Письма в ЖЭТФ, том 113, вып. 7, с. 486 – 491 © 2021 г. 10 апреля

Керровские нелинейности в оптомеханической системе с несимметричным ангармоническим механическим резонатором

А. П. Сайко[+1)], *Г. Г. Федорук*[*], *С. А. Маркевич*[+]

ГО "НПЦ НАН Беларуси по материаловедению", 220072 Минск, Беларусь

[*]*Institute of Physics, University of Szczecin, 70-451 Szczecin, Poland*

Поступила в редакцию 17 декабря 2020 г.
После переработки 3 марта 2021 г.
Принята к публикации 9 марта 2021 г.

В рамках несекулярной теории возмущений, основанной на методе усреднения Боголюбова, исследуется оптомеханическая система с несимметричным ангармоническим механическим резонатором. Построенный эффективный гамильтониан содержит кросс-керровское взаимодействие и керровское самодействие фотонов и вибрационных квантов. Эти взаимодействия вызваны как кубической, так и квартетной нелинейностями колебаний механического резонатора, и оптомеханической связью, линейной по механическим смещениям. Продемонстрировано бистабильное поведение среднего числа вибрационных квантов, которое управляется кросс-керровским взаимодействием. Показано, что в отсутствие возбуждения и диссипации построенные суперпозиционные состояния типа Юрке–Столера оптического (или механического) резонатора в определенные моменты времени распутывают запутанные моды системы. Полученные результаты открывают новые возможности управления оптомеханическими системами с несимметричными механическими колебаниями.

DOI: 10.31857/S1234567821070107

Оптомеханические системы дают возможность управления светом с помощью механического движения и наоборот. Связь между светом и колебаниями механического резонатора обычно достигается посредством давления света. Эта связь приводит к изменению резонансной частоты механического резонатора и его затухания, что может использоваться для охлаждения механических колебаний [1–3] или их усиления [4]. Нелинейность оптомеханического взаимодействия позволяет реализовать квантовые сжатые состояния [5]. Такие состояния могут быть созданы только в режиме сильной связи [6], когда константа связи больше скоростей затухания оптического и механического резонаторов. При сильном оптическом управляющем поле можно реализовать режим многофотонной сильной связи и большинство наблюдаемых физических явлений объясняются в рамках линейного описания [6]. В этом случае были исследованы неклассические состояния [7, 8], квантовая запутанность [9–11], передача квантового состояния [12–14], оптомеханически индуцированная прозрачность [15–17] и расщепление нормальных мод [18, 19]. Оптомеханическое взаимодействие по своей сути нелинейно [6]. В экспериментах эта нелинейность до сих пор играла роль только в классическом режиме световых и механических колебаний большой амплитуды.

Взаимодействие оптического и механического резонаторов может быть усилено, например, за счет нелинейности, связанной с эффектом Джозефсона [20]. Эта нелинейность приводит к дополнительному нелинейному взаимодействию, а именно, к кросс-керровской связи между оптическим и механическим резонаторами. Взаимодействия более высокого порядка по смещениям были исследованы также в устройствах со специальной геометрией механического резонатора [21–23]. Кросс-керровская связь вызывает изменение показателя преломления оптического резонатора, зависящее от количества квантов механических колебаний, тогда как связь посредством давления излучения вызывает эффект Керра, зависящий от смещения механического резонатора. В нелинейной оптике [24] эффект Керра обычно возникает в нелинейных диспергирующих средах из-за третьего порядка взаимодействия света с веществом. Было показано [25], что нелинейный гамильтониан Керра может быть записан в явном виде с использованием приближения Борна–Оппенгеймера для стандартного гамильтониана оптомеханической системы (в системе отсчета, вращающейся с частотой

[1)]e-mail: saiko@physics.by

управляющего поля). Тот же результат был получен при использовании поляроноподобного преобразования [26, 27].

Механические резонаторы оптомеханических систем обычно моделируются гармоническими осцилляторами или, реже, нелинейными осцилляторами Дуффинга с нелинейностью четвертого порядка, которая обычно слаба. Однако нелинейность механических резонаторов может быть значительно увеличена за счет технологических усовершенствований используемых материалов, геометрии системы и дополнительных приспособлений [28–30]. Для механических резонаторов роль асимметричных потенциалов, которые не инвариантны относительно изменения знака смещения, менее изучена. Мы имеем в виду осцилляторы с потенциалами, включающими линейный и кубический члены по смещению. Оптомеханические системы, в которых механический резонатор моделируется ангармоническим осциллятором с вынуждающими членами, зависящими от кулоновского взаимодействия, были рассмотрены в [31–33]. В рамках этой модели была изучена возможность прецизионного измерения электрического заряда с использованием оптомеханической индуцированной прозрачности [31], зависящий от кулоновского взаимодействия эффект генерации боковых полос высокого порядка [32], а также индуцированная кулоновской силой прозрачность и преобразование между медленным и быстрым светом [33]. Недавно была рассмотрена электромагнитная индуцированная прозрачность при наличии подвижного зеркала в кубическом потенциале [34]. Был проанализирован стационарный механический сквизинг благодаря дуффинговской и кубической нелинейностям [35]. В [36] изучались также дуффинговский и кубический ангармонизмы квантовых осцилляторов в оптомеханическом резонаторе.

В данной работе в рамках несекулярной теории возмущений, основанной на методе усреднения Боголюбова, исследуется оптомеханическая система с несимметричным ангармоническим механическим резонатором. Из-за усреднения ангармонические механические колебания, кубические и квартетные по смещениям, вместе с линейным по смещениям взаимодействием оптического и механического резонаторов приводят к керровской и кросс-керровской нелинейностям, которые являются определяющими особенностями оптомеханической системы.

Физические свойства типичной оптомеханической системы можно описать в рамках следующего гамильтониана [6]:

$$H = H_0 + V, \tag{1}$$

$$H_0 = \omega_c a^\dagger a + \Omega b^\dagger b, \;\; V = -g a^\dagger a (b^\dagger + b),$$

где ω_c – частота оптического резонатора, Ω – механическая частота, g – константа оптомеханической связи, а a (b) – оператор аннигиляции фотона (вибрационного кванта) (полагаем постоянную Планка $\hbar = 1$). Колебания механического резонатора в потенциале с малыми членами кубической и четвертой степени по смещениям учитываются формулой

$$V_{anh} = \frac{1}{6} v (b + b^\dagger)^3 + \frac{1}{6} w (b + b^\dagger)^4, \tag{2}$$

где $v = v^0 (1/2m\Omega)^{3/2}$, $w = w^0 (1/2m\Omega)^2$, m – масса механического резонатора, v^0 и w^0 – параметры, описывающие величины кубической и квартетной нелинейностей соответственно. Эти нелинейности могут быть реализованы за счет особой конструкции механического резонатора. Например, механический резонатор в [31–33] моделируется осциллятором с нелинейными членами, зависящими от кулоновского взаимодействия. В представлении взаимодействия нелинейные члены имеют вид

$$e^{iH_0 t}(V + V_{anh}) e^{-iH_0 t} = -g a^\dagger a (b^\dagger e^{i\Omega t} + \text{H.c.}) +$$
$$+ \frac{1}{6} v (b^\dagger e^{i\Omega t} + \text{H.c.})^3 + \frac{1}{6} w (b^\dagger e^{i\Omega t} + \text{H.c.})^4 \equiv H_{\text{int}}(t). \tag{3}$$

Поскольку для реальных оптомеханических систем неравенства $\Omega \gg g, v, w$ хорошо выполняются, мы можем использовать несекулярную теорию возмущений для усреднения быстрых колебаний $e^{\pm \text{in}\Omega t}$ (где $n = 1, 2, 3, 4$) в нестационарном гамильтониане взаимодействия (3) и получить приближенно диагональный (или диагональный), не зависящий от времени эффективный гамильтониан. В каноническом виде это можно реализовать с помощью метода усреднения Боголюбова [37–39]. Усредняя до второго порядка по малым параметрам g/Ω, v/Ω, w/Ω, получаем

$$H_{\text{int}} \to H_{\text{int}}^{\text{eff}} = H_{\text{int},1}^{\text{eff}} + H_{\text{int},2}^{\text{eff}},$$

где

$$H_{\text{int},1}^{\text{eff}} = \langle H_{\text{int}}(t) \rangle,$$

$$H_{\text{int},2}^{\text{eff}} = \frac{i}{2} \langle [\int^t d\tau (H_{\text{int}}(\tau) - \langle H_{\text{int}}(\tau) \rangle), H_{\text{int}}(t)] \rangle. \tag{4}$$

Здесь символ $\langle ... \rangle$ обозначает усреднение по времени по быстрым колебаниям типа $e^{\pm \text{in}\Omega t}$, задаваемым $\langle O(t) \rangle = \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} O(t) dt$, верхний предел t неопределенного интеграла указывает переменную, от которой зависит результат интегрирования, а квадратные скобки обозначают операцию коммутации.

Расчеты, основанные на формуле (4), дают:

$$H_{\text{int},1}^{\text{eff}} = w (b^\dagger b + b^\dagger b b^\dagger b),$$

$$H^{\mathrm{eff}}_{\mathrm{int},2}=\frac{gv}{\Omega}a^\dagger a-\frac{5v^2}{6\Omega}b^\dagger b-$$
$$-\frac{g^2}{\Omega}a^\dagger a a^\dagger a+\frac{2gv}{\Omega}a^\dagger a b^\dagger b-\frac{5v^2}{6\Omega}b^\dagger b b^\dagger b. \qquad (5)$$

Вкладами, пропорциональными $(w/\Omega)^2$, vw/Ω^2 и gw/Ω^2, мы пренебрегли.

Введем также вынуждающие члены для оптического резонатора $H_{d,a}=i\varepsilon(a^\dagger e^{-i\omega_d t}-\mathrm{H.c.})$ и для механического резонатора $H_{d,b}=i\eta(b^\dagger e^{-i\Omega_d t}-\mathrm{H.c.})$, где ε и η – амплитуды фотонного и вибрационного управляющих полей. Используя операторы эволюции $U_a=e^{i\omega_d a^\dagger a t}$ и $U_b=e^{i\Omega_d b^\dagger b t}$, эффективный гамильтониан во вращающейся системе отсчета можно записать как

$$H^{\mathrm{eff}}=H^{\mathrm{eff}}_0+H^{\mathrm{eff}}_1+H_d, \qquad (6)$$

$$H^{\mathrm{eff}}_0=\tilde\omega_c a^\dagger a+\tilde\Omega b^\dagger b,$$

$$H^{\mathrm{eff}}_1=-\chi_a a^\dagger a a^\dagger a+\chi_{ab}a^\dagger a b^\dagger b-\chi_b b^\dagger b b^\dagger b,$$

$$H_d=i\varepsilon(a^\dagger-a)+i\eta(b^\dagger-b),$$

где $\Delta=\omega_c-\omega_d$, $\delta=\Omega-\Omega_d$, $\tilde\omega_c=\Delta+gv/\Omega$, $\tilde\Omega=\delta-5v^2/6\Omega+w$, $\chi_a=g^2/\Omega$, $\chi_b=5v^2/6\Omega-w$, $\chi_{ab}=2gv/\Omega$.

Гамильтониан H^{eff}_0 представляет во вращающейся системе отсчета оптический и механический резонаторы с перенормированными частотами из-за ангармоничностей кубической и четвертой степени. Первый член в H^{eff}_1 описывает керровское взаимодействие фотонов в оптическом резонаторе; второй член представляет собой кросс-керровское взаимодействие фотонов и вибрационных квантов, индуцированное интерференционным вкладом кубической нелинейности колебаний механического резонатора и линейного по механическим смещениям взаимодействия оптического и механического резонаторов; третий член описывает керровское механическое самодействие механического резонатора. Следовательно, обратное действие линейных колебаний механического резонатора в оптическом резонаторе приводит к эффекту Керра для оптического поля $\chi_a a^\dagger a a^\dagger a$, где χ_a – сдвиг керровской частоты на фотон. В то же время даже слабая асимметричная ангармоничность вызывает кросс-керровский эффект оптического и механического резонаторов $\chi_{ab}a^\dagger a b^\dagger b$, где χ_{ab} – кросс-керровский сдвиг частоты на один фотон или вибрационный квант. Частотные сдвиги из-за индуцированного кросс-керровского эффекта зависят от количества фотонов в оптическом резонаторе и вибрационных квантов в механическом резонаторе.

Принимая во внимание и диссипацию, управляющее квантовое уравнение для матрицы плотности ρ всей системы примет вид

$$\frac{d\rho}{dt}=-i[H^{\mathrm{eff}},\rho]+L_c\rho+L_m\rho. \qquad (7)$$

Некогерентная связь системы с окружающей средой моделируется [40] диссипаторами Линдблада:

$$L_c\rho=\frac{\kappa}{2}(2a\rho a^\dagger-a^\dagger a\rho-\rho a^\dagger a),$$

$$L_m\rho=\frac{\gamma}{2}(\bar N+1)(2b\rho b^\dagger-b^\dagger b\rho-\rho b^\dagger b)+$$
$$+\frac{\gamma}{2}\bar N(2b^\dagger\rho b-bb^\dagger\rho-\rho bb^\dagger). \qquad (8)$$

Фотон, попавший в резонатор, диссипируется со скоростью κ либо за счет прохождения, либо из-за абсорбционных потерь внутри резонатора. Затухание механической энергии характеризуется скоростью γ. Мы предполагаем здесь наличие резервуара с нулевой температурой для оптического резонатора и среднее тепловое число заполнения $\overline{N}=[\exp(\Omega/k_BT)-1]^{-1}$ резервуара механического резонатора на частоте Ω. Используя уравнения (6)–(8), уравнения движения для средних значений динамических переменных в системе отсчета, вращающейся с частотой управляющего поля, можно записать как

$$\frac{d\langle a\rangle}{dt}=-i(\tilde\omega_c-\chi_a)\langle a\rangle-\frac{\kappa}{2}\langle a\rangle+i2\chi_a\langle a^\dagger a a\rangle-i\chi_{ab}\langle a b^\dagger b\rangle+\varepsilon,$$

$$\frac{d\langle b\rangle}{dt}=-i(\tilde\Omega-\chi_b)\langle b\rangle-\frac{\gamma}{2}\langle b\rangle+i2\chi_b\langle b^\dagger b b\rangle-i\chi_{ab}\langle a^\dagger a b\rangle+\eta. \qquad (9)$$

В качестве примера рассмотрим полуклассическое приближение $\langle a\rangle=\alpha$, $\langle a^\dagger a a\rangle=|\alpha|^2\alpha$, $\langle b\rangle=\beta$, $\langle b^\dagger b b\rangle=\beta|\beta|^2$, $\langle a b^\dagger b\rangle=\alpha|\beta|^2$. В стационарном состоянии имеем следующую самосогласованную систему уравнений для определения среднего числа фотонов $\bar n_a=|\alpha|^2$ в оптическом резонаторе и среднего числа вибрационных квантов $\bar n_b=|\beta|^2$ в механическом резонаторе как функции мощности фотонного и вибрационного управляющих полей, отстроек δ и Δ, а также керровских и кросс-керровского параметров:

$$\left[\frac{\gamma^2}{4}+(\tilde\Omega-\chi_b-2\chi_b\bar n_b+\chi_{ab}\bar n_a)^2\right]\bar n_b=\eta^2, \qquad (10)$$

$$\left[\frac{\kappa^2}{4}+(\tilde\omega_c-\chi_a-2\chi_a\bar n_a+\chi_{ab}\bar n_b)^2\right]\bar n_a=\varepsilon^2. \qquad (11)$$

Проанализируем решения уравнений (10), (11) для параметров, которые могут быть реализованы, например, в устройстве с оптомеханической связью между многослойным графеновым механическим резонатором и сверхпроводящим микроволновым резонатором [41]. Среднее число $\bar{n}_b$ вибрационных квантов в механическом резонаторе в зависимости от амплитуды возбуждающего вибрационного поля и кросс-керровского параметра представлено на рис. 1b. Кросс-керровский параметр χ_{ab} может быть положительным или отрицательным в зависимости от знака параметра кубической ангармоничности. Вертикальные линии *1–4* на рис. 1b показывают разрезы при значениях χ_{ab}, для которых получены зависимости $\bar{n}_b$ от нормированной амплитуды η/γ возбуждающего вибрационного поля (рис. 1a). Чтобы проиллюстрировать гистерезис, стрелки показывают скачки $\bar{n}_b$, когда возбуждающее поле увеличивается или уменьшается. Видно, что диапазон амплитуд возбуждающего вибрационного поля, для которого может существовать бистабильное поведение $\bar{n}_b$, больше при отрицательном кросс-керровском параметре, чем при положительном (рис. 1a). Более того, увеличение положительного кросс-керровского параметра χ_{ab} приводит к кроссоверу от бистабильного к монотонному (линия *1* на рис. 1a) поведению. Зависимость $\bar{n}_b$ от отстройки δ частоты механического возбуждения от частоты механического резонатора также обнаруживает бистабильность (рис. 1c). Увеличение положительного кросс-керровского параметра уменьшает область бистабильности. Полученные гистерезисные зависимости $\bar{n}_b(\eta)$ аналогичны таковым для осциллятора Дуффинга. Однако есть важная отличительная особенность, а именно наличие кросс-керровского вклада $\chi_{ab}\bar{n}_a(\varepsilon)$, который является бистабильным из-за бистабильного поведения $\bar{n}_a(\varepsilon)$. Таким образом, зависимость $\bar{n}_b(\eta)$ определяется не только силой возбуждающего фотонного поля ε. Она также сильно зависит от того, стабильная или метастабильная ветвь $\bar{n}_a(\varepsilon)$ реализуется. В частности, в расчетах, представленных на рис. 1, была выбрана стабильная ветвь $\bar{n}_a(\varepsilon)$.

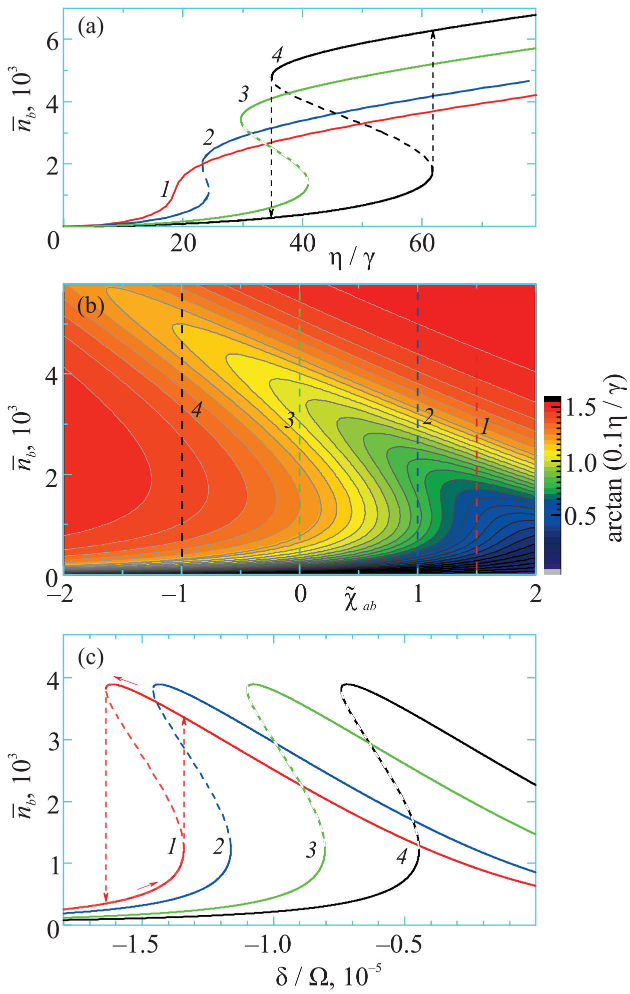

Рис. 1. (Цветной онлайн) Среднее число $\bar{n}_b$ вибрационных квантов в механическом резонаторе. (a) – $\bar{n}_b$ в зависимости от нормированной амплитуды η/γ возбуждающего вибрационного поля для четырех значений нормированного кросс-керровского параметра $\tilde{\chi}_{ab} = \chi_{ab}/4.59 \cdot 10^{-8}$: *1* – 1.5; *2* – 1; *3* – 0; *4* – −1. Параметры имеют следующие значения: $\Omega/2\pi = 36.2$ МГц, $g/2\pi = 0.83$ Гц, $\kappa/2\pi = 242$ кГц, $\gamma/2\pi = 228$ Гц, $v/2\pi = 1.0$ Гц, $w/2\pi = 0.05$ Гц, $\Delta = 1 \cdot 10^{-2}\Omega$, $\delta = -1 \cdot 10^{-5}\Omega$, $\varepsilon/\kappa = 8.39 \cdot 10^4$ и $\bar{n}_a = 2.83 \cdot 10^9$. (b) – $\bar{n}_b$ в зависимости от η/γ и $\tilde{\chi}_{ab}$. Вертикальные линии показывают значения $\tilde{\chi}_{ab}$, представленные на (a) и (c). (c) – $\bar{n}_b$ как функция отстройки δ механического возбуждения от частоты механического резонатора при $\eta/\gamma = 31.22$. Остальные параметры в (b) и (c) такие же, как в (a)

Рассмотрим эволюцию системы при отсутствии управляющих членов в гамильтониане (6) ($\varepsilon, \eta = 0$) и диссипации в уравнении (8) ($\gamma, \kappa = 0$). В этом случае эффективный гамильтониан диагонален. Это означает, что нет обмена квантами между оптическим и механическим резонаторами. Из уравнения (6) видно, что $[H_0^{\text{eff}}, H_1^{\text{eff}}] = 0$, поэтому в представлении взаимодействия получаем: $H^{\text{eff}} \to e^{iH_0^{\text{eff}}t} H_1^{\text{eff}} e^{-iH_0^{\text{eff}}t} = H_1^{\text{eff}}$. Когда мода оптического резонатора изначально находится в вакуумном состоянии, а вибрационная мода – в когерентном состоянии $|\beta\rangle$, то два члена в H_1^{eff}, содержащие $a^\dagger a$ и $(a^\dagger a)^2$, не вносят вклада, и эволюция системы определяется керровским членом $-\chi_b (b^\dagger b)^2$. Поэтому волновая функция вибрационной моды механического резонатора представима в виде $\psi_b(t) = e^{i\chi_b (b^\dagger b)^2 t}|\beta\rangle$. Для $t = \pi/2\chi_b$ волновая функция описывает суперпозицию двух когерентных состояний с противофазами: $\psi_b(\pi/2\chi_b) = \left[e^{i\pi/4}|\beta\rangle + e^{-i\pi/4}|-\beta\rangle\right]/\sqrt{2}$. В результате начальное когерентное состояние механического осциллятора по прошествии подходящего времени эволюционирует в состояния, подобные состояниям Юрке–Столера [42]. Очевидно, что в силу симметрии гамильтониана, аналогичный результат получается и в том случае, когда механический осциллятор изначально находится в вакуумном состоянии, а мода оптического резонатора – в когерентном состоянии $|\alpha\rangle$. Следовательно, волновую функцию оптического резонатора можно представить в виде $\psi_a(\pi/2\chi_a) = \left[e^{i\pi/4}|\alpha\rangle + e^{-i\pi/4}|-\alpha\rangle\right]/\sqrt{2}$.

Рассмотрим также случай, когда начальное когерентное состояние реализуется как для оптического, так и для механического осцилляторов, т.е. матрицу плотности системы можно записать как $\rho = |\alpha\rangle|\beta\rangle\langle\alpha|\langle\beta|$. Тогда, например, для оптического осциллятора получаем следующее выражение:

$$\rho_a(t) = e^{-|\alpha|^2}\sum_{n,m}^{\infty}\frac{\alpha^n\alpha^{*m}}{\sqrt{n!m!}}e^{i\chi_a(n_a^2-m_a^2)t} \times$$
$$\times \exp\left[|\alpha|^2\left(e^{-i\chi_{ab}(n_a-m_a)t}-1\right)\right]|n_a\rangle\langle m_a|. \qquad (12)$$

Видно, что из-за кросс-керровского взаимодействия моды оптического и механического резонаторов перепутаны в процессе эволюции. Однако в момент времени $t = 2\pi/\chi_{ab}$

$$\rho_a(2\pi/\chi_{ab}) = e^{-|\alpha|^2}\sum_{n,m}^{\infty}\frac{\alpha^n\alpha^{*m}}{\sqrt{n!m!}} \times$$
$$\times \exp\left[i2\pi\frac{\chi_a}{\chi_{ab}}(n_a^2-m_a^2)\right]|n_a\rangle\langle m_a|. \qquad (13)$$

Из уравнения (13) следует, что при $\chi_a/\chi_{ab} = 1$ начальное когерентное состояние оптической моды $|\alpha\rangle$ полностью восстанавливается в указанный момент времени. При $\chi_a/\chi_{ab} = 1/2$ состояние преобразуется в $|-\alpha\rangle$. При $\chi_a/\chi_{ab} = 1/4$ реализуется суперпозиционное состояние $\left[e^{i\pi/4}|\alpha\rangle + e^{-i\pi/4}|-\alpha\rangle\right]/\sqrt{2}$, и матрица плотности системы может быть записана в виде

$$\rho(2\pi/\chi_{ab}) = \frac{1}{2}\left[|\alpha\rangle\langle\alpha| + |-\alpha\rangle\langle-\alpha| + \right.$$
$$\left. + i(|\alpha\rangle\langle-\alpha| - |-\alpha\rangle\langle\alpha|\right]|\beta\rangle\langle\beta|. \qquad (14)$$

Чтобы оценить потерю когерентности суперпозиционных когерентных состояний из-за их взаимодействия с окружающей средой, можно использовать уравнения (8) для диссипаторов микроволнового и механического резонаторов. При малых t ($\kappa t \ll 1$ и $\gamma t \ll 1$) затухание когерентности [43] описывается временами $\tau_a \approx [2\kappa\,|\alpha|^2]^{-1}$ и $\tau_b \approx \left[2\gamma(2\bar{N}+1)\,|\beta|^2\right]^{-1}$ для суперпозиционных состояний микроволнового и механического резонаторов, соответственно. Видно, что времена затухания сильно зависят от параметров смещения α и β, а также температуры окружающей среды через среднее тепловое число заполнения $\bar{N}$. Используя следующие параметры: $\kappa/2\pi = 242$ кГц, $\gamma/2\pi = 228$ Гц, $\Omega/2\pi = 36.2$ МГц, $\omega_c/2\pi = 5.9$ ГГц, $T = 14$ мК [41] и $|\alpha|^2 = |\beta|^2 = 2$, получаем, что $\bar{N} \approx 7.6$, $\tau_a = 1.64 \times 10^{-7}$ с, $\tau_b = 1.08 \cdot 10^{-5}$ с, т.е. $\tau_a^{-1}/\kappa = 4$ и $\tau_b^{-1}/\gamma = 64.5$. Итак, скорость затухания когерентности фотонных суперпозиционных состояний в микроволновом резонаторе в четыре раза больше, чем скорость их диссипации, а для вибрационных квантов скорость затухания когерентности превышает скорость диссипации на два порядка.

Таким образом, мы исследовали оптомеханическую систему с несимметричным ангармоническим механическим резонатором. Когда частоты механических колебаний превышают параметры, характеризующие взаимодействие оптической и механической подсистем и скорости их затухания, а также значения кубической и квартетной ангармоничностей, эту систему можно заменить эффективной с помощью метода усреднения Боголюбова. Установлено, что в гамильтониане эффективной системы присутствует керровское взаимодействие фотонов в оптическом резонаторе, а также кросс-керровское взаимодействие фотонов и вибрационных квантов, вызванное колебаниями в асимметричном ангармоническом потенциале механического резонатора. Кроме того, присутствует керровское самодействие механического резонатора. Предсказано бистабильное поведение среднего числа квантов механических колебаний в зависимости от мощности механического возбуждения и его отстройки от частоты резонатора. Это поведение управляется кросс-керровским взаимодействием. Мы также показали, что в отсутствие возбуждения и диссипации построенные суперпозиционные состояния Юрке–Столера для оптического (или механического) резонатора в определенные моменты времени распутывают запутанные моды системы. Наш подход также может быть полезен для изучения гибридной системы, состоящей из квантовой точки и оптического нанорезонатора, связанных посредством механического резонатора [44, 45]. Дальнейшие как теоретические, так и экспериментальные исследования позволят лучше понять поведение оптомеханических систем с асимметричными механическими колебаниями.

1. F. Marquardt, J. P. Chen, A. A. Clerk, and S. M. Girvin, Phys. Rev. Lett. **99**, 93902 (2007).

2. A. Schliesser, P. Del'Haye, N. Nooshi, K. J. Vahala, and T. J. Kippenberg, Phys. Rev. Lett. **97**, 243905 (2006).
3. J. D. Teufel, J. W. Harlow, C. A. Regal, and K. W. Lehnert, Phys. Rev. Lett. **101**, 197203 (2008).
4. F. Massel, T. T. Heikkilä, J.-M. Pirkkalainen, S. U. Cho, H. Saloniemi, P. J. Hakonen, and M. A. Sillanpää, Nature **480**, 351 (2011).
5. A. A. Clerk, F. Marquardt, and K. Jacobs, New J. Phys. **10**, 95010 (2008).
6. M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg, and F. Marquardt, Rev. Mod. Phys. **86**, 1391 (2014).
7. S. Mancini, V. I. Man'ko, and P. Tombesi, Phys. Rev. A **55**, 3042 (1997).
8. X.-W. Xu, H. Wang, J. Zhang, and Y.-x. Liu, Phys. Rev. A **88**, 63819 (2013).
9. M. Paternostro, D. Vitali, S. Gigan, M. S. Kim, C. Brukner, J. Eisert, and M. Aspelmeyer, Phys. Rev. Lett. **99**, 250401 (2007).
10. D. Vitali, S. Gigan, A. Ferreira, H. R. Böhm, P. Tombesi, A. Guerreiro, V. Vedral, A. Zeilinger, and M. Aspelmeyer, Phys. Rev. Lett. **98**, 30405 (2007).
11. L. Tian, Phys. Rev. Lett. **110**, 233602 (2013).
12. L. Tian, Phys. Rev. Lett. **108**, 153604 (2012).
13. Y.-D. Wang and A. A. Clerk, Phys. Rev. Lett. **108**, 153603 (2012).
14. J. Bochmann, A. Vainsencher, D. D. Awschalom, and A. N. Cleland, Nat. Phys. **9**, 712 (2013).
15. G. S. Agarwal and S. Huang, Phys. Rev. A **81**, 041803 (2010).
16. H. Jing, Ş. K. Özdemir, Z. Geng, J. Zhang, X.-Y. Lü, B. Peng, L. Yang, and F. Nori, Sci. Rep. **5**, 9663 (2015).
17. P.-C. Ma, J.-Q. Zhang, Y. Xiao, M. Feng, and Z.-M. Zhang, Phys. Rev. A **90**, 43825 (2014).
18. J. M. Dobrindt, I. Wilson-Rae, and T. J. Kippenberg, Phys. Rev. Lett. **101**, 263602 (2008).
19. S. Huang and G. S. Agarwal, Phys. Rev. A **80**, 033807 (2009).
20. T. T. Heikkilä, F. Massel, J. Tuorila, R. Khan, and M. A. Sillanpää, Phys. Rev. Lett. **112**, 203603 (2014).
21. M. Bhattacharya and P. Meystre, Phys. Rev. Lett. **99**, 073601 (2007).
22. A. Xuereb and M. Paternostro, Phys. Rev. A **87**, 023830 (2013).
23. J. D. Thompson, B. M. Zwickl, A. M. Jayich, Fl. Marquardt, S. M. Girvin, and J. G. E. Harris, Nature **452**, 72 (2008).
24. Y. R. Shen, *The principles of nonlinear optics*, Wiley-Interscience, N.Y., Hoboken (2003).
25. Z. R. Gong, H. Ian, Y.-x. Liu, C. P. Sun, and F. Nori, Phys. Rev. A **80**, 065801 (2009).
26. P. Rabl, Phys. Rev. Lett. **107**, 063601 (2011).
27. A. Nunnenkamp, K. Børkje, and S. M. Girvin, Phys. Rev. Lett. **107**, 063602 (2011).
28. V. Kaajakari, T. Mattila, A. Oja, and H. Seppä, Journal of Microelectromechanical Systems **13**, 715 (2004).
29. P. Huang, J. Zhou, L. Zhang, D. Hou, S. Lin, W. Deng, C. Meng, C. Duan, C. Ju, X. Zheng, F. Xue, and J. Du, Nat. Commun. **7**, 11517 (2016).
30. K. Jacobs and A. J. Landahl, Phys. Rev. Lett. **103**, 067201 (2009).
31. J.-Q. Zhang, Y. Li, M. Feng, and Y. Xu, Phys. Rev. A **86**, 053806 (2012).
32. C. Kong, H. Xiong, and Y. Wu, Phys. Rev. A **95**, 033820 (2017).
33. Z. Wu, R.-H. Luo, J.-Q. Zhang, Y.-H. Wang, W. Yang, and M. Feng, Phys. Rev. A **96**, 033832 (2017).
34. S. Huang, H. Hao, and A. Chen, Applied Sciences **10**, 5719 (2020).
35. X.-Y. Lü, J.-Q. Liao, L. Tian, and F. Nori, Phys. Rev. A **91**, 013834 (2015).
36. L. Latmiral, F. Armata, M. G. Genoni, I. Pikovski, and M. S. Kim, Phys. Rev. A **93**, 052306 (2016).
37. N. N. Bogoliubov and Y. A. Mitropolsky, *Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations*, Gordon and Breach, N.Y. (1961).
38. A. P. Saiko, S. A. Markevich, and R. Fedaruk, Phys. Rev. A **93**, 063834 (2016).
39. A. P. Saiko, S. A. Markevich, and R. Fedaruk, Phys. Rev. A **98**, 043814 (2018).
40. H. J. Carmichael, *Statistical Methods in Quantum Optics 2: Non-Classical Fields*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2008).
41. V. Singh, O. Shevchuk, Y. M. Blanter, and G. A. Steele, Phys. Rev. B **93**, 245407 (2016).
42. B. Yurke and D. Stoler, Phys. Rev. Lett. **57**, 13 (1986).
43. H. Saito and H. Hyuga, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 1648 (1996).
44. Z.-L. Xiang, S. Ashhab, J. Q. You, and F. Nori, Rev. Mod. Phys. **85**, 623 (2013).
45. J. E. Ramìrez-Munõz, J. P. Restrepo Cuartas, and H. Vinck-Posada, Phys. Lett. A **382**, 3109 (2018).