, and M.G. Blamire, Nat. Commun. **5**, 3340 (2014).
72. Y. Zhu, A. Pal, M.G. Blamire, and Z.H. Barber, Nat. Mater. **16** 195 (2017).
73. L.B. Ioffe, V.B. Geshkenbein, M.V. Feigelman, A.L. Fauchere, and G. Blatter, Nature **398**, 679 (1999).
74. K. Feofanov, V.A. Oboznov, V.V. Bol'ginov, J. Lisenfeld, S. Poletto, V.V. Ryazanov, A.N. Rossolenko, M. Khabipov, D. Balashov, A.B. Zorin, P.N. Dmitriev, V.P. Koshelets, and A.V. Ustinov, Nature Phys. **6**, 593 (2010).
75. F. von Oppen, Y. Peng, and F. Pientka, *Topological superconducting phases in one dimension: Lecture Notes of the Les Houches Summer School: Volume 103, August 2014*, Oxford University Press (2017).
76. N.B. Kopnin and A.S. Melnikov, Phys. Rev. B **84**, 064524 (2011).
77. T.D. Stanescu, R.M. Lutchyn, and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **84**, 144522 (2011).
78. N.B. Kopnin, I.M. Khaymovich, and A.S. Mel'nikov, Phys. Rev. Lett. **110**, 027003 (2013).
79. S. Takei, B.M. Fregoso, H.-Y. Hui, A.M. Lobos, and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **110**, 186803 (2013).
80. A.A. Kopasov, I.M. Khaymovich, and A.S. Mel'nikov, Beilstein J. Nanotechnol. **9**, 1184 (2018).
81. D. Aasen, M. Hell, R.V. Mishmash, A. Higginbotham, J. Danon, M. Leijnse, T.S. Jespersen, J.A. Folk, C.M. Marcus, K. Flensberg, and J. Alicea, Phys. Rev. X **6**, 031016 (2016).
82. T. Karzig, C. Knapp, R. M. Lutchyn, P. Bonderson, M. B. Hastings, C. Nayak, J. Alicea, K. Flensberg, S. Plugge, Y. Oreg, C. M. Marcus, and M. H. Freedman, Phys. Rev. B **95**, 235305 (2017).
83. C. Caroli, P.-G. de Gennes, and J. Matricon, Phys. Lett. **9**, 307 (1964).
84. N.B. Kopnin, A.S. Mel'nikov, V.I. Pozdnyakova, D.A. Ryzhov, I.A. Shereshevskii, and V.M. Vinokur, Phys. Rev. Lett. **95**, 197002 (2005).
85. N.B. Kopnin, A.S. Mel'nikov, V.I. Pozdnyakova, D.A. Ryzhov, I.A. Shereshevskii, and V.M. Vinokur, Phys. Rev. B **75**, 024514 (2007).
86. A.S. Mel'nikov, D.A. Ryzhov, and M.A. Silaev, Phys. Rev. B **79**, 134521 (2009).
87. V.E. Degtyarev, S.V. Khazanova, and N.V. Demarina, Sci. Rep. **7**, 3411 (2017).

88. A. E. Antipov, A. Bargerbos, G. W. Winkler, B. Bauer, E. Rossi, and R. M. Lutchyn, Phys. Rev. X **8**, 031041 (2018).
89. A. E. G. Mikkelsen, P. Kotetes, P. Krogstrup, and K. Flensberg, Phys. Rev. X **8**, 031040 (2018).
90. B. D. Woods, T. D. Stanescu, and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **98**, 035428 (2018).
91. S. Schuwalow, N. B. M. Schroeter, J. Gukelberger, C. Thomas, V. Strocov, J. Gamble, A. Chikina, M. Caputo, J. Krieger, G. C. Gardner, M. Troyer, G. Aeppli, M. J. Manfra, and P. Krogstrup, arXiv: 1910:02735 (2019).
92. А. А. Копасов, А. С. Мельников, Физика твердого тела **62**, 1428 (2020).
93. F. Penaranda, R. Aguado, P. San-Jose, and E. Prada, Phys. Rev. Research **2**, 023171 (2020).
94. J. P. Pekola and I. M. Khaymovich, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **10**, 193 (2019).
95. I. M. Khaymovich, J. P. Pekola, and A. S. Melnikov, New J. Phys. **19**, 123026 (2017).
96. В. В. Вальков, В. А. Мицкан, А. О. Злотников, М. С. Шустин, С. В. Аксенов, Письма в ЖЭТФ **110**, 126 (2019).