Письма в ЖЭТФ, том 113, вып. 8, с. 553 – 559 © 2021 г. 25 апреля

Спектральная характеристика и временная динамика перестраиваемых акустических резонаторов в режиме сильной связи

М. А. Миролюбов[+*], *А. К. Самусев*[*], *И. Д. Тофтул*[*], *М. И. Петров*[*1)]

[+]*Лицей "Физико-техническая школа" им. Ж. И. Алферова, Санкт-Петербургский национальный исследовательский Академический университет РАН, 194021 С.-Петербург, Россия*

[*]*Физико-технический факультет, Университет ИТМО, 197101 С.-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 23 марта 2021 г.
После переработки 26 марта 2021 г.
Принята к публикации 26 марта 2021 г.

Сильная связь резонансных систем является одним из центральных явлений в различных областях физики, таких как физика конденсированного состояния, квантовая оптика, нанофотоника и плазмоника. Однако режим сильной связи зачастую трудно достижим, так как требует специальных экспериментальных условий, которые обеспечивают увеличение силы связи и уменьшение потерь во взаимодействующих системах. В данной работе мы демонстрируем переход от режима слабой связи к режиму сильной связи в системе связанных акустических резонаторов Фабри–Перо, добиваясь величины константы связи, в 3.5 раз превышающей характерные потери в резонаторах. Режим сильной связи был продемонстрирован как в спектральной, так и во временной областях. Полученные результаты будут играть важную роль для создания современных акустических систем, реализующих, в частности, режимы медленного звука, или предназначенных для высокодобротной частотной фильтрации и высокочувствительного акустического детектирования.

DOI: 10.31857/S1234567821080115

Явление сильной связи между резонансными системами играет огромную роль в современной физике и может наблюдаться в самых разных физических системах: при экситон-фотонном [1–3] или фонон-фотонном [4] взаимодействии в резонаторах, а также при взаимодействии экситонов с плазмонными возбуждениями [5]. Кроме того, установление режима сильной связи оказывается важным для создания эффективных устройств беспроводной передачи энергии [6] и новых оптических резонаторов [7, 8]. На классическом языке явление сильной связи легко описывается с помощью двух связанных осцилляторов [9], константа связи g (энергия связи) которых в режиме сильной связи оказывается больше всех характерных диссипационных параметров γ, связанных как с радиационными, так и нерадиационными потерями в системе. В этом случае может наблюдаться обмен энергией между колебательными системами, что приводит к появлению осцилляций [10, 11], хорошо известных в квантовой оптике [12, 13]. Однако в ряде физических систем режим сильной связи, когда отношение константы связи к коэффициенту диссипации становится больше единицы $g/\gamma \sim 1$, оказывается трудно достижимым. Кроме того, в последнее время особый интерес стал проявляться к режиму ультрасильной $g/\gamma \gg 1$ связи, наблюдаемому лишь в весьма ограниченном круге физических систем, таких как сверхпроводящие микроволновые цепи [14, 15]. Наряду с этим стали активно развиваться новые подходы в физической акустике, в основе которых лежит управление свойствами акустических систем за счет связи нескольких резонаторов [16], в том числе, для создания акустических кристаллов и метаматериалов [17, 18]. Теоретическая модель сильной связи между фундаментальной модой Фабри–Перо резонатора и искусственного акустического "атома" была рассмотрена в работе [19]. Однако детального экспериментального исследования режима сильной связи между двумя акустическими резонаторами в литературе, насколько нам известно, представлено не было.

В данной работе представлена экспериментальная демонстрация формирования режима сильной связи между двумя акустическими резонаторами Фабри–Перо, проведено детальное экспериментальное и теоретическое изучение спектральных и временных характеристик этой системы. Мы впервые экспериментально продемонстрировали переход от режима слабой к режиму сильной связи, достигнув величины константы связи $g/\gamma = 3.5$. Также мы ис-

1)e-mail: m.petrov@metalab.ifmo.ru

следовали распределение полей акустических мод и показали экспериментально и теоретически, как величина усиления поля в одном резонаторе влияет на его взаимодействие с другим. Проведенные исследования не только детально характеризуют физику взаимодействующих акустических резонаторов, но и наглядно демонстрируют перспективность их использования для симуляции сильно связанных систем и исследования других фундаментальных физических явлений.

1. Теоретическая модель. Рассмотрим пару полых акустических резонаторов, заполненных воздухом и связанных тонкой трубкой между собой. В линейном режиме такая система может быть описана в рамках временной теории связных мод [20, 21]. В рамках этого подхода избыточное давление в первом (втором) резонаторе, создаваемое источником звука, может быть записано в следующем виде: $p_{1(2)}(\mathbf{r},t) = \sqrt{2/\beta}a_{1(2)}(t)u_{1(2)}(\mathbf{r})$, где $a_{1(2)}(t)$ отвечает за временную зависимость амплитуды поля, а $u(\mathbf{r})$ – характеризует пространственное распределение собственной моды резонатора, β – коэффициент сжимаемости воздуха. Удобно выбрать нормировку собственной функции так, что $\int_V |u|^2 dV = 1$, где интегрирование ведется по всему объему резонатора, при этом величина $|a|^2$ отвечает энергии в моде. В этом случае система уравнений, описывающая взаимодействующие резонаторы, имеет следующий вид:

$$\frac{da_1(t)}{dt} = (-i\omega_1 - \gamma_1)a_1(t) + i\sqrt{2\gamma_{1r}}f_1 + g_{12}a_2(t), \quad (1)$$

$$\frac{da_2(t)}{dt} = (-i\omega_2 - \gamma_2)a_2(t) + g_{21}a_1(t). \quad (2)$$

Здесь $\omega_{1(2)}$ – частота первого (второго) резонатора, $\gamma_{1(2)} = \gamma_{01(2)} + \gamma_{r1(2)}$ – полные потери первого (второго резонатора), которые складываются из внутренних $\gamma_{01(2)}$ и излучательных $\gamma_{r1(2)}$ потерь; f_1 – амплитуда возбуждающего сигнала, который подается на первый резонатор, а $|f_1|^2$ – мощность, приходящая в канале возбуждения.

Константы g_{12}, g_{21} определяют связь между резонаторами и в случае бездиссипативной связи $g_{12} = -g_{21}^*$. Для определения этих величин необходимо принять во внимание физический механизм взаимодействия между резонаторами. Для этого запишем изменение во времени энергии во втором резонаторе, исходя из выражения (2):

$$\frac{dW_2(t)}{dt} = \frac{d|a_2(t)|^2}{dt} = -2\gamma_2|a_2|^2 + \frac{dw_2}{dt}, \quad (3)$$
$$\frac{dw_2}{dt} = g_{21}^* a_1^* a_2 + g_{21}a_1 a_2^*.$$

Здесь первое слагаемое в выражении (3) отвечает за диссипативные потери в резонаторе, а второе, dw_2/dt, – за перекачку энергии между резонаторами, которое можно определить как $dw_2/dt = PS_{ch}$, где P – это плотность потока энергии вдоль канала, соединяющего резонаторы, а S_{ch} – сечение этого канала. Здесь мы предположили, что канал достаточно тонкий и поток равномерен вдоль его сечения. Плотность потока акустической энергии определяется как $\mathbf{P} = 1/2\left\langle \mathrm{Re}(p^*\mathbf{v})\right\rangle_t$, где v – это скорость течения жидкости, $\langle\rangle_t$ обозначает усреднение по времени [22]. В случае гармонических полей скорость непосредственно связана с изменением давления $\mathbf{v} = \nabla p/(i\omega\rho)$, где ρ – плотность среды. В этом случае мы можем приблизить скорость течения вдоль канала как $v = (p_1 - p_2)/(i\omega\rho l_{ch})$, предполагая канал достаточно тонким, здесь l_{ch} – его длина. Тогда можем записать, что

$$\frac{dw_2}{dt} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(p_1^* v - p_2^* v\right) = \\ = \mathrm{Re}\left(-\frac{iS}{2\omega\rho l}p_1 p_2^* + \frac{iS}{2\omega\rho l}p_1^* p_2\right). \quad (4)$$

Сравнивая это выражение с (3), а также учитывая, что $p(\mathbf{r},t) = \sqrt{2/\beta}a(t)u(\mathbf{r})$, можем получить, что константа связи и величина расщепления Раби равны [9] соответственно:

$$g = ig_{21} = S/(\beta\omega\rho l)u_1(\mathbf{r}_1^*)u_2(\mathbf{r}_2^*), \quad (5)$$

$$\Omega_{\mathrm{Rabi}} = \sqrt{4g^2 - (\gamma_1 - \gamma_2)^2} \approx 2g, \text{при } \gamma_1 \approx \gamma_2. \quad (6)$$

Здесь величина $\mathbf{r}_{1(2)}^*$ отвечает координате в Резонаторе 1(2) точки крепления канала, соединяющего резонаторы.

На основе полученных выражений, предполагая, что возбуждение и решение имеют гармонический вид $f_1 = \tilde{f}_1 e^{-i\omega t}$ и полагая $a_{1,(2)}(t) = \tilde{a}_{1(2)}(\omega)e^{-i\omega t}$, мы можем записать решение (2) в виде:

$$\tilde{a}_1 = \frac{ig\sqrt{2\gamma_{1r}}\tilde{f}_1\left(i\Delta_2 + \gamma_2\right)}{\left(i\Delta_1 + \gamma_1\right)\left(i\Delta_2 + \gamma_2\right) + g^2}, \quad (7)$$

$$\tilde{a}_2 = \frac{g\sqrt{2\gamma_{1r}}\tilde{f}_1}{\left(i\Delta_1 + \gamma_1\right)\left(i\Delta_2 + \gamma_2\right) + g^2}, \quad (8)$$

где введены обозначения $\Delta_{1(2)} = \omega_{1(2)} - \omega$.

2. Акустическая спектроскопия одиночного резонатора. В ходе первой серии экспериментов было произведено картирование полей мод одиночного резонатора Фабри–Перо в широком частотном диапазоне. Резонатор представлял собой цилиндрическую пластиковую трубу радиусом $r = 10.4$ см и длиной $l = 157$ см с плоскими заглушками на концах. В приближении абсолютно жестких стенок, частоты собственных мод резонатора определяются выражением $\omega_{n,m,s} = c\sqrt{(\pi n/l)^2 + (\gamma_s^m/r)^2}$, где индексы n, m и s – продольное, азимутальное и радиальное квантовые числа, характеризующие число узлов моды вдоль соответствующих направлений. Величина γ_s^m является нулем производной функции Бесселя порядка m $J_m(\gamma_m^s) = 0$. Спектральный диапазон и геометрия резонатора были подобраны таким образом, чтобы в резонаторе возбуждались лишь низшие азимутальные и радиальные моды с номерами $m = s = 0$. Таким образом, резонатор функционировал в режиме Фабри–Перо с собственными частотами $\omega_n = \pi nc/l$, определяемыми лишь его длиной.

Экспериментальные исследования акустических свойств одиночного резонатора проводились в геометрии, изображенной на рис. 1a. Источник звука

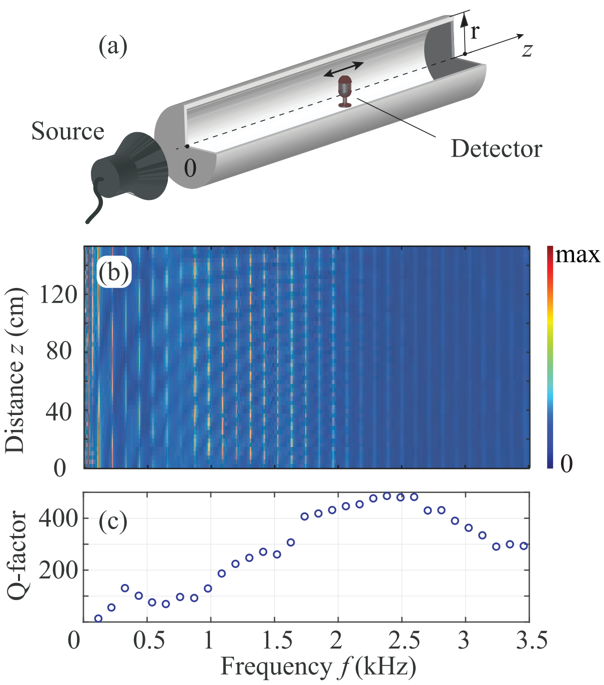

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Схема экспериментальной установки для изучения акустических свойств одиночного резонатора. (b) – Пространственное распределение акустического поля внутри резонатора на различных частотах возбуждающего сигнала. (c) – Измеренная зависимость добротности мод резонатора от частоты моды. Длина резонатора $l = 157$ см

(динамик Logitech Z120) помещался снаружи резонатора, в то время как детектор (цифровой микрофон DEXP U500, частота дискретизации 48 кГц) был размещен внутри и мог свободно перемещаться и прецизионно позиционироваться на оси цилиндра (ось z на схеме рис. 1a). Генерация и обработка звуковых сигналов осуществлялась с помощью компьютера и специально разработанного программного кода на языке программирования Python 3.6 [23].

Запись спектров происходила в реальном времени по циклам. На каждом цикле на динамик подавался линейно-частотно-модулированный сигнал постоянной амплитуды. Одновременно записывался сигнал, детектируемый микрофоном, и производилось его дискретное преобразование Фурье. Использованные динамик и микрофон позволяют проводить эксперименты по акустической спектроскопии в диапазоне от 80 Гц до 10 кГц. Экспериментально было установлено, что измерительная система позволяет производить спектроскопию исследуемых в настоящей работе резонаторов с достаточной точностью при длительности цикла ≈ 2 с.

Измеренная спектральная зависимость распределения амплитуды акустической волны в резонаторе от частоты возбуждения представлена на рис. 1b. На двумерной карте хорошо видны характерные пики интенсивности с постоянным межмодовым расстоянием, соответствующим резонансам Фабри–Перо ($n, m, s = n, 0, 0$) с точностью порядка 5 %. Также видно, что моды характеризуются различными продольными числами $n = 1 \ldots 32$ по количеству узлов вдоль оси z. Частота наинизших мод с $m = 1$ равна 4 кГц, эти моды не наблюдались в эксперименте в силу геометрии возбуждения. В результате аппроксимации формы каждого из резонансов функцией Лоренца были экстрагированы значения добротностей каждой Фабри–Перо моды, зависимость которых от резонансной частоты представлена на рис. 1c. Форма полученной кривой определяется в первую очередь акустическими потерями использованного пластика, из которого изготовлены резонатор и зеркала.

2.1. Акустическая спектроскопия связанных резонаторов. На следующем этапе была реализована система двух связанных цилиндрических резонаторов Фабри–Перо. Геометрия эксперимента представлена на рис. 2a. Установка состоит из двух резонаторов: горизонтального (Резонатор 1) и вертикального (Резонатор 2). К середине горизонтального Резонатора 1 с помощью короткой тонкой трубки (диаметр ≈ 5 см, длина ≈ 15 см) подсоединялся вертикальный Резонатор 2, радиус которого совпадал с радиусом Резонатора 1, равным 10.4 см. Один торец Резонатора 1 был закрыт, в то время как на противоположном торце располагалась подвижная заглушка, позволяющая регулировать длину резонатора. В свою очередь длина Резонатора 2 менялась за счет регулирования уровня воды в нем, поверхность кото-

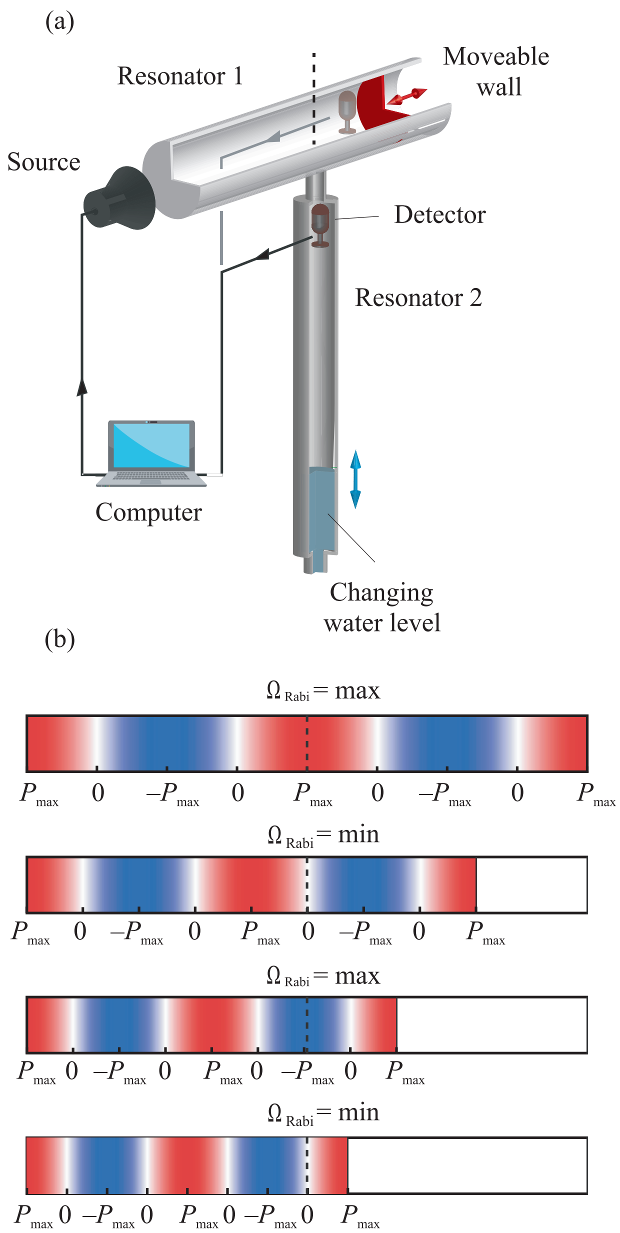

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Схема экспериментальной установки для спектроскопии связанных резонаторов. (b) – Пространственное распределение поля моды $n = 4$ Резонатора 1 при изменении его длины

рой выполняла роль акустического зеркала. Уровень воды можно было менять динамически с регулируемой скоростью перетекания жидкости между сообщающимися сосудами. Источник звука помещался с закрытой стороны Резонатора 1. В то же время микрофон помещался поочередно внутрь обоих резонаторов: вблизи подвижной стенки Резонатора 1, либо вблизи верхней стенки Резонатора 2. Поскольку у всех мод Фабри–Перо на зеркале резонатора располагается пучность, выбранное положение микрофона позволяло детектировать поля всех мод одновременно.

Важно отметить, что изменение длины Резонатора 1 приводит не только к изменению частоты Фабри–Перо моды, но также к перераспределению амплитуды поля внутри резонатора, что позволило в ходе эксперимента плавно регулировать силу связи между модами двух резонаторов. Действительно, как показано на рис. 2b, амплитуда моды первого резонатора в точке присоединения второго может меняться от максимальной в пучности до минимальной (нулевой) в узле моды.

Взаимодействие акустических резонаторов было исследовано в серии экспериментов по спектроскопии отклика резонаторов при изменении длины Резонатора 2. В ходе эксперимента длина вертикального резонатора плавно уменьшалась за счет увеличения столба воды в его нижней части, как показано на рис. 2a. При этом в реальном времени циклически производилась запись спектра акустического сигнала. Изменение длины резонатора происходило достаточно медленно – так, что за период считывания сигнала длина изменялась незначительно.

В результате последовательной серии экспериментов были получены эволюции спектров первого и второго резонаторов, представленные на рис. 3a, b. По оси абсцисс отложена частота, по оси ординат отложено время. Видно, что при совпадении частот мод в некоторых случаях наблюдается антипересечение двух резонансов, причем величина спектрального расщепления зачастую оказывается больше средней ширины линий резонансов ($\Omega_{\text{Rabi}} > (\gamma_1+\gamma_2)/2 = \gamma$), что является характерным признаком установления режима сильной связи между резонаторами. Отметим однако, что в некоторых случаях расщепление мало, либо не наблюдается вовсе. Также стоит подчеркнуть существенное отличие карт амплитуд поля, измеренных в Резонаторе 1 и Резонаторе 2, рис. 3a и b соответственно. Видно, что поскольку динамик возбуждает непосредственно только Резонатор 1, амплитуда поля во втором резонаторе становится отличной от нуля лишь в момент установления резонансной связи с первым резонатором. Вдалеке от резонанса амплитуда акустического поля в Резонаторе 2 оказывается мала, благодаря чему спектральные характеристики связанных резонаторов оказывается удобнее исследовать, анализируя поле в Резонаторе 2.

2.2. Перестройка силы связи акустических резонаторов. Как видно из полученных данных (рис. 3), в рассматриваемой системе действительно реализуется режим сильной связи между различными пара-

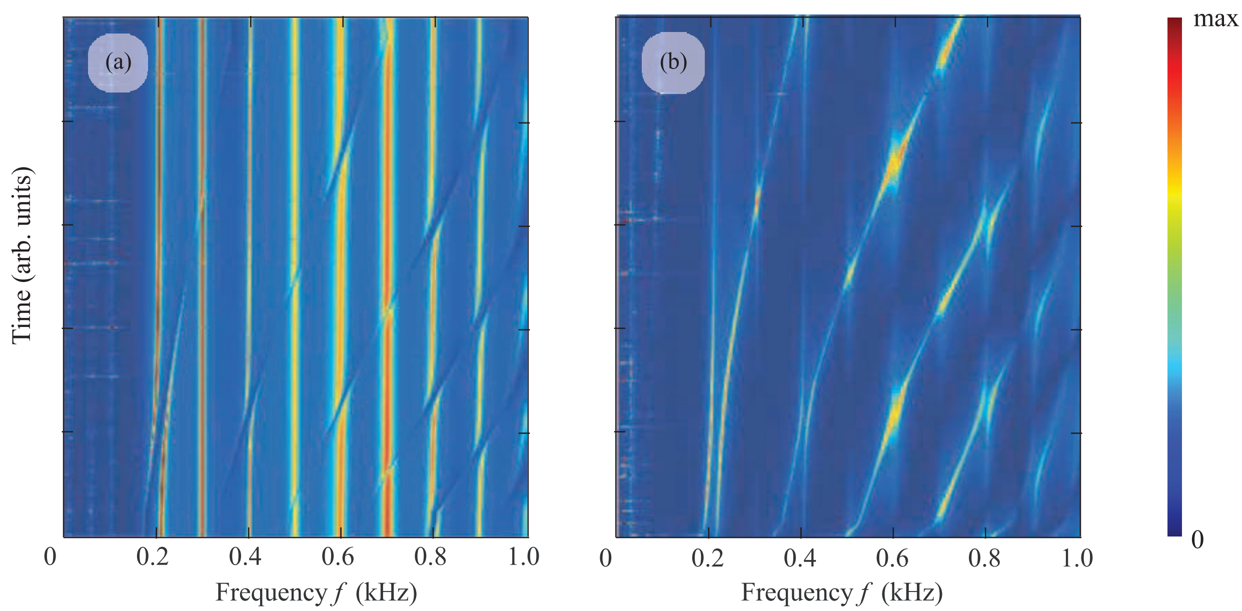

Рис. 3. (Цветной онлайн) Эволюция амплитуды поля в Резонаторе 1 (a) и Резонаторе 2 (b) с увеличением длины второго резонатора

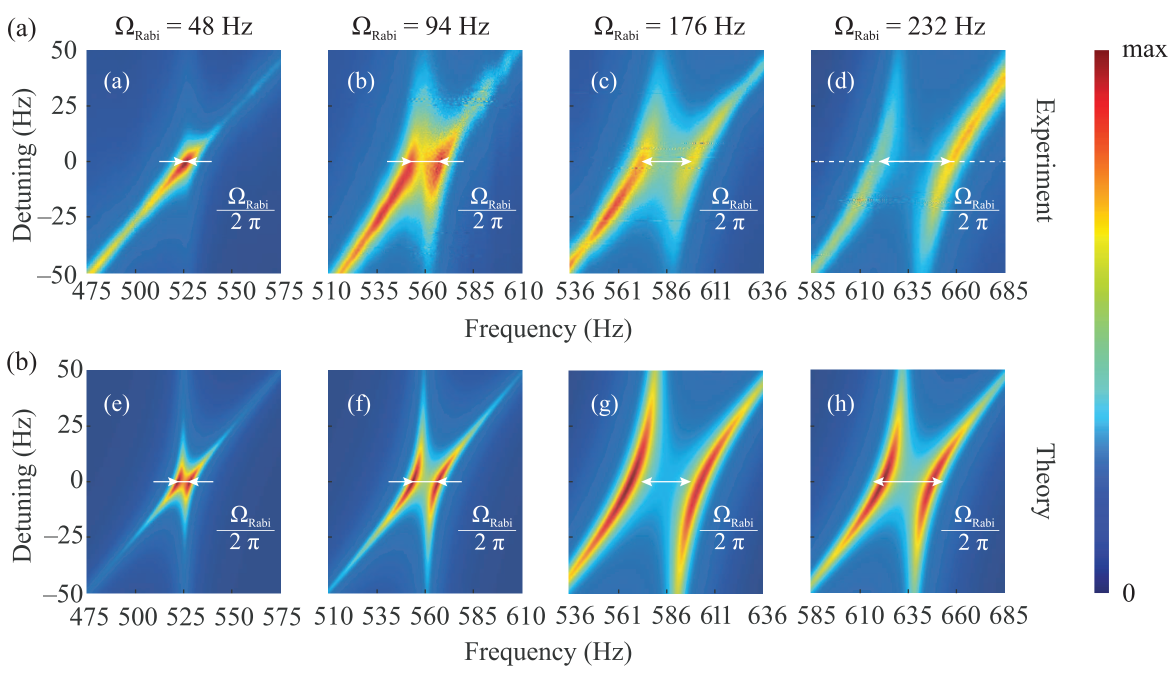

Рис. 4. (Цветной онлайн) Измеренные (a)–(d) и рассчитанные (e)–(f) карты спектрального отклика связанных резонаторов в зависимости от величины отстройки резонансов. Столбцы (слева направо) демонстрируют переход от режима слабой к режиму сильной связи: $g = 32$, 60, 95, 129 Гц, $\gamma_1 = \gamma_2 = 33 \pm 5$ Гц

ми мод двух резонаторов. Внимательно анализируя карты на рис. 3, можно заметить, что величина расщепления, а значит и сила связи, зависит от номера резонанса Фабри–Перо Резонатора 1 (вертикальные полосы). Действительно, из (5) нетрудно видеть, что сила связи зависит от поля моды Резонатора 1 в точке крепления Резонатора 2 (точка крепления всегда находится в пучности моды Резонатора 2). По этой причине для экспериментальной демонстрации перестройки силы связи, наряду с длиной Резонатора 2, мы варьировали длину Резонатора 1. Задача была в том, чтобы в ходе эксперимента как пучность, так

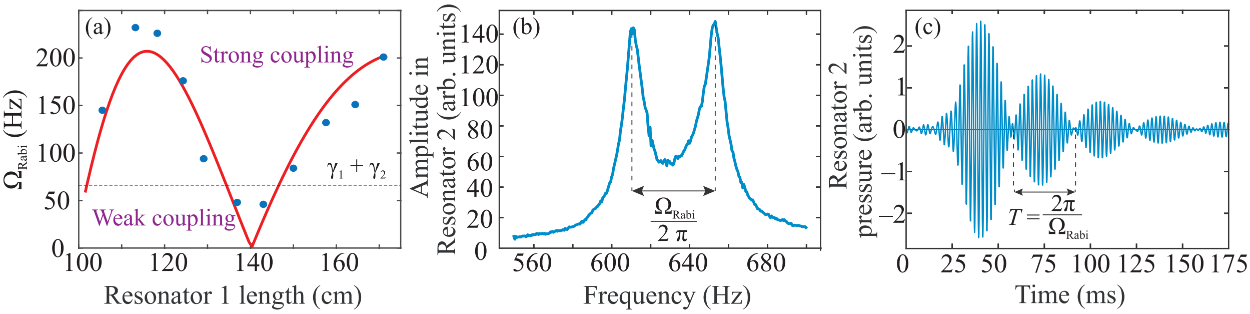

Рис. 5. (Цветной онлайн) (a) – Измеренная (точки) и рассчитанная аналитически (сплошная кривая) зависимость расщепления Раби от длины Резонатора 1: режимы слабой и сильной связи. (b) – Спектральный отклик связанных резонаторов в режиме наибольшей силы связи при нулевой отстройке резонансов, соответствующий сечению рис. 4d горизонтальной пунктирной линией. (c) – Измеренная временная зависимость сигнала, отвечающего панели (b), демонстрирующая акустические осцилляции Раби

и узел моды Резонатора 1 оказались в области соединения со вторым резонатором, как показано на рис. 2b.

В ходе эксперимента мы исследовали взаимодействие между модой Резонатора 1 с индексом $n_1 = 4$ и модой Резонатора 2 с $n_2 = 2$, на частотах возбуждения в области ≈ 600 Гц. Для увеличения контраста сигнала детектор располагался у зеркала Резонатора 2. Для различных длин Резонатора 1 отстройка частоты моды Резонатора 2 непрерывно варьировалась в диапазоне ± 50 Гц вблизи частоты моды Резонатора 1. На основании полученных данных были построены двумерные карты, представленные на рис. 4. В верхнем ряду (рис. 4a–d) представлены результаты экспериментальных измерений, наглядно демонстрирующие увеличение величины расщепления Ω_{Rabi} (частоты Раби) по мере усиления связи между резонаторами. В нижнем ряду (рис. 4e–h) представлены результаты расчетов в рамках теоретической модели (см. выражение (8)). Характерные величины потерь ($\gamma_{1,2} \approx 33$ Гц) были взяты из данных по спектроскопии одиночных резонаторов. Величина расщепления Раби Ω_{Rabi} принималась равной межмодовому расстоянию при нулевой отстройке резонансов (см. рис. 5b). В свою очередь, величину силы связи можно получить из выражения (5) для каждого эксперимента в отдельности. Однако в нашем случае, с учетом близких потерь обоих резонаторов, $g \approx \Omega_{\mathrm{Rabi}}/2$. Хорошее соответствие экспериментальных данных и теоретических расчетов говорит о корректности выбранных приближений, в частности, об отсутствии потерь в канале связи.

Большая серия проведенных измерений позволила определить зависимость частоты Раби от длины Резонатора 1. Полученные данные показаны на рис. 5a точками. Вид полученной зависимости можно легко определить, пользуясь несложными рассуждениями. Как уже отмечалось, величины силы связи между резонаторами g_0 и расщепления Раби Ω_{Rabi} (в случае равенства добротностей мод) пропорциональны модулю амплитуды поля моды в Резонаторе 1 в точке крепления Резонатора 2. Таким образом, $\Omega_{\mathrm{Rabi}} \sim \Omega_0 \cos(n\pi z/l)|$, где Ω_0 – максимальная величина расщепления Раби, z – координата вдоль оси резонатора, n – продольное квантовое число моды первого резонатора, взаимодействующей с одной из мод Резонатора 2. Эта зависимость была использована для аппроксимации экспериментальных данных ($z = 0.835$ м) и показана на рис. 5a сплошной красной линией.

2.3. Динамическая картина осцилляций в режиме сильной связи. До этого момента мы обсуждали сильную связь двух акустических резонаторов в спектральном представлении и характеризовали силу связи величиной расщепления Раби Ω_{Rabi}. Однако, оказывается весьма наглядным рассмотреть исследуемую систему во временной динамике. Для этого мы проанализировали систему в режиме, отвечающем рис. 4d при нулевой отстройке резонансных частот (пунктирная кривая на рисунке). Спектральный отклик системы приведен на рис. 5b. Большая величина расщепления обеспечивает режим сильной связи двух резонаторов. Для анализа динамической картины колебаний мы исключили из спектра отклика все гармоники на частотах, отстоящих от центральной 730 Гц, более чем на 75 Гц. Такая процедура соответствует возбуждению системы в указанной полосе частот. После Фурье фильтрации и применения обратного преобразования Фурье, мы получили временную динамику акустического сигнала, отвечающего взаимодействующим модам двух резонаторов (рис. 5c). Полученная временная зависимость поля

Резонатора 2 представляет собой затухающие биения, период которых отвечает величине расщепления Раби $\Omega_{\rm Rabi}$ и соответствует характерному времени, за которое энергия акустических колебаний перетекает из первого резонатора во второй и обратно.

Заключение. Таким образом, в работе экспериментально и теоретически изучены одиночные и связанные акустические резонаторы Фабри–Перо в частотной и временной области. Показано, что изменяя способ соединения резонаторов, можно управлять результирующей силой взаимодействия, реализуя переход от режима слабой к режиму сильной связи. При этом во втором случае наблюдаются осцилляции Раби, соответствующие перетеканию энергии акустических колебаний из первого резонатора во второй и обратно.

Представленные результаты будут крайне полезны при разработке перестраиваемых устройств, базирующихся на системах сильно связанных акустических резонаторов, таких как акустические метаматериалы и метаповерхности, и реализующих режимы медленного звука и высокодобротной частотной фильтрации для решения задач акустической обработки сигналов и высокочувствительного акустического детектирования.

Авторы благодарят М. В. Красикову, Е. М. Курганова, А. А. Богданова за ценные обсуждения и К. В. Барышникову за помощь в организации работы.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант # 20-72-10141.

---

1. D. G. Lidzey, D. D. C. Bradley, M. S. Skolnick, T. Virgili, S. Walker, and D. M. Whittaker, Nature **395**, 53 (1998).
2. С. С. Демирчян, И. Ю. Честнов, С. М. Аракелян, А. П. Алоджанц, А. В. Кавокин, Письма в ЖЭТФ **103**(1), 56 (2016).
3. В. Д. Кулаковский, С. С. Гаврилов, Н. А. Гиппиус, Письма в ЖЭТФ **106**(9–10), 655 (2017).
4. M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg, and F. Marquardt, Rev. Mod. Phys. **86**, 1391 (2014).
5. J. J. Baumberg, J. Aizpurua, M. H. Mikkelsen, and D. R. Smith, Nat. Mater. **18**, 668 (2019).
6. S. Assawaworrarit, X. Yu, and S. Fan, Nature **546**, 387 (2017).
7. X. Yu, Y. Yuan, J. Xu, K. T. Yong, J. Qu, and J. Song, Laser Photonics Rev. **13**, 1 (2018).
8. Д. С. Довженко, И. С. Васкан, К. Е. Мочалов, Ю. П. Ракович, И. Р. Набиев, Письма в ЖЭТФ **109**(1), 12 (2019).
9. L. Novotny, Am. J. Phys. **78**, 1199 (2010).
10. I. I. Rabi, Phys. Rev. **51**, 652 (1937).
11. M. Frimmer and L. Novotny, Am. J. Phys. **82**, 947 (2014).
12. А. В. Козловский, Письма в ЖЭТФ **73**(7), 364 (2001).
13. М. Скалли, М. С. Зубайри, *Квантовая оптика*, пер. с англ., Физматлит, М. (2003), 512 с.
14. A. F. Kockum, A. Miranowicz, S. De Liberato, S. Savasta, and F. Nori, Nat. Rev. Phys. **1**, 19 (2019).
15. L. Lamata, E. Rico, J. Kono, and E. Solano, Rev. Mod. Phys. **91**, 25005 (2019).
16. S. Huang, T. Liu, Z. Zhou, X. Wang, J. Zhu, and Y. Li, Phys. Rev. Appl. **14**, 1 (2020).
17. M. H. Lu, L. Feng, and Y. F. Chen, Mater. Today. **12**, 34 (2009).
18. F. Zangeneh-Nejad and R. Fleury, Rev. Phys. **4**, 100031 (2019).
19. X. Ni, X. P. Liu, Z. G. Chen, L. Y. Zheng, Y. L. Xu, M. H. Lu, and Y. F. Chen, New J. Phys. **16**(4), 043006 (2014).
20. T. T. Koutserimpas and R. Fleury, Wave Motion **89**, 221 (2019).
21. H. Haus, *Waves and Fields in Optoelectronics*, Prentice-Hall, New Jersey (1984).
22. М. А. Исакович, *Общая Акустика*, Наука, М. (1973).
23. https://github.com/miroliubovmark/AcousticSpectroscopy.