Письма в ЖЭТФ, том 113, вып. 5, с. 328 – 340

Фотонно-стимулированный транспорт в квантовом точечном контакте (Миниобзор)

В. А. Ткаченко[+*], З. Д. Квон[+*], О. А. Ткаченко[+], А. С. Ярошевич[+1)], Е. Е. Родякина[+*], Д. Г. Бакшеев[*], А. В. Латышев[+*]

[+]Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

[*]Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 14 января 2021 г.
После переработки 18 января 2021 г.
Принята к публикации 18 января 2021 г.

Дан обзор работ по фотонно-стимулированному транспорту через квантовый точечный контакт, созданный на основе высокоподвижного двумерного электронного газа в GaAs квантовой яме. Он содержит краткое историческое введение, затем изложение результатов экспериментального исследования гигантского терагерцового и микроволнового фотокондактанса квантового точечного контакта в туннельном режиме и анализ его поведения на основе разработанной теоретической модели фотонно-стимулированного туннелирования. В заключении обсуждаются перспективы дальнейших исследований и создания нового класса приемников терагерцового и микроволнового излучения.

DOI: 10.31857/S1234567821050074

Введение. Фотонно-стимулированный транспорт (ФСТ), через туннельные барьеры стал предметом исследования почти 60 лет назад в экспериментах по изучению влияния микроволнового излучения на туннелирование электрона через изолятор между сверхпроводниками [1]. Облучение структуры на частоте ω привело к появлению на нелинейной вольтамперной характеристике $V(I)$ фотонных ступеней при $V = V_0 \pm n\hbar\omega/e$ $(n = 1, 2, 3...)$ дополнительно к основной ступени, наблюдаемой при V_0. Без облучения она определяется резонансным туннелированием электрона при совпадении заполненного и пустого краев энергетических щелей в сверхпроводниках, разделенных изолятором. Обнаруженный эффект был объяснен в [1, 2] неупругим когерентным резонансным туннелированием в ситуации, когда края сверхпроводящих щелей разделены по энергии одним или несколькими квантами микроволнового поля. В 1990-х годах подобные резонансные эффекты на нелинейных вольтамперных характеристиках были найдены при последовательном туннелировании электронов через систему GaAs квантовых ям под действием терагерцового облучения [3–5]. Туннелирование через барьер в каждой элементарной ячейке системы рассматривалось в рамках подхода, развитого в [2].

Важной для построения теории ФСТ стала работа [6]. В ней было рассмотрено туннелирование частицы через высокий прямоугольный барьер слегка колеблющейся высоты и получено аналитическое решение нестационарного уравнения Шредингера в трехканальном приближении. По найденным парциальным коэффициентам прохождения D_0, $D_{\pm 1}$ определено время туннелирования τ и приведено условие низкой частоты $\omega\tau \ll 1$, когда задачу можно решать при любом t как статическую. Спустя несколько лет в работе [7] был предложен универсальный алгоритм расчета когерентного прохождения частицы через конечную область одномерного комбинированного потенциала, имеющего вид $U(x)+V(x)\cos(\omega t)$, где $U(x)$ - исходный статический потенциал, а $V(x)$ – амплитуда переменного потенциала. Алгоритм основан на решении нестационарного уравнения Шредингера для частицы с начальной энергией E_0 и $U(x)$, $V(x)$ в виде кусочно-постоянных функций внутри области неоднородности потенциала. Решение в этом случае является суперпозицией прошедших и отраженных волн в каналах с энергиями $E_n = E_0 \pm n\hbar\omega$, где $n \neq 0$ – номер канала неупругого прохождения. Используя процедуру сшивки аналитически известных волновых функций в точках разрыва $U(x)$, $V(x)$ и увеличивая число учитываемых каналов, можно получить практически точный результат.

1)e-mail: jarosh@isp.nsc.ru

В рамках разработанной теории ФСТ были предсказаны многие резонансные эффекты на зависимостях от энергии коэффициентов прохождения электрона через различные наноструктуры в высокочастотных (ВЧ) полях светового, ИК, терагерцового и микроволнового диапазонов [8–19]. Во всех этих случаях, как и в экспериментах [1–5], существенным было присутствие в статическом одномерном потенциале $U(x)$ особенностей по энергии с бесконечной или очень большой плотностью состояний, а также их совмещение с энергиями каналов E_0 и/или $E_0 \pm \pm n\hbar\omega$. Этими особенностями в $U(x)$ могли быть края энергетической щели в сверхпроводниках [1, 2], квазиуровни [3–5, 8, 10, 12, 13, 15, 16], дискретные уровни [9, 14], надбарьерные резонансы [11, 13] или дно одномерного континуума [17–19]. Следует отметить, что наиболее физически простой случай одиночного плавного барьера в перечисленных работах не рассматривался. Речь идет о потенциале, который был предложен еще в годы рождения квантовой механики Эккартом [20] и имеющем простой аналитический вид $U_0/ch^2(x/W)$. Как хорошо известно [21], в таком потенциале нет квазиуровней, надбарьерных резонансов и резонансных пиков в коэффициенте прохождения $D(E_0)$. Первые численные расчеты [22, 23] показали, что фотонно-стимулированное туннелирование через барьер Эккарта в силу его плавной формы и конечной высоты происходит иначе, чем в случае высокого прямоугольного барьера [6]. Исследование ФСТ в таком простом потенциале стало особенно интересным после создания квантового точечного контакта (КТК) на основе двумерного электронного газа (ДЭГ) и открытия в нем квантования кондактанса [24, 25]. Результаты численного моделирования электростатики КТК показывают, что форма барьера, через который летят электроны, близка к потенциалу Эккарта [26–29].

Экспериментально фотоотклик КТК при облучении в диапазоне частот 0.1–2.5 ТГц ранее исследовался в [30–35], но измерения ограничивались главным образом открытым $G \geq e^2/h$ и субпороговым $G \leq e^2/h$ режимами прохождения и ориентацией терагерцового поля поперек тока, чтобы наблюдать эффекты межподзонного возбуждения. Было обнаружено небольшое влияние терагерцовых полей на квантование кондактанса КТК, которое объяснялось либо эффектами выпрямления, либо нагревом ДЭГ при поглощении излучения. Ситуация изменилась принципиальным образом, когда был обнаружен гигантский микроволновый [36] и терагерцовый [37] фотокондактанс КТК в туннельном режиме, и экспериментальное и теоретическое исследование отклика КТК на микроволновое и терагерцовое излучение получило новый импульс. Данный обзор посвящен изложению основных, полученных к настоящему времени результатов.

1. Квантовые точечные контакты с расщепленным и сплошным затвором. Ниже дается описание технологии изготовления, топологии и транспортных характеристик изученных образцов КТК. Они создавались на основе высокоподвижного ДЭГ либо в одиночном гетеропереходе AlGaAs/GaAs, либо в GaAs квантовой яме толщиной 13 или 16 нм на основе двойного гетероперехода. В обоих случаях ДЭГ располагался в 100–109 нм от поверхности, но структуры, в которых он содержался, выращивались по-разному: одиночный гетеропереход (N1202) – в рамках технологии обычного селективного легирования однородного слоя AlGaAs, а квантовая яма (N562) – в рамках технологии, которая была предложена в [38] и широко используется в настоящее время [39–41]. В этой технологии ДЭГ получается в результате δ-легирования тонкого (несколько нанометров) слоя GaAs в короткопериодной сверхрешетке (СР) GaAs/AlAs. Параметры высокоподвижного ДЭГ из-за этого различались. При 4.2 К концентрация и подвижность электронов двумерного газа для N562 были $n_s \approx 7.5 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$, $\mu \approx 1.5 \cdot 10^6$ см^2/Вс, что соответствует длине свободного пробега $l \approx 30$ мкм. В случае одиночного гетероперехода N1202 параметры ДЭГ были такими: $n_s = 5.5 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$, $\mu \approx 4 \cdot 10^5$ см^2/Вс, $l \approx 4$ мкм. На основе описанных структур изготавливались холловские мостики, а затем с помощью электронной литографии на поверхности гетероструктур создавались сплошной и расщепленный затворы, как показано на рис. 1. Транспортные измерения проводились с использованием стандартной схемы фазочувствительного детектирования на частотах 2–12 Гц и при величинах измерительного тока 0.001–10 нА. Отметим, что в открытом режиме КТК с расщепленным затвором демонстрировал первые 3–4 ступени квантования кондактанса, тогда как в КТК со сплошным затвором они не наблюдались. Подобный факт связан с тем, что в КТК со сплошным затвором не выполняется условие для наблюдения квантования КТК [26]. На рисунке 2 показаны типичные затворные и температурные зависимости кондактанса исследованных КТК уже в туннельном режиме ($G \ll 2e^2/h$). Причем затворные характеристики представляют собой зависимости от эффективного затворного напряжения, которое определялось как $V_g^{\text{eff}} = V_g - V_g(0.1G_0)$ ($G_0 = 2e^2/h$), т.е. как разность между поданным затворным напряжением и затворным напряжением,

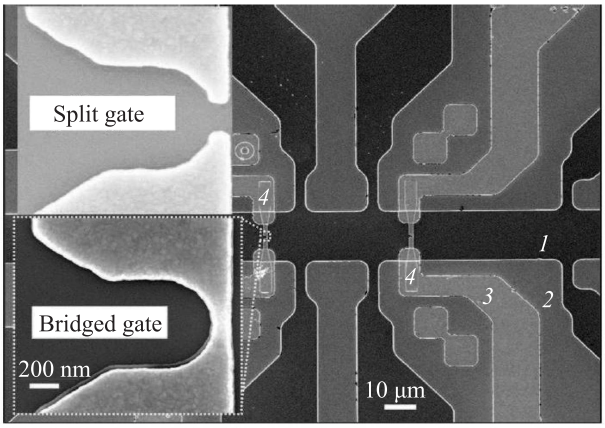

Рис. 1. Микрофотография холловского мостика и двух типов КТК: с расщепленным и со сплошным затвором. Цифрами отмечены: *1* – область, под которой находится ДЭГ; *2* – область травления; *3* – Au контакты к затвору; *4* – затворы, которые на вставке показаны в увеличенном масштабе

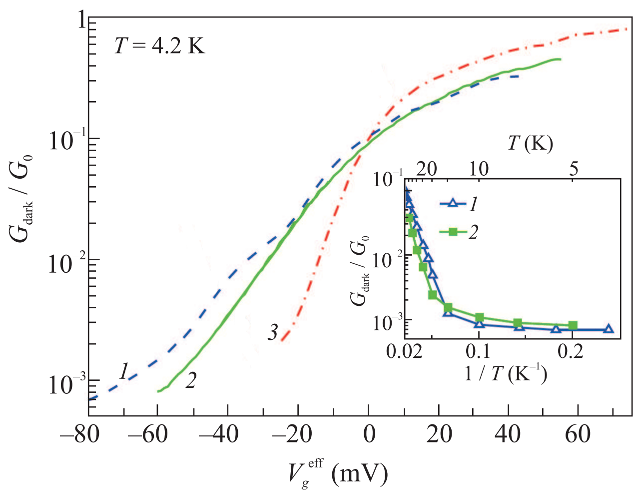

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости кондактанса КТК от эффективного затворного напряжения: номера *1*, *2*, *3* отвечают, соответственно, непрерывному затвору в структуре N562, расщепленному и непрерывному затворам в структуре N1202. Вставка – температурные зависимости темнового кондактанса для случаев *1*, *2*

соответствующим величине кондактанса, равной одной десятой кванта кондактанса. Как видно из рис. 2, в туннельном режиме для всех исследованных КТК наблюдается экспоненциально сильная зависимость кондактанса от затворного напряжения, наклон которой заметно уменьшается при $G = 0.1G_0$, т.е. по мере приближения к открытому режиму. Из рисунка 2 также видно, что для одной и той же разновидности затворов (точнее сплошной) КТК, изготовленных на основе по-разному выращенных гетеропереходов, зависимости $G(V_g^{\text{eff}})$ имеют разный наклон, свидетельствующий об их различной электростатике. Как видно, температурные зависимости (вставка) КТК кондактансов имеют одинаковый характер: до $T = 20$ K наблюдается экспоненциальная зависимость с энергией активации около 5 мэВ, а при дальнейшем уменьшении температуры кондактанс не меняется, что говорит о переходе к туннельному режиму. Тогда при температуре измерений 4.2 K для кондактанса справедлива простая формула Ландауэра $G = G_0 \times D(E_F)$. Заметим, что коэффициенту прохождения электрона $D(E_F) = 0.002$ через плавный одномерный статический барьер обычного вида $U_0/ch^2(x/W)$ с $W = 100$ нм отвечает величина $U_0 - E_F \approx 3$ мэВ, которая соизмерима с энергией активации. Таким образом, кривые *1*, *2* на вставке к рис. 2 позволяют дать оценку $U_0 - E_F$ при минимальной измеренной G_{dark} для обоих КТК и заключить, что форма барьера хорошо описывается выражением $U(x) = U_0/ch^2(x/W)$.

2. Эксперимент: гигантский терагерцовый и микроволновый фотокондактанс. В данном разделе излагаются основные экспериментальные результаты по исследованию терагерцового и микроволнового отклика КТК. Начнем с терагерцовых экспериментов. Их геометрия показана на рис. 3. На

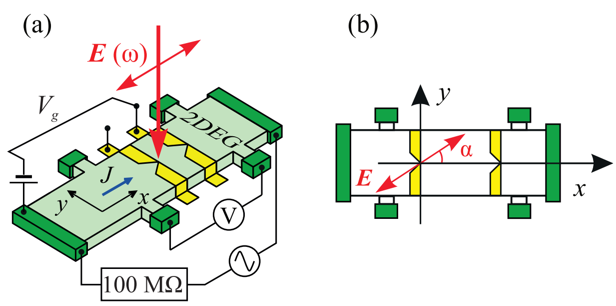

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a), (b) – Схема измерений фотокондактанса G_{ph}

структуру сверху по нормали к поверхности падало линейно поляризованное излучение терагерцового газового лазера с оптической накачкой CO_2 лазером [42–44] с частотой 0.69 и 1.63 ТГц. Для генерации излучения с частотой 0.69 ТГц (длина волны $\lambda = 432$ мкм) в качестве активной среды использовалась муравьиная кислота, а 1.63 ТГц ($\lambda = 184$ мкм) – дифторметан. Мощность терагерцового излучения составляла порядка 200 мВт/см^2 при работе с линией 184 мкм и 50 мВт/см^2 – с линией 432 мкм. Полуволновые пластинки, размещенные перед окном оптического криостата, позволяли управлять поляризацией падающего на образец излучения. Площадь лазерного пятна составляла около 10 мм^2, и, таким образом, излучение падало на весь холловский мостик. Рисунок 4 представляет результаты измерения

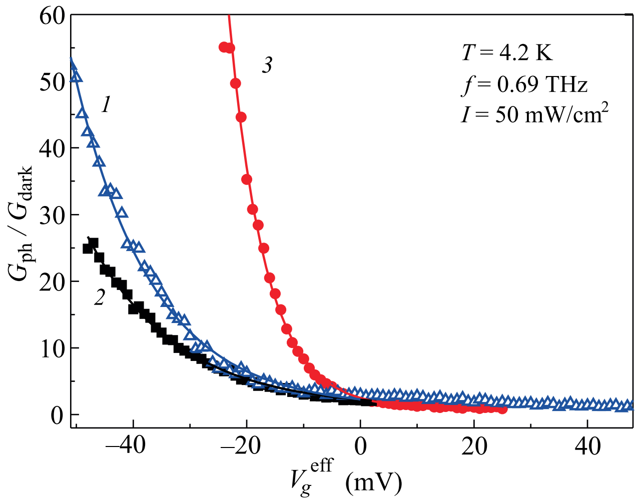

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимости $G_{\rm ph}/G_{\rm dark}$ от $V_g^{\rm eff}$ для трех КТК при облучении на длине волны 432 мкм. Номера *1*, *2*, *3* отвечают, соответственно, непрерывному затвору в структуре N562, расщепленному и непрерывному затворам в структуре N1202

при облучении на длине волны 432 мкм для трех различных КТК в виде зависимости отношения фотокондактанса к темновому кондактансу $G_{\rm ph}/G_{\rm dark}$ от эффективного затворного напряжения при направлении вектора электрического поля $\mathbf{E}(\omega)$ излучения вдоль направления X, т.е. вдоль направления транспорта электронов через КТК. Видно, что $G_{\rm ph}/G_{\rm dark}$ экспоненциально сильно нарастает по мере роста абсолютной величины $V_g^{\rm eff}$, достигая значений порядка 10^2. Также следует обратить внимание, что сравнение кривых для КТК с расщепленным и сплошным затвором демонстрирует заметно более сильный отклик для КТК со сплошным затвором. Результаты поляризационных экспериментов представляет рис. 5. Этот рисунок показывает зависимость величины $G_{\rm ph}/G_{\rm dark}$ от угла направления $\mathbf{E}(\omega)$. Сплошной линией показана зависимость $(\cos\alpha)^2$. Видно, что угловая зависимость фотосигнала точно следует этой функции, прекрасно демонстрируя тот факт, что излучение влияет на КТК только, когда $\mathbf{E}(\omega)$ направлено вдоль направления туннелирования электронов, тем самым полностью исключая вклад, связанный с разогревом двумерных электронов. Заметим, что оценка степени разогрева ДЭГ средним по площади терагерцовым полем $|\mathbf{E}(\omega)| = 6$ В/см, полученная из сравнения температурной зависимости сопротивления ДЭГ с его зависимостью от мощно-

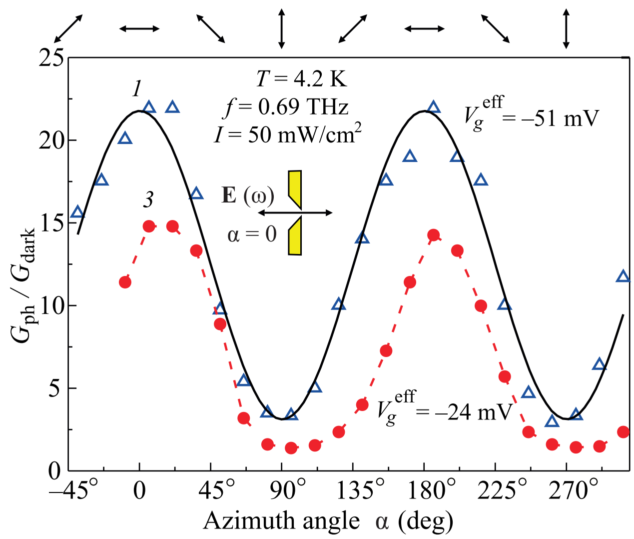

Рис. 5. (Цветной онлайн) Поляризационные измерения $G_{\rm ph}$, номера кривых *1*, *3* отвечают случаю $G_{\rm dark} = 0.002G_0$ и тем же КТК со сплошным затвором для гетероструктур N562 и N1202

сти излучения, подтверждают сделанный вывод, так как она дает верхнюю оценку разогрева всего на величину порядка 1 К, что почти на два порядка ниже $U_0 - E_F$. Рисунок 6 представляет результаты эксперимента при изменении частоты излучения. На нем показаны зависимости $G_{\rm ph}/G_{\rm dark}(V_g)$ для частоты 0.69 и 1.63 ТГц. Видно, что увеличение частоты терагерцового излучения в 2.4 раза привело к полному отсутствию его влияния на кондактанс КТК.

Далее излагаются результаты микроволновых экспериментов. В этих экспериментах образец размещался на конце волновода, по которому от генератора подавалось излучение в диапазоне 110–170 ГГц. На рисунке 7 показаны результаты измерения затворных зависимостей кондактанса КТК $G(V_g)$ при различных значениях выходной мощности генератора. Хорошо видно, что когда величина темнового кондактанса равна $G < 0.02G_0$, то она под действием излучения растет на два порядка при максимальных в данном эксперименте мощностях, равных по порядку величины 10 мВт/см^2. Сравнение поведения микроволнового отклика КТК с расщепленным и сплошным затвором представлено на рис. 8. Как и в терагерцовом диапазоне, видно, что отклик КТК со сплошным затвором на порядок выше. Данные на рис. 8 также демонстрируют, что сначала в зависимости фотокондактанса от мощности излучения наблюдается линейный участок, который затем переходит в степенной с показателем

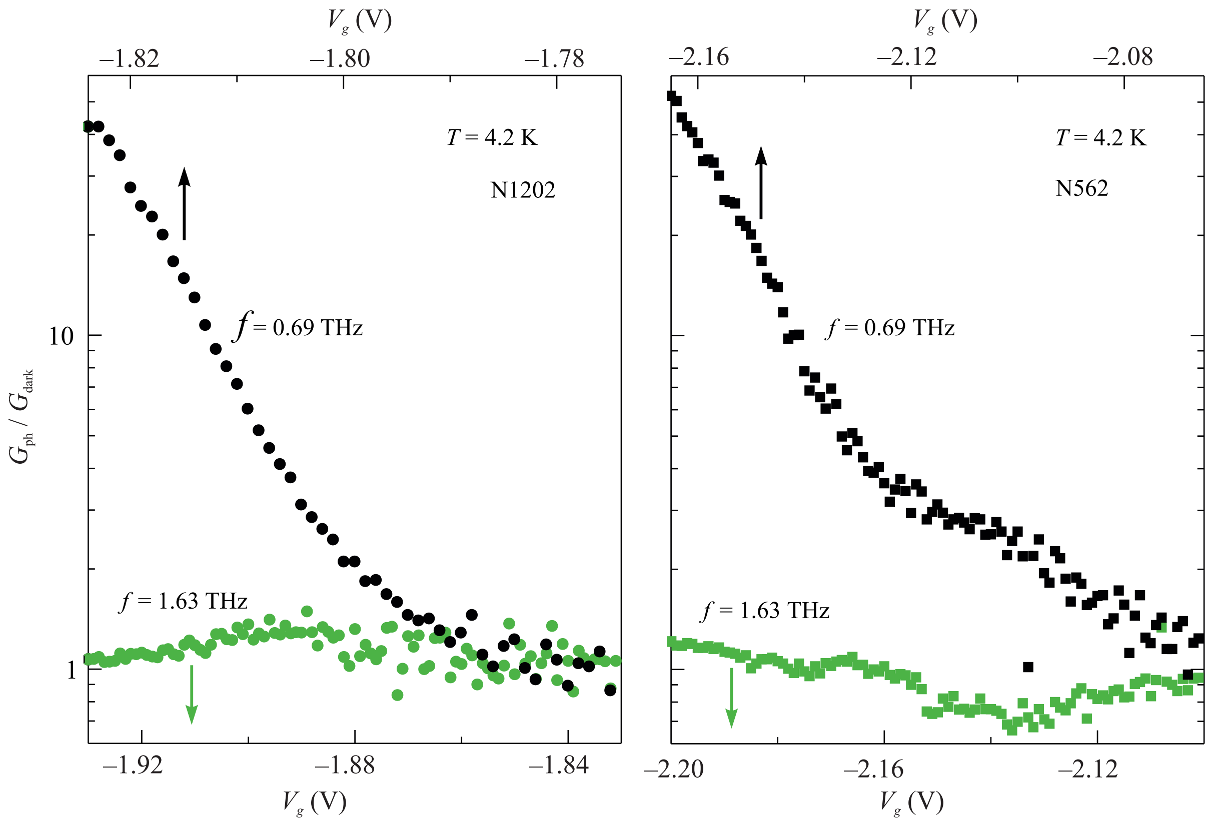

Рис. 6. (Цветной онлайн) Зависимости $G_{\text{ph}}/G_{\text{dark}}(V_g)$ двух КТК (слева N1202, справа N562) для частот излучения 0.69 и 1.63 ТГц

меньше единицы. Отметим, что в отличие от терагерцовых частот в микроволновом диапазоне поляризацию падающего на образец излучения трудно контролировать, но основываясь на поляризационных экспериментах при терагерцовых частотах, а также на том факте, что мощности излучения, падающего на образец и в терагерцовом и в микроволновом экспериментах одинаковы по порядку величины, можно предположить, что наблюдаемый на рис. 7 и 8 гигантский микроволновый кондактанс также обусловлен воздействием проекции вектора электрического поля излучения, направленной вдоль направления туннелирования электронов.

Таким образом, приведенные экспериментальные данные показывают: 1) КТК в туннельном режиме ($G < 0.1G_0$) демонстрируют гигантские величины фотокондактанса, как при терагерцовых, так и при микроволновых частотах ($f = 0.1$–1 ТГц); 2) поляризационный эксперимент однозначно указывает, что эффект возникает, только если направление электрического поля излучения совпадает с направлением туннелирования электронов; 3) при повышении частоты излучения до 1.63 ТГц эффект исчезает.

3. Теоретическая модель: фотонно-стимулированное туннелирование. Описанные в экспериментальном разделе результаты указывают, что наблюдаемые эффекты связаны с явлением фотонно-стимулированного транспорта, краткий обзор работ по которому был дан во введении. Было отмечено, что именно туннельный режим КТК, в котором барьер достаточно хорошо описывается потенциалом Эккарта, остался за пределами прошлых исследований. Поэтому данный раздел будет посвящен подробному изложению модели фотонно-стимуллированного туннелирования именно через такой барьер. Напомним, что он дается простым выражением $U(x) = U_0/ch^2(x/W)$. Ранее его туннельная прозрачность изучалась в разных контекстах [22, 23, 26, 29]. В данной модели исходная полуширина барьера $W \approx 100$ нм соответствует геометрии металлического затвора в узком месте и глубине залегания ДЭГ в КТК структурах, описанных в разделе 1. Высота статического барьера U_0 в модели выбирается, как правило, равной 30 мэВ, отвечающей туннельному режиму $G_{\text{dark}} \approx 10^{-3}G_0$ при высокой плотности ДЭГ $7.5 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$, как в одной из экспериментальных структур GaAs/AlGaAs [37].

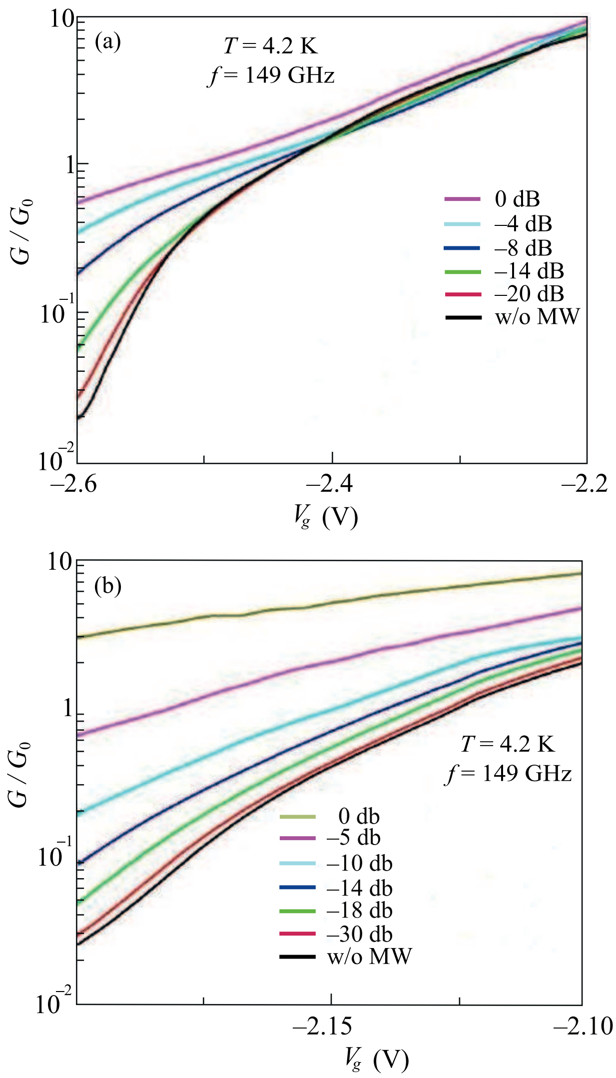

Рис. 7. (Цветной онлайн) Зависимости $G(V_g)/G_0$ при различных значениях мощности микроволнового излучения: (a) – КТК с расщепленным затвором; (b) – КТК со сплошным затвором

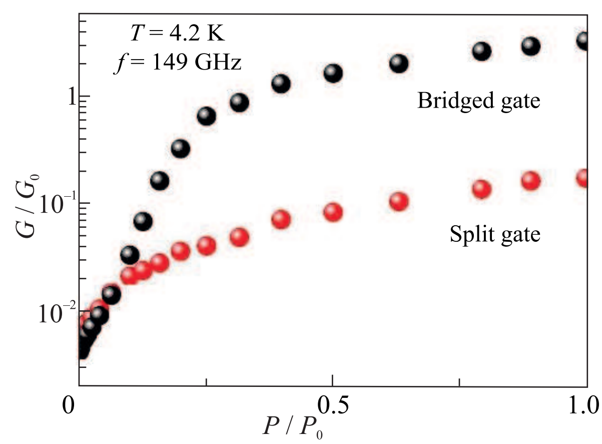

Рис. 8. (Цветной онлайн) Зависимости $G(V_g)/G_0$ от мощности для КТК с расщепленным затвором и значением темнового кондактанса $G = 0.005G_0$ ($V_g = -2.65$ V) и КТК со сплошным затвором с таким же значением G ($V_g = -2.2$ V)

Заметим, что при изменении затворного напряжения меняется высота барьера U_0, а уровень Ферми в ДЭГ остается постоянным. Очевидно, что коэффициент прохождения определяется разностью $U_0 - E_F$. Предполагается, что $E_0 = E_F$ изменяется, а U_0 фиксируется (30 мэВ [37], 27 мэВ [45, 46]). Начальная энергия электрона E_0 менялась, как правило, в интервале $(U_0 - \Delta,\ U_0 + \Delta)$, в котором $\Delta = 3$ мэВ, что при $E_0 = U_0 - \Delta$ соответствует минимальному измеренному значению $G_{\text{dark}} \approx 10^{-3} G_0$.

ВЧ поле учитывалось в виде гармонической по t добавки к статическому потенциалу: $U(x,t) = U_0/ch^2(x/W) + V(x)\cos(\omega t)$. Для $V(x)$ рассмотрены два случая, поскольку ВЧ поле может возникать между морями ДЭГ [32] (рис. 9a, c, антисимметричное ВЧ поле $dV(x)/dx)$), а также между ДЭГ и затвором, создающим сужение [35] (рис. 9b, d, симметричная функция $V(x) \propto U(x)$). В антисимметричном случае $V(x)$ считается линейной функцией на интервале $|x| \leq 3W$, а вне этого интервала – постоянной (рис. 9a, c). Основное внимание при моделировании уделялось симметричному случаю, в котором $V(x) \propto U(x)$ (рис. 9b, d). Максимальная амплитуда колебаний высоты барьера $V_0 = 6$ мэВ бралась близкой к характерной активационной энергии 5 мэВ, которая была измерена в туннельном режиме по температурной зависимости темнового кондактанса при $T = 10{-}60$ K [37].

Согласно [6, 7] эффекты ФСТ получаются решением задачи одномерного рассеяния электрона в рамках нестационарного уравнения Шредингера:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*a^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + [U(x) + V(x)\cos(\omega t)]\Psi. \quad (1)$$

Заметим, что для некоторых потенциалов вида $(U_0 + V_0\cos(\omega t))/ch^2(x/W)$ эта задача уже решалась раньше [22, 23], но не в связи с КТК. В тех работах использовалось обычное численное интегрирование уравнения в частных производных (расчет движения волновых пакетов). Напротив, мы строим количественную модель экспериментально изученных в [36, 37] КТК. Барьер вида $U_0/ch^2(x/W)$ имеет параболическую вершину, поэтому для близких к ней $E_0 < U_0$ оценка в квазиклассическом приближении [6] дает время туннелирования через КТК $\tau = \pi W(m^*/2U_0)^{1/2} = 0.8 \cdot 10^{-12}$ с, где $m^* = 0.07m_e$ – эффективная масса электрона в GaAs, $U_0 = 30$ мэВ,

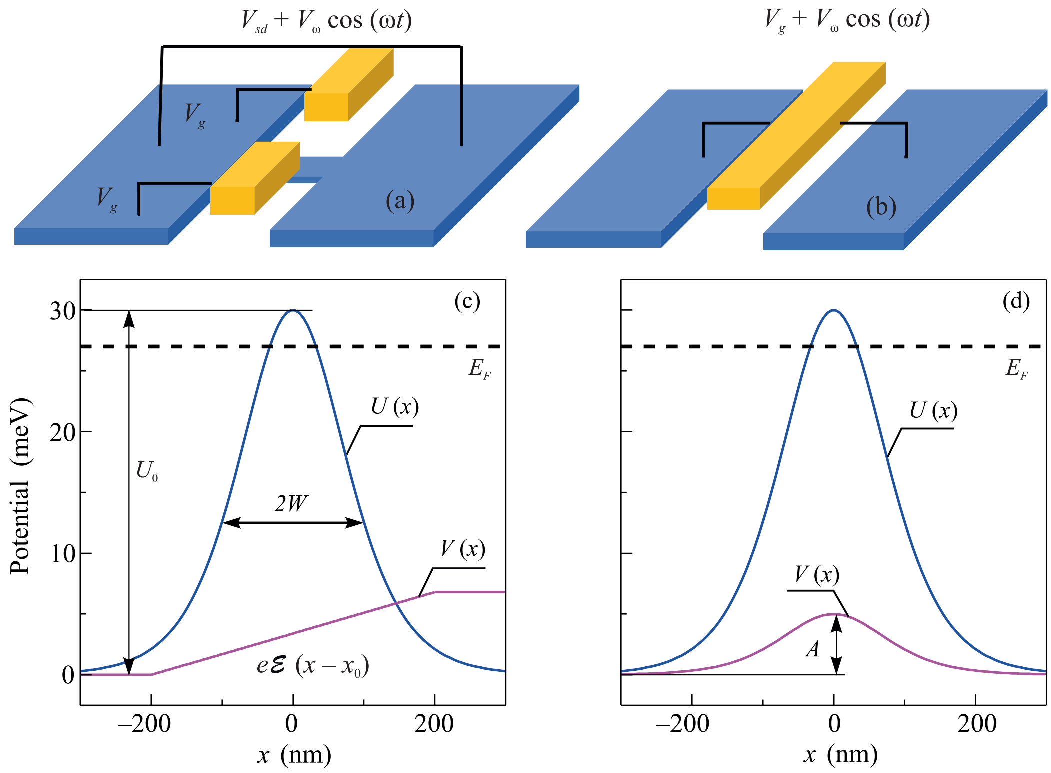

Рис. 9. (Цветной онлайн) (a), (b) – Схематическое изображение затворов над ДЭГ и вариантов приложенных напряжений с добавками от внешнего ВЧ поля. Тип затвора (расщепленный или сплошной) может быть связан с любым вариантом ВЧ добавки (к V_{sd} или к V_g). (c),(d) – Варианты потенциалов в КТК: антисимметричный $V(x)$ отвечает сумме статического и ВЧ тянущих напряжений (a); симметричный $V(x)$ отвечает сумме статического и ВЧ затворных напряжений (b)

$W = 100$ нм. Таким образом, условию $\omega\tau = 1$ отвечает $\hbar\omega = hf = 0.82$ мэВ, и, следовательно [6], весь экспериментально изученный диапазон $\hbar\omega$ от 0.6 до 7 мэВ в КТК далек от условия $\omega\tau \ll 1$, когда можно не решать (1).

Алгоритм решения нестационарного уравнения Шредингера [7], использованный в рассматриваемой нами модели, основан на аппроксимации потенциалов $U(x)$, $V(x)$ кусочно-постоянными функциями. Предполагается, что электрон с начальной энергией E_0 рассеивается на области неоднородности потенциала с поглощением и испусканием n фотонов. Вне этой области статический и динамический потенциалы не зависят от x. Мультиканальная волновая функция $\Psi(x,t)$ является суперпозицией плоских волн на интервалах постоянства потенциала, и амплитуды этих волн определяются из условий сшивки Ψ-функции и ее производной по x на границах соседних интервалов. В результате учитываются все распределенные по x когерентные переходы электрона из канала с E_0 в каналы с $E_n = E_0 + n\hbar\omega$ ($n = -n_{\min}, \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots, n_{\max}$). В итоге находятся парциальные коэффициенты прохождения $D_n(E_0)$ через область неоднородности $U(x)$, $V(x)$ и коэффициенты отражения $R_n(E_0)$ от этой области. Они являются средними по времени, и по ним вычисляются полные коэффициенты прохождения D и отражения R. Число каналов, т.е. границы $-n_{\min}$, $n_{\max}$ определяются достижением требуемой точности равенства $D + R = 1$. Отметим, что данный метод решения уравнения (1) имеет формальное сходство с решением задачи двумерного квантового рассеяния частицы на области неоднородного статического потенциала $U(x,y)$ во многомодовом электронном волноводе [27–29, 47]. Смешивание мод этого волновода аналогично переходам с участием квантов $\hbar\omega$ между каналами одномерной волновой функции в теории ФСТ.

Алгоритм из работы [7] и созданная на его основе компьютерная программа [12] позволяют выполнять расчеты по теории ФСТ для разных профилей потенциалов $U(x)$, $V(x)$ [13–19, 37, 45, 46]. По точности и универсальности этот способ аналогичен простому методу решения стационарного уравнения Шредингера с кусочно-постоянными $U(x)$ [48–50]. В представленных расчетах $U(x)$, $V(x)$ задавались на отрезке $|x| \leq 3W$ с шагом 1 нм, а вне интервала заменялись нулем (или константой в случае антисимметричной функции $V(x)$).

Расчеты относятся к эксперименту, в котором измеренный кондактанс КТК был обычно меньше G_0 независимо от наличия или отсутствия облучения, и не было обнаружено температурной зависимости темнового кондактанса при $T < 10$ К. Квант поперечного финитного движения, определяющий расстояние между одномерными подзонами, в туннельном режиме узкого КТК обычно больше нескольких мэВ, так что прохождением по более высоким одномерным подзонам в туннельном режиме можно пренебречь. В таком случае можно считать справедливой простую формулу Ландауэра: $G = D(E_0)G_0$, где $E_0 = E_F$ и $D(E_0)$ относится к прохождению в нижней одномерной подзоне. Применение формулы Ландауэра при ФСТ с суммированным по нескольким 1D-подзонам коэффициентом прохождения обосновывалось и в общем случае двумерного транспорта в КТК в [51].

На рисунке 10 показан результат расчета в соответствии с описанной моделью зависимости кондак-

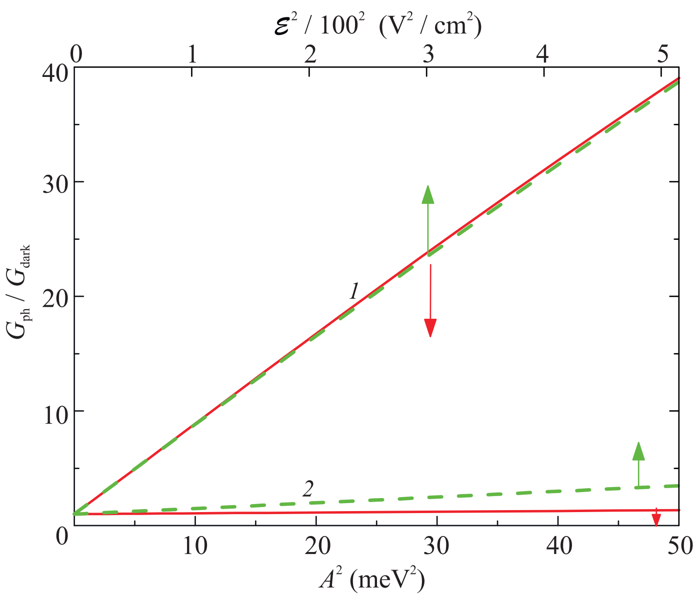

Рис. 10. (Цветной онлайн) Расчетная зависимость кондактанса от $\mathcal{E}^2$ и A^2 для антисимметричного $V(x)$ (зеленый пунктир) и симметричного $V(x)$ (красные линии) в случае $W = 100$ нм, $U_0 - E_F = 3$ мэВ. При $hf = 2.85$ мэВ ($f = 0.69$ ТГц) линии *1* совмещены подбором коэффициента пропорциональности между $\mathcal{E}^2$ и A^2. Линии 2 отвечают случаю $hf = 6.74$ мэВ ($f = 1.63$ ТГц)

танса от параметров $\mathcal{E}^2$ и A^2 в случае действия ВЧ полей терагерцовых частот $f = 0.69$ и 1.63 ТГц, когда $U_0 - E_F = 3$ мэВ ($G_{\mathrm{dark}} = 10^{-3}G_0$). Здесь также был введен коэффициент пропорциональности между $\mathcal{E}^2$ и A^2, который обеспечивает совпадение почти прямых линий для $f = 0.69$ ТГц. При этом вычисленная чувствительность кондактанса к $\mathcal{E}^2$ и A^2 при $f = 1.63$ ТГц оказалась слегка разной, но очень слабой. Таким образом, расчет, результаты которого приведены на рис. 10, дает радикальное различие отклика КТК в туннельном режиме на облучение с $f = 0.69$ и $f = 1.63$ ТГц (рис. 6).

Это различие можно понять из рассмотрения поведения плотности вероятности (см. рис. 11). На нем

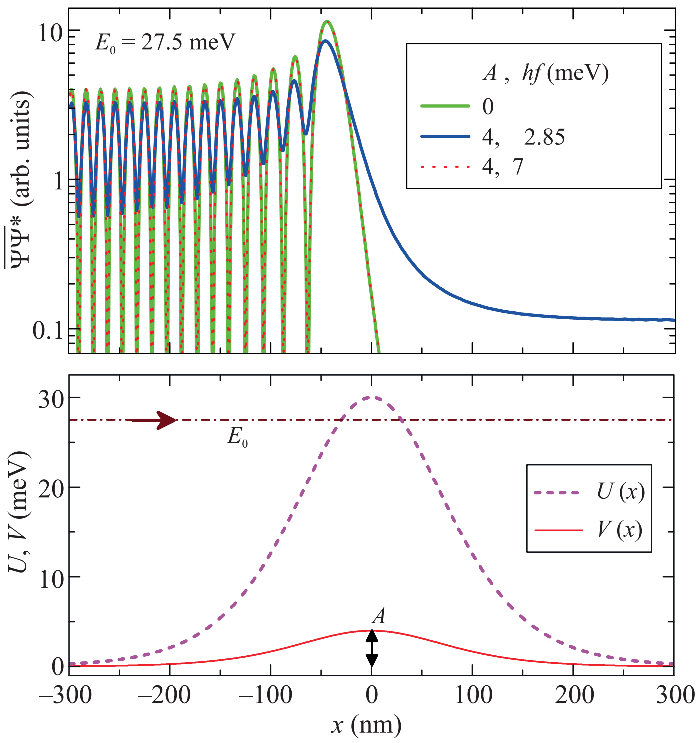

Рис. 11. (Цветной онлайн) Графики плотности вероятности (верхняя панель), для показанных $U(x)$, $V(x)$, $W = 100$ нм, $U_0 = 30$ мэВ, $E_0 = 27.5$ мэВ (нижняя панель); $\overline{|\Psi|^2}$ означает усреднение по t при $A \neq 0$

показаны графики плотности вероятности, которые вычислены в статическом случае универсальной программой моделирования квантовых явлений в одномерных $U(x)$ [50], а в случае добавки $V(x)\cos(\omega t)$ универсальной программой моделирования ФСТ [12]. Отметим, что при $A \neq 0$ показаны усредненные по t плотности вероятности. Пусть начальная энергия электрона $E_0 = 27.5$ мэВ отвечает слабому прохождению через барьер ($D = 0.0022$) при $A = 0$. Из рисунка 11 видно, что электрон тормозится возле точки поворота и $|\Psi|^2$ здесь увеличивается в 3 раз по сравнению с локальными максимумами $|\Psi|^2 = 4$ в области отражения, где вол-

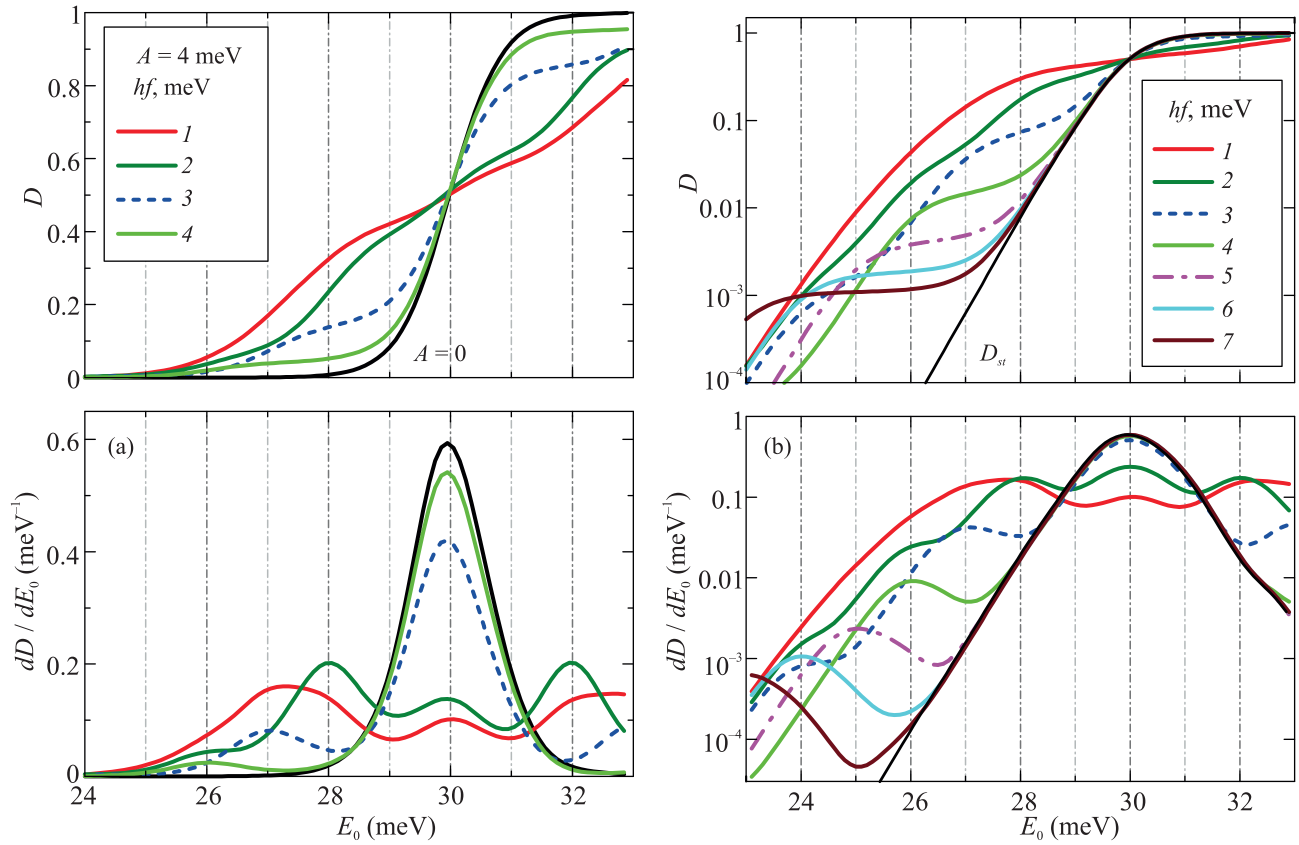

Рис. 12. (Цветной онлайн) Зависимость $D(E_0)$ и dD/dE_0 от энергии для симметричного (a) и антисимметричного (b) $V(x)$ при $W = 100$ нм, $U_0 = 30$ мэВ, $A = e\mathcal{E}\cdot 2W = 4$ мэВ и указанных $hf \geq 1$ мэВ в глубоком туннельном режиме

на является почти стоячей (в локальных минимумах $|\Psi|^2 \to 0$). Пусть $hf = 2.85$ мэВ ($f = 0.69$ ТГц), что отвечает возможному переходу электрона в канал $E_1 = E_0 + hf = 30.35$ мэВ, в котором достигается максимальная плотность состояний при прохождении через статический барьер $U(x)$ при $A = 0$. При $W = 100$ нм, $U_0 = 30$ мэВ максимальная плотность состояний в точке $x = 0$ (сумма плотностей вероятности при падении частиц на барьер с двух сторон [29]) достигается при $E_0 - U_0 = 0.35$ мэВ, когда $D(E_0) = 0.7$. Теория ФСТ при $A \sim e\mathcal{E}\cdot 2W \sim \hbar\omega$ дает в этом случае существенный рост $D(E_0)$ по сравнению с прохождением через статический барьер ($D = 0.0022$). Так, при $A = 4$ мэВ коэффициенты прохождения и отражения являются следующими: $R_{-1} = 0.32$, $R_0 = 0.45$, $R_1 = 0.06$, $D_1 = 0.07$, и полное D увеличивается почти в 55 раз ($D = 0.12$) по сравнению со случаем без ВЧ поля. Соответственно, на рис. 11 видны радикальные изменения в области отражения и прохождения при сравнении графиков плотности вероятности, отвечающих $A = 0$ и $A = 4$ мэВ при $hf = 2.85$ мэВ. Напротив, при $A = 4$ мэВ и $\hbar\omega = 7$ мэВ плотность вероятности и $D(E_0)$ не меняются по сравнению со случаем $A = 0$, т.е. переходы электрона из $E_0 = 27.5$ мэВ в дополнительные каналы почти полностью подавлены. Это подавление можно понять, исходя из принципа детального равновесия, по которому прямой и обратный переходы с участием фотона равновероятны. Так электрон, летящий навстречу фотовозбужденному и имеющий начальную энергию $E_0 = 35.5$ мэВ, т.е. выше верхушки барьера, практически не чувствует неоднородного статического потенциала $U(x)$, поскольку с огромной точностью $D(E_0) = 1$. Поэтому нет необходимости такому электрону вместо почти свободного движения переходить в состояние ниже верхушки барьера с испусканием фотона с $\hbar\omega = 7$ мэВ и существенным отражением от барьера. Следовательно, в теории ФСТ сильный рост кондактанса КТК при действии ВЧ поля с $f = 0.69$ ТГц объясняется эффективным однофотонным переходом к вершине барьера, а отсутствие отклика в случае $E_0 = 27.5$ мэВ и $f = 1.63$ ТГц – подавлением перехода в канал с более высоким $E_1 = E_0 + \hbar\omega = 35.5$ мэВ, где уже нет повышенной плотности состояний. Интересны результаты моделирования для такого же барьера с

$W \approx 100$ нм в более глубоком туннельном режиме $U_0 - E_0 > 3$ мэВ. Они предсказывают появление фотонных ступеней на зависимостях $D(E_0)$, т.е. пики в dD/dE_0 [52, 53] (см. рис. 12). Из рисунка 12 видно, что при $hf \geq 2$ мэВ на зависимостях $D'(E_0)$ присутствуют пики, ширина которых совпадает с шириной основного пика $\hbar/\tau$ при $U_0 - E_0 = 0$, остающегося в случае статического барьера (линия, обозначенная "D_{st}"). Положение этих фотонных реплик основного пика отвечает условию $U_0 - E_0 = n\hbar\omega$ независимо от формы и амплитуды $V(x)$, а также от небольших изменений W [52, 54]. При $hf = 1$ мэВ виден лишь дополнительный широкий максимум на графиках $D'(E)$, для которого не выполнено $U_0 - E_0 = n\hbar\omega$. Фотонные пики в этом максимуме не разделяются, поскольку должны следовать чаще, чем ширина основного пика $\hbar/\tau$. Отметим, что такой же результат получается для на порядок меньших энергий фотонов $hf = 0.6$, 0.7 мэВ.

4. Теория и эксперимент: сравнительный анализ. Анализ того, насколько предложенная и описанная в предыдущем разделе теоретическая модель ФСТ адекватно описывает экспериментальное поведение гигантского терагерцового и микроволнового кондактанса КТК в туннельном режиме дается в данном разделе. На рисунке 13a представлены экспериментальные и расчетные зависимости фотокондактанса G_{ph}/G_0 от величины темнового кондактанса $G_{\mathrm{dark}}(V_g)/G_0$ для двух КТК со сплошным затвором и одного с расщепленным, изготовленных на основе двух различных гетероструктур (562 и 1202), параметры которых описаны в первом разделе. В расчетах подгоночными параметрами были величина W, характеризующая потенциал Эккарта, и A, пропорциональная напряженности электрического поля падающей волны. Хорошо видно, что и экспериментальная и расчетная зависимости согласуются между собой не только качественно, но и количественно. Следует отметить, что на обеих зависимостях ясно видны области перегиба при $G_{\mathrm{dark}} < 0.1G_0$, что, возможно, свидетельствует о появлении первой фотонной ступеньки. Также обратим внимание, характерная ширина W барьера близка к литографической, и, как следовало ожидать, она меньше для КТК с расщепленным затвором, чем со сплошным. Из полученных из подгонки данных о параметре A было найдено, что величина напряженности электрического поля терагерцового излучения в области КТК должна в несколько десятков раз превышать величину электрического поля падающего излучения. Подобное усиление в окрестности КТК можно объяснить эффектами ближнего поля, возникающими при

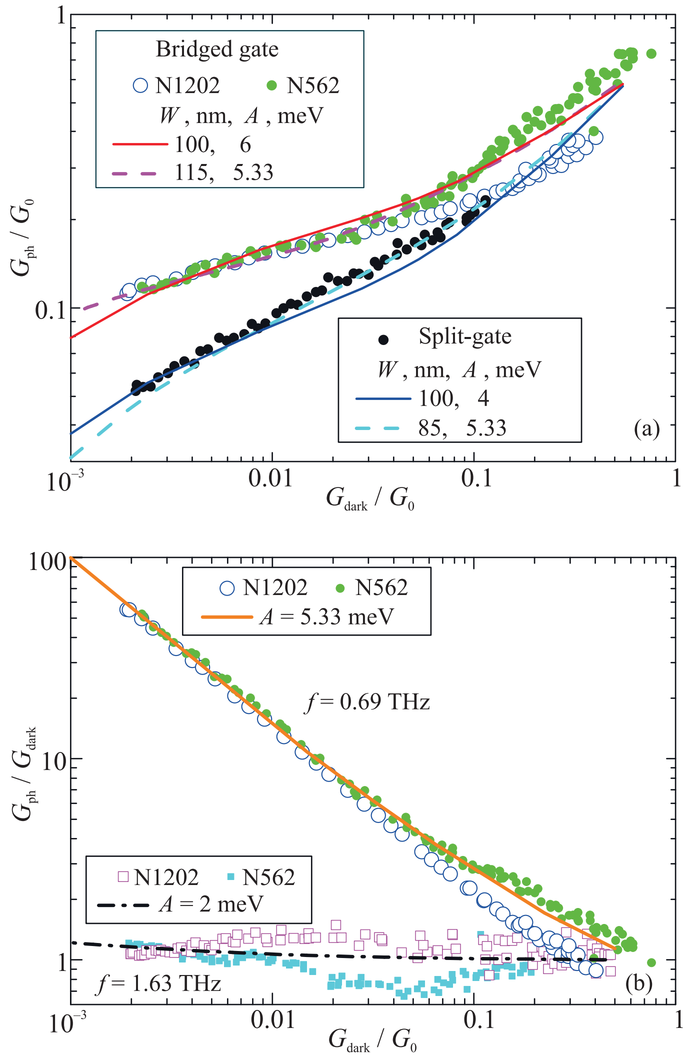

Рис. 13. (Цветной онлайн) (a) — Вычисленная зависимость кондактанса КТК $G_{\mathrm{ph}}(G_{\mathrm{dark}})$ (линии) на фоне экспериментальных точек при действии ВЧ поля с частотой $f = 0.69$ ТГц и симметричным $V(x)$ для указанных типов структур и пар параметров W, A. (b) – Экспериментальные в случае сплошного затвора и расчетные в случае $W = 115$ нм данные для двух частот 0.69 и 1.63 ТГц

дифракции излучения на металлических затворах, формирующих КТК. Экспериментальные и расчетные данные для двух частот 0.69 и 1.63 ТГц показаны на рис. 13b. Он также демонстрирует хорошее согласие теоретических расчетов и экспериментальных данных, причем эффект подавления влияния излучения на кондактанс при повышении частоты в 2.4 раза прекрасно виден и в расчете, и в эксперименте. Полученное согласие эксперимента и теории позволяет построить следующую качественную картину. При облучении КТК в туннельном режиме излучением 0.69 ТГц возникает резкое фотонно-стимулированное увеличение туннельной прозрачности барьера, когда электрон на уровне Ферми, поглощая фотон, приобретает энергию, фактически соответствующую вершине барьера ($hf = U_0 - E_F$), и тем самым экспоненциально сильно увеличивает коэффициент прохождения через него. Но как только энергия фотона превышает величину расстояния между вершиной барьера и энергией Ферми ($hf > U_0 - E_F$), то есть когда его энергия соответствует надбарьерному прохождению, он отражается от него, что приводит к парадоксальному с точки зрения классического фотоэффекта результату – фотоэффект отсутствует.

Сравнение эксперимента и теории в микроволновой области частот представлено на рис. 14. На рисунке 14a показаны результаты для частоты 145 ГГц в виде экспериментальных (точки) и расчетных (линии) зависимостей $G_{\rm ph}/G_0$ от мощности излучения при различных значениях затворного напряжения (т.е. значениях $G_{\rm dark}$), а на рис. 14b показана зависимость G_{ph}/G_0 от квадрата амплитуды электрического поля излучения. Из рисунка 14a видно, что $G_{\rm ph}$ пропорционально P^{β}, а с ростом $G_{\rm dark}$ показатель степени понижается. На вставке к рис. 14b показана зависимость туннельной прозрачности от числа поглощаемых фотонов, из которой можно сделать вывод, что при частоте 170 ГГц основной вклад в эффект дают трехфотонные процессы. Следует отметить, что, чтобы согласовать величины фотосигнала и при подгонке кривых, на рис. 14 необходимо было предположить, что в области КТК, также как и при терагерцах, возникает многократное, в десятки раз, усиление микроволнового излучения. Таким образом, сравнительный анализ развитой в работах [37, 45, 53] теоретической модели фотонно-стимулированного туннелирования электронов через одномерный потенциальный барьер КТК, описываемый простым выражением Эккарта, и экспериментально измеренного гигантского терагерцового и микроволнового фотокондактанса КТК в туннельном режиме позволяет сделать вывод, что фотонно-стимулированное туннелирование является фундаментальным свойством КТК на основе высокоподвижного ДЭГ в гетероструктурах и квантовых ямах на основе системы AlGaAs/GaAs.

Заключение. В данном обзоре дано краткое изложение экспериментальных и теоретических работ по фотонно-стимулированному когерентному электронному транспорту в различных микро- и наноструктурах. Основное внимание уделено недавним исследованиям влияния терагерцового и микроволнового полей на квантовый точечный контакт в туннельном режиме. Показано, что его поведение под

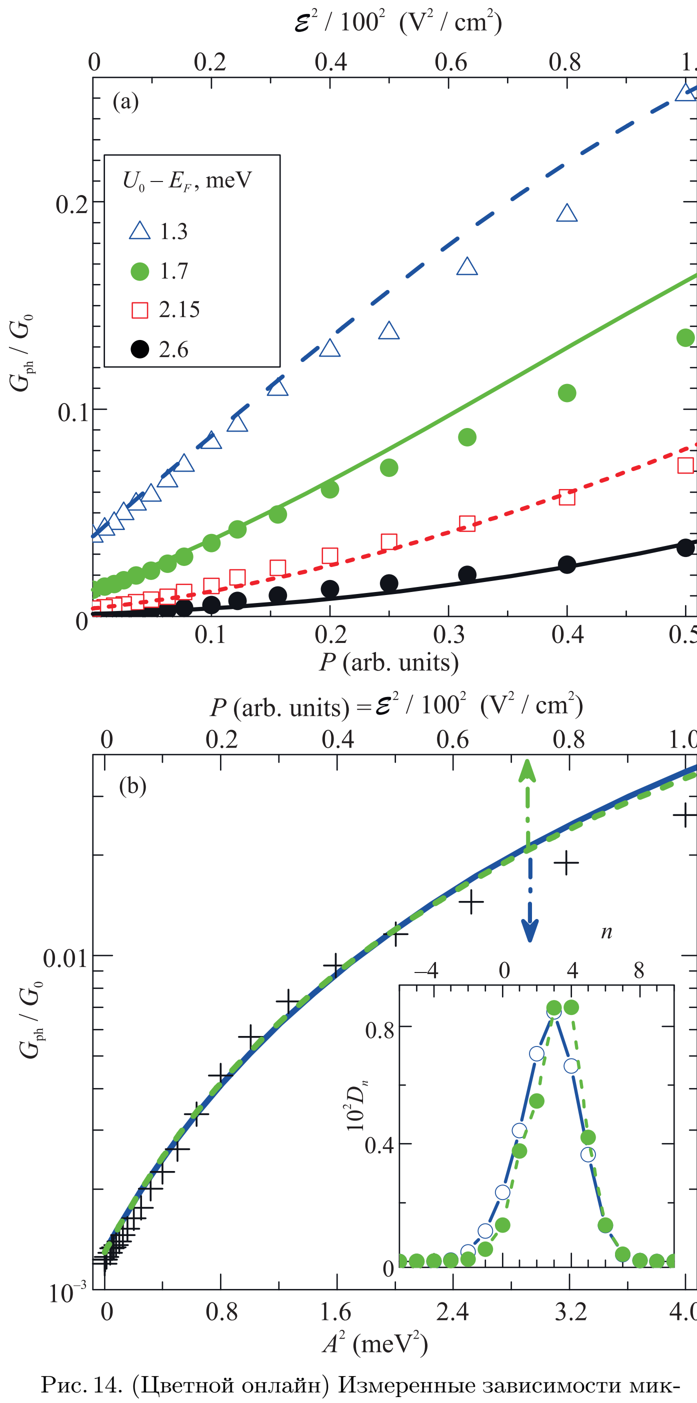

Рис. 14. (Цветной онлайн) Измеренные зависимости микроволнового фотокондактанса $G_{\rm ph}(P)$ (точки) для некоторых $G_{\rm dark}$ и вычисленные зависимости $G_{\rm ph}(P)$ (линии) для соответствующих им значений $U_0 - E_F$. (a) – Эксперимент при $f = 0.145$ ТГц и расчет для антисимметричного $V(x)\cos(\omega t)$ при $hf = 0.6$ мэВ. (b) – Эксперимент при $f = 0.17$ ТГц и расчет для случаев симметричного (сплошная линия) и антисимметричного (пунктир) $V(x)\cos(\omega t)$ при $hf = 0.7$ мэВ, $U_0 - E_F = 2.6$ мэВ. На вставке тем же цветом показан вклад каналов $E_n = E_F + nhf$ $(-6 \le n \le 10)$ в полный коэффициент прохождения $D \approx 0.02$

действием терагерцового и микроволнового излучения демонстрирует новые, не исследованные ранее эффекты туннелирования электрона через одномерный потенциальный барьер в поле высокочастотной волны. Результаты расчетов в рамках теории фотонно-стимулированного транспорта через плавный одномерный барьер находятся в количественном согласии с результатами измерений кондактанса квантового точечного контакта в туннельном режиме и хорошо описывают экспериментальное поведение гигантского терагерцового и микроволнового фотокондактанса квантовых точечных контактов в туннельном режиме, изготовленных на основе высокоподвижного ДЭГ в GaAs гетероструктурах и квантовых ямах. Проведенные исследования показывают, что задача об одномерном плавном барьере, имеющая важное значение при изучении основ квантовой механики [21], имеет ряд интересных, новых и неожиданных обобщений при рассмотрении туннелирования в поле высокочастотной волны. Поэтому дальнейшее и экспериментальное и теоретическое развитие физики фотонно-стимулированного туннелирования через КТК является интересным и многообещающим. В частности, с точки зрения новых экспериментов актуальным является изучение более глубокого, чем ранее, туннельного режима с целью обнаружения предсказываемых расчетом фотонных ступеней. Не менее интересным является исследование эффекта в магнитном поле, в особенности, в условиях циклотронного резонанса туннелирующих электронов. Важным является расширение микроволнового диапазона в область низких частот, когда задача о фотонно-стимулированном туннелировании трансформируется в статическую, и выполняется условие $\omega\tau \ll 1$. Особого внимания заслуживает изучение перспективы создания на основе эффекта фотонно-стимулированного туннелирования нового класса приемников терагерцового и микроволнового излучения с необычно широким частотным диапазоном работы от 1 ГГц до 1 ТГц. Предварительные оценки вольт-ваттной чувствительности и пороговой мощности излучения дают значения, близкие к тем, которыми характеризуются приемники на барьерах Шоттки. С этой точки зрения интересной является задача исследования микроволнового и терагерцового отклика коротко-канальных кремниевых МОП-транзисторов в субпороговом режиме. Обнаружение предсказываемого для них гигантского фотокондактанса открывает реальную возможность создания матричных приемников на основе хорошо развитой и надежной технологии кремниевых МОП-интегральных схем.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 20-02-00385).

Авторы благодарят В. Л. Альперовича и А. Г. Погосова за обсуждения и полезные замечания.

1. A. H. Dayem and R. J. Martin, Phys. Rev. Lett. **8**, 246 (1962).
2. P. K. Tien and J. P. Gordon, Phys. Rev. **129**, 647 (1963).
3. V. A. Chitta, R. E. M. de Bekker, J. C. Maan, S. J. Hawksworth, J. M. Chamberlain, M. Henini, and G. Hill, Semicond. Sci. Technol. **7**, 432 (1992).
4. P. S. S. Guimarães, B. J. Keay, J. P. Kaminski, S. J. Allen, Jr., P. F. Hopkins, A. C. Gossard, L. T. Florez, and J. P. Harbison, Phys. Rev. Lett. **70**, 3792 (1993).
5. H. Drexler, J. S. Scott, S. J. Allen, K. L. Campman, and A. C. Gossard, Appl. Phys. Lett. **67**, 2816 (1995).
6. M. Büttiker and R. Landauer, Phys. Rev. Lett. **49**, 1739 (1982).
7. D. D. Coon and H. C. Liu, J. Appl. Phys. **58**, 2230 (1985).
8. D. Sokolovski, Phys. Rev. B **37**, 4201 (1988).
9. R. A. Sacks and A. Szoke, Phys. Rev. A **40**, 5614 (1989).
10. М. Ю. Сумецкий and М. Л. Фельштын, Письма в ЖЭТФ **53**, 24 (1991).
11. M. J. Hagmann, J. Appl. Phys. **78**, 25 (1995).
12. D. G. Baksheyev, O. A. Tkachenko, and V. A. Tkachenko, *Physics, Chemistry and Application of Nanostructures*, ed. by V. E. Borisenko, A. B. Filonov, S. V. Gaponenko, and V. S. Gurin, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus (1995), p. 268.
13. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheyev, and H. Nejoh, *Quantum coherence and decoherence, Proceedings of the 5th International Symposium on Foundations of Quantum Mechanics in the Light of New Technology (ISQM-Tokyo'95), Japan, August 21–24, 1995*, ed. by K. Fujikawa and Y. A. Ono, Elsevier, N.Y., North Holland (1996), p. 207.
14. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, and D. G. Baksheyev, *Physics, Chemistry and Application of Nanostructures*, ed. by V. E. Borisenko, A. B. Filonov, S. V. Gaponenko, and V. S. Gurin, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus (1995), p. 126.
15. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheyev, and A. S. Jaroshevich, in *Proc. of the 22 Intern. Symp. on Compound Semiconductors, Cheju Island, Korea, 28 Aug. – 2 Sept., 1995. Inst. Phys. Conf. Ser. N 145: Ch. 10*, ed. by J. C. Woo and Y. S. Park, Institute of Physics Publishing, Bristol, UK (1996), p. 1193.
16. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, and D. G. Baksheyev, J. Appl. Phys. **81**, 1771 (1997).

17. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, and D. G. Baksheyev, Phys. Rev. B **53**, 4672 (1995).
18. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, and D. G. Baksheyev, Phys. Rev. B **54**, 13452 (1996).
19. O. A. Tkachenko, D. G. Baksheyev, V. A. Tkachenko, and M. B. Wojtsekhowski, Physica B **249–251**, 373 (1998).
20. C. Eckart, Phys. Rev. **35**, 1303 (1930).
21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, М. (1974), с. 105.
22. J.-Y. Ge and J. Z. H. Zhang, J. Chem. Phys. **105**, 8628 (1996).
23. K. Takahashi and K. S. Ikeda, Phys. Rev. E. **86**, 056206 (2012).
24. B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988).
25. D. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones, J. Phys. C: Solid State Phys. **21**, L209 (1988).
26. M. Büttiker, Phys. Rev. B **41**, 7906 (1990).
27. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheyev, K. S. Pyshkin, R. H. Harrell, E. H. Linfield, D. A. Ritchie, and C. J. B. Ford, J. Appl. Phys. **89**, 4993 (2001).
28. C.-T. Liang, O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheyev, M. Y. Simmons, D. A. Ritchie, and M. Pepper, Phys. Rev. B **70**, 195324 (2004).
29. О. А. Ткаченко, В. А. Ткаченко, Письма в ЖЭТФ **96**, 804 (2012).
30. C. Karadi, S. Jauhar, L. P. Kouwenhoven, K. Wald, J. Orenstein, P. L. McEuen, Y. Nagamune, and H. Sakaki, J. Opt. Soc. Am. B **11**, 2566 (1994).
31. R. A. Wyss, C. C. Eugster, J. A. del Alamo, and Q. Hu, Appl. Phys. Lett. **63**, 1522 (1993).
32. T. J. B. M. Janssen, J. C. Maan, J. Singleton, N. K. Patel, M. Pepper, J. E. F. Frost, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones, J. Phys.: Condens. Matter. **6**, L163 (1994).
33. R. A. Wyss, C. C. Eugster, J. A. del Alamo, Q. Hu, M. J. Rooks, and M. R. Melloch, Appl. Phys. Lett. **66**, 1144 (1995).
34. J. W. Song, G. R. Aizin, J. Mikalopas, Y. Kawano, K. Ishibashi, N. Aoki, J. L. Reno, Y. Ochiai, and J. P. Bird, Appl. Phys. Lett. **97**, 083109 (2010).
35. J. W. Song, N. A. Kabir, Y. Kawano, K. Ishibashi, G. R. Aizin, L. Mourokh, J. L. Reno, A. G. Merkelz, and J. P. Bird, Appl. Phys. Lett. **92**, 223115 (2008).
36. A. D. Levin, G. M. Gusev, Z. D. Kvon, A. K. Bakarov, N. A. Savostianova, S. A. Mikhailov, E. E. Rodyakina, and A. V. Latyshev, Appl. Phys. Lett. **107**, 072112 (2015).
37. M. Otteneder, Z. D. Kvon, O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, A. S. Jaroshevich, E. E. Rodyakina, A. V. Latyshev, and S. D. Ganichev, Phys. Rev. Appl. **10**, 0140157 (2018).
38. K.-J. Friedland, R. Hey, H. Kostial, R. Klann, and K. Ploog, Phys. Rev. Lett. **77**, 4616 (1996).
39. А. А. Быков, А. К. Бакаров, Л. В. Литвин, А. И. Торопов, Письма в ЖЭТФ **72**, 300 (2000).
40. З. Д. Квон, Г. М. Гусев, А. Д. Левин, Д. А. Козлов, Е. Е. Родякина, А. В. Латышев, Письма в ЖЭТФ **98**, 806 (2013).
41. А. А. Быков, И. С. Стрыгин, А. В. Горан, Д. В. Номоконов, А. К. Бакаров, Письма в ЖЭТФ **112**, 475 (2020).
42. Z. D. Kvon, S. N. Danilov, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretsky, and S. D. Ganichev, Physica E **40**, 1885 (2008).
43. М. Л. Савченко, З. Д. Квон, С. Кандуссио, Н. Н. Михайлов, С. А. Дворецкий, С. Д. Ганичев, Письма в ЖЭТФ **108**, 253 (2018).
44. З. Д. Квон, М. Л. Савченко, Д. А. Козлов, Е. Б. Ольшанецкий, А. С. Ярошевич, Н. Н. Михайлов, Письма в ЖЭТФ **112**, 174 (2020).
45. О. А. Ткаченко, В. А. Ткаченко, З. Д. Квон, Письма в ЖЭТФ **102**, 417 (2015).
46. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, and Z. D. Kvon, JETP Lett. **103**, 555 (2016).
47. О. А. Ткаченко, В. А. Ткаченко, Д. Г. Бакшеев, О. П. Сушков, Письма в ЖЭТФ **112**, 196 (2020).
48. R. G. Gordon, J. Chem. Phys. **51**, 14 (1969).
49. Р. Гордон, *Вычислительные методы в физике атомных и молекулярных столкновений*, Мир, М. (1974), с. 82.
50. V. A. Tkachenko, O. A. Tkachenko, G. L. Kotkin, and V. G. Tupitsin, Physica B **175**, 75 (1991).
51. F. A. Maao and L. Y. Gorelik, Phys. Rev. B **53**, 15885 (1996).
52. О. А. Ткаченко, В. А. Ткаченко, Д. Г. Бакшеев, З. Д. Квон, Письма в ЖЭТФ **108**, 422 (2018).
53. О. А. Ткаченко, В. А. Ткаченко, Д. Г. Бакшеев, Сибирский физический журнал **13**(4), 74 (2018).
54. O. A. Tkachenko, D. G. Baksheev, V. A. Tkachenko, Z. D. Kvon, A. S. Yaroshevich, E. E. Rodyakina, and A. V. Latyshev, Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing **55**, 480 (2019).