Письма в ЖЭТФ, том 113, вып. 9, с. 590 – 594

Адаптивная фантомная оптика

Д. А. Балакин[1)], *А. В. Белинский*[1)]

Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 марта 2021 г.
После переработки 26 марта 2021 г.
Принята к публикации 26 марта 2021 г.

Рассматривается формирование квантовых фантомных изображений с возможностью динамического управления средствами адаптивной оптики. Исследовано качество фантомных изображений при пространственной модуляции накачки. Предложены варианты его улучшения, что создает новые возможности повышения информативности исследований, связанных с регистрацией фантомных изображений.

DOI: 10.31857/S1234567821090044

Адаптивные оптические системы являются эффективным средством борьбы с различными случайными и регулярными искажениями изображений, сформированых в реальных условиях атмосферной турбулентности или иных аберрационных процессов, см., например, [1, 2]. Другой областью их применения может быть аналоговая оптическая обработка сигналов в реальном времени [3]. При этом, как правило, формируются обычные двумерные изображения. А что, если попытаться сформировать фантомные изображения, которые не только в последнее время вызывают все больший интерес, см., напр., [4–14], с возможностью динамического управления? Ведь просматривая таким образом прозрачные трехмерные объекты, можно было бы, меняя глубину резкости и степень фокусировки, восстанавливать их объемную структуру и одновременно компенсировать искажения изображений, связанные с оптической неоднородностью среды, причем при использовании подходящего параметрического процесса длины волн в объектном и в восстанавливающем канале могут существенно отличаться, см., например, [15], а сам спектр генерируемых фотонов может быть модифицирован во время измерений [16]. Но для этого надо научиться управлять оптической силой входящих в систему элементов. Как это сделать?

Рассмотрим типичную схему формирования квантовых фантомных изображений, показанную на рис. 1.

В нелинейном кристалле фотоны накачки (p) спонтанно распадаются на пары сигнальных (s) и холостых (i) фотонов. В приближении неистощимой накачки при одинаковой частоте сигнальных и холостых фотонов этот процесс описывается системой уравнений [17]

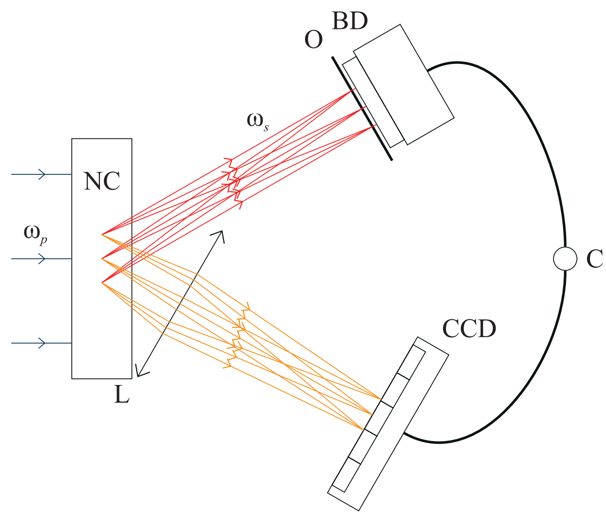

Рис. 1. (Цветной онлайн) Формирование квантового фантомного изображения. NC – нелинейный кристалл, ω_p – луч накачки, ω_s и ω_i – лучи запутанных фотонов (которые расходятся вследствие использования неколлинеарного параметрического рассеяния), O – исследуемый объект, BD – собирающий детектор в объектном канале, L – линза, CCD – матрица датчиков в восстанавливающем канале, C – коррелятор интенсивностей (схема совпадений)

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z}\hat{A}_s(\mathbf{r}_\perp, z) = gA_\mathrm{p}(\mathbf{r}_\perp, z)\hat{A}_i^\dagger(\mathbf{r}_\perp, z), \\ \frac{\partial}{\partial z}\hat{A}_i(\mathbf{r}_\perp, z) = gA_\mathrm{p}(\mathbf{r}_\perp, z)\hat{A}_s^\dagger(\mathbf{r}_\perp, z), \end{cases} \quad 0 \le z \le l, \quad (1)$$

где $\hat{A}_{s,i}$ – полевые операторы сигнальных (s) и холостых (i) фотонов, l – толщина кристалла, параметр g определяется оптической нелинейностью среды, $A_\mathrm{p}(\cdot,\cdot)$ – пространственное распределение амплитуды накачки, k – волновое число рождающихся

1)e-mail: balakin_d_a@physics.msu.ru; belinsky@inbox.ru

фотонов. Направление оси z совпадает с направлением распространения фотонов, вектор $\mathbf{r}_\perp$ перпендикулярен ему. $\Delta_\perp$ – поперечный лапласиан. Для простоты мы рассматриваем коллинеарный процесс. Обозначим полевые операторы на выходе кристалла $A_{s,i}^{(\mathrm{out})}(\mathbf{r}_\perp)$.

Далее сигнальные фотоны проходят через объектный канал, в соответствии с названием, содержащий исследуемый объект, после чего регистрируются собирающим детектором. Холостые фотоны проходят через восстанавливающий канал и регистрируются матрицей фотодатчиков. Сигналы собирающего детектора и матрицы фотодатчиков обрабатываются схемой совпадений, сигнал на выходе которой оценивает эмпирическую пространственную корреляционную функцию флуктуаций интенсивности между двумя каналами, по которой восстанавливается изображение объекта.

Как показано в [5], корреляционная функция флуктуаций интенсивности в каналах равна

$$G(\mathbf{r}'_\perp,\mathbf{r}_\perp)=\left|\int d\mathbf{r}''_\perp d\mathbf{r}'''_\perp h_1(\mathbf{r}'_\perp,\mathbf{r}''_\perp)h_2(\mathbf{r}_\perp,\mathbf{r}'''_\perp)\times\right.$$
$$\left.\times\langle A_s^{(\mathrm{out})}(\mathbf{r}''_\perp)A_i^{(\mathrm{out})}(\mathbf{r}'''_\perp)\rangle\right|^2, \tag{2}$$

где усреднение выполняется при вакуумном состоянии полей на входе в кристалл, а h_1 и h_2 – передаточные функции каналов. Для получения формируемого изображения функцию (2) далее необходимо проинтегрировать по $\mathbf{r}'_\perp$, поскольку собирающий детектор в объектном канале регистрирует весь световой пучок и не обладает пространственным разрешением.

Пусть в объектном канале объект, описываемый амплитудным коэффициентом пропускания $T(\mathbf{r}_\perp)$, находится на расстоянии s_s от кристалла, и сразу за ним расположен собирающий детектор, тогда в приближении Френеля [18, п. 32]

$$h_1(\mathbf{r}'_\perp,\mathbf{r}''_\perp)=\frac{k}{2\pi i}\frac{\exp iks_s}{s_s}T(\mathbf{r}'_\perp)\exp\left(\frac{ik(\|\mathbf{r}'_\perp-\mathbf{r}''_\perp\|^2)}{2s_s}\right). \tag{3}$$

Если в восстанавливающем канале нет линз, а матрица датчиков расположена на расстоянии s от кристалла, то в приближении Френеля

$$h_2(\mathbf{r}_\perp,\mathbf{r}'''_\perp)=\frac{k}{2\pi i}\frac{\exp iks}{s}\exp\left(\frac{ik(\|\mathbf{r}_\perp-\mathbf{r}'_\perp\|^2)}{2s}\right), \tag{4}$$

а если в восстанавливающий канал помещена тонкая линза с фокусным расстоянием f (например, $f=s/2$ и линза находится на расстояниях $2f$ от матрицы датчиков и от объекта вдоль осей каналов), что требуется для формирования сфокусированного изображения, то в приближении Френеля [18, п. 35]

$$h_2(\mathbf{r}_\perp,\mathbf{r}'''_\perp)=\frac{k}{2\pi i}\frac{\exp iks}{s}\exp\left(\frac{ik(\|\mathbf{r}_\perp-\mathbf{r}'''_\perp\|^2)}{2s}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{ik\|\mathbf{r}'''_\perp\|^2}{2f}\right). \tag{5}$$

Наконец, последний множитель в подынтегральном выражении в (2) при представлении

$$A_s^{(\mathrm{out})}(\mathbf{r}_\perp)=u(\mathbf{r}_\perp)A_s^{(\mathrm{in})}(\mathbf{r}_\perp)+v(\mathbf{r}_\perp){A_i^{(\mathrm{in})}}^\dagger(\mathbf{r}_\perp) \tag{6}$$

равен

$$\langle A_s^{(\mathrm{out})}(\mathbf{r}''_\perp)A_i^{(\mathrm{out})}(\mathbf{r}'''_\perp)\rangle=u(\mathbf{r}''_\perp)v(\mathbf{r}''_\perp)\delta(\mathbf{r}''_\perp-\mathbf{r}'''_\perp). \tag{7}$$

Если накачка представляет собой волну с плоским волновым фронтом, то в объектном и/или восстанавливающем канале должен быть установлен по крайней мере один оптический объектив, а лучше – два для формирования параллельного хода лучей в кристалле, что обеспечивало бы отсутствие интегральной дефокусировки изображения [19]. Но если освещать кристалл сходящейся волной, то оптическая система приобретает дополнительную оптическую силу, т. е. фантомное изображение можно построить и без дополнительных объективов. Формально это описывается дополнительным фазовым множителем

$$\exp\left(-\frac{ik\|\mathbf{r}_\perp\|^2}{2f}\right), \tag{8}$$

отличающим (5) от (4), который может быть получен за счет выбора параметров гауссова пучка накачки или пространственного модулирования фазы накачки в кристалле. Для определения требуемых свойств пучка сравним (8) и комплексную амплитуду гауссова пучка накачки [20, п. 1.2]

$$A_p(\mathbf{r}_\perp,z)=A_{p0}\exp\left(-\frac{\|\mathbf{r}_\perp\|^2}{w(z)^2}\right)\exp\left(\frac{ik_p\|\mathbf{r}_\perp\|^2}{2\rho(z)}\right),$$
$$w(z)^2=w_0^2\left(1+\left(\frac{\lambda_p z}{\pi w_0^2}\right)^2\right),$$
$$\rho(z)=z\left(1+\left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda_p z}\right)^2\right) \tag{9}$$

с учетом ее зависимости от z. В (9), в отличие от предшествующих формул, за начало отсчета z выбран не вход нелинейного кристалла, а место перетяжки пучка накачки, $\lambda_p=\lambda/2$ и $k_p=2k$ – длина волны и волновое число накачки соответственно,

w_0 – параметр ширины пучка. Сравнением (8) и (9) видно, что для бесконечно тонкого кристалла[2)] для фокусировки должно быть

$$\rho(z) = -s. \tag{10}$$

Этому условию удовлетворяет[3)]

$$z_p = -\frac{s}{2} - \sqrt{\frac{s^2}{4} - \frac{\pi^2 w_0^4}{\lambda_p^2}}, \tag{11}$$

причем для осуществимости условия требуется

$$\frac{s}{2} > \frac{\pi w_0^2}{\lambda_p}, \tag{12}$$

что ограничивает допустимую ширину пучка накачки. Так, при параметрах оптической системы $l = 3$ мм, $k \approx 8.95 \cdot 10^3$ мм$^{-1}$ (соответствует длине волны 702.2 нм), $s = s_s = 500$ мм максимальное значение w_0 близко к 0.1672 мм. Это значительно увеличивает обусловленное дифракцией размытие фантомного изображения.

На рисунке 2 показаны результаты моделирования формирования фантомного изображения при накачке, описываемой (9), т.е. согласно формуле

$$G(\mathbf{r}_\perp) = \\ = \frac{k^4}{16\pi^4 s^4} \int d\mathbf{r}'_\perp |T(\mathbf{r}'_\perp)|^2 \left| \int d\mathbf{r}''_\perp u_{z_p}(\mathbf{r}''_\perp) v_{z_p}(\mathbf{r}''_\perp) \times \right. \\ \left. \times \exp\left(\frac{ik(\|\mathbf{r}'_\perp - \mathbf{r}''_\perp\|^2 + \|\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}''_\perp\|^2)}{2s} \right) \right|^2, \tag{13}$$

где $u_{z_p}(\mathbf{r}''_\perp)$ и $v_{z_p}(\mathbf{r}''_\perp)$ – коэффициенты в разложении (6) при смещении кристалла относительно перетяжки накачки z_p, $l = 3$ мм, $k \approx 8.95 \cdot 10^3$ мм$^{-1}$ (соответствует длине волны 702.2 нм), $s = s_s = 500$ мм, параметре ширины пучка $w_0 = 0.1414$ мм (сверху) или $w_0 = \sqrt{2} \cdot 3$ мм (снизу).

Выбор положения z_p перетяжки пучка накачки относительно кристалла был определен минимизацией значения $\int d\mathbf{r}_\perp G(\mathbf{r}_\perp) \|\mathbf{r}_\perp\|^2$, когда объектом служил точечный источник.

[2)] Это приближение использовано здесь для оценки требуемых для фокусировки параметров и в компьютерном моделировании не использовалось.

[3)] Условию (10) удовлетворяет также корень с + перед корнем, но он соответствует большей размытости фантомного изображения. В самом деле, во-первых, меньшее расстояние от кристалла до перетяжки означает меньший диаметр пучка и, следовательно, большее дифракционное размытие. Во-вторых, в этой области при изменении z кривизна волнового фронта накачки изменяется быстрее, в силу чего условие (10) нарушается на границах кристалла ненулевой толщины в большей степени.

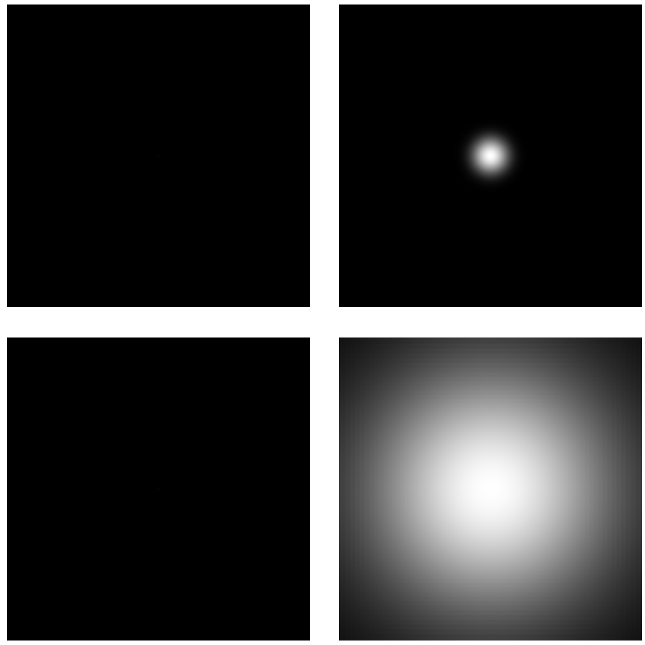

Рис. 2. Моделирование формирования квантовых фантомных изображений центрального точечного отверстия согласно формуле (13) при виде накачки (9). Размер изображений 6×6 мм. Сверху параметр ширины пучка $w_0 = 0.1414$ мм, снизу $w_0 = \sqrt{2} \cdot 3$ мм. В левом столбце распределение прозрачностей объекта $T(\cdot)$, в правом столбце – корреляционная функция $G(\cdot)$

Рассмотрим теперь искусственное создание требуемой кривизны волнового фронта накачки (10), например, при помощи ее фокусирования линзой, фазовой пластиной, сферическими торцевыми поверхностями нелинейного кристалла, перестраиваемой метаповерхностью [21] или иным фазовым модулятором света. В этом случае формирование фантомного изображения описывается формулой

$$G(\mathbf{r}_\perp) = \tag{14} \\ = \frac{k^4}{16\pi^4 s^4} \int d\mathbf{r}'_\perp |T(\mathbf{r}'_\perp)|^2 \left| \int d\mathbf{r}''_\perp \exp\left(-\frac{ik\|\mathbf{r}_\perp\|^2}{s} \right) \times \right. \\ \left. \times \exp\left(\frac{ik(\|\mathbf{r}'_\perp - \mathbf{r}''_\perp\|^2 + \|\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}''_\perp\|^2)}{2s} \right) u_{z_p}(\mathbf{r}''_\perp) v_{z_p}(\mathbf{r}''_\perp) \right|^2.$$

При параметре ширины накачки $\sqrt{2} \cdot 3$ мм это приводит к намного меньшему дифракционному размытию, см. рис. 3, где при моделировании $s = s_s = 500$ мм, а кристалл помещен непосредственно у перетяжки и фазовой модуляцией накачки создана кривизна фронта накачки $-s$. Видно, что полученные результаты моделирования имеют лучшее качество изображения, чем в предыдущем случае (ср. рис. 2 и верхние изображения рис. 3).

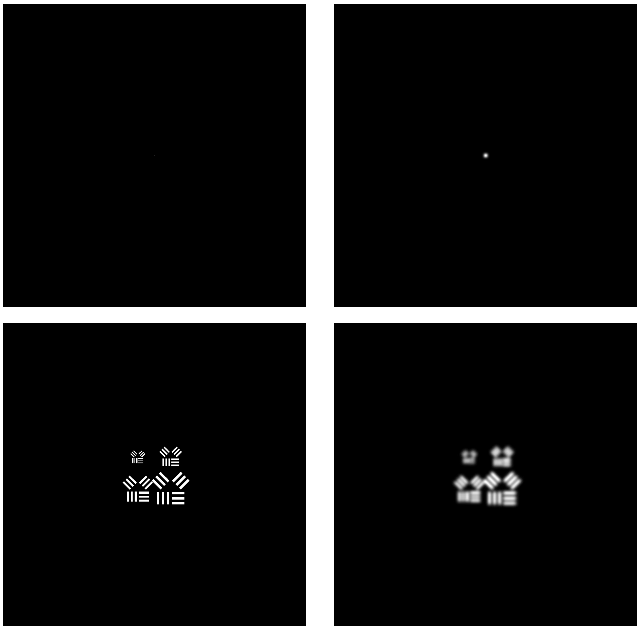

Рис. 3. Моделирование формирования квантовых фантомных изображений точечного источника и оптических мир согласно формуле (15) при виде накачки (9). Размер изображений 6×6 мм. Расстояния между щелями мир 0.02, 0.03, 0.04, 0.05 мм (25, 16.7, 12.5 и 10 штрихов на миллиметр). В левом столбце распределения прозрачностей объектов $T(\cdot)$, в правом – корреляционные функции $G(\cdot)$

Компьютерное моделирование процесса показывает, что качество фантомного изображения при замене объектива в восстанавливающем канале на фокусировку накачки не страдает, а в случае симметричного расположения объекта и изображения достигается и устранение интегральной дефокусировки [19] за счет параллельного хода лучей в кристалле. Итак, фокусировкой накачки мы достигаем упрощение схемы регистрации и ликвидируем уже не один, а два объектива.

Кроме того, симметрия оптической системы обеспечивает автоматическое устранение нечетных аберраций – комы, особенно губительно сказывающейся на качестве изображения, и дисторсии.

Если же теперь управлять пространственной фазовой структурой накачки, то адаптивной окажется и оптическая сила системы в целом. Если просто изменять кривизну фазового фронта накачки, то можно подбирать оптимальные условия формирования фантомного изображения, не прибегая к механическим перемещениям элементов схемы. Наличие же динамического фазового экрана с отрицательной обратной связью позволит компенсировать фазовые неоднородности в оптических каналах. Все это создает новые возможности повышения информативности исследований, связанных с регистрацией фантомных изображений.

1. М. А. Воронцов, В. И. Шмальгаузен, *Принципы адаптивной оптики*, Наука, М. (1985).
2. М. А. Воронцов, А. В. Корябин, В. И. Шмальгаузен, *Управляемые оптические системы*, Наука, М. (1988).
3. С. А. Ахманов, Н. Н. Ахмедиев, А. В. Белинский, М. А. Воронцов, Н. И. Желудев, В. Ю. Иванов, А. С. Михайлов, Н. Н. Розанов, В. В. Самарцев, А. С. Чиркин, Л. П. Ярославский, *Новые принципы оптической обработки информации*, под ред. С. А. Ахманова, М. А. Воронцова, Наука, М. (1990).
4. А. В. Белинский, Д. Н. Клышко, ЖЭТФ **105**(3), 487 (1994) [A. V. Belinskii and D. N. Klyshko, JETP **78**, 259 (1994)].
5. А. Гатти, Э. Брамбилла, М. Баке, Л. А. Луджиато, *Фантомные изображения*, в кн. *Квантовое изображение*, под ред. М. И. Колобова (ориг.), А. С. Чиркина (пер.), Физматлит, М. (2009) [A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, L. A. Lugiato, *Ghost imaging*, in *Quantum Imaging*, ed. by M. I. Kolobov, Springer (2007)].
6. M. G. Basset, F. Setzpfandt, F. Steinlechner, E. Beckert, T. Pertsch, and M. Gräfe, Laser Photonics Rev. **13**(10), 1970042 (2019); doi: 10.1002/lpor.201970042.
7. J. H. Shapiro and R. W. Boyd, Quantum Inf. Process. **11**(4), 949(2012); doi: 10.1007/s11128-011-0356-5.
8. B. I. Erkman and J. H. Shapiro, Adv. Opt. Photon. **2**(4), 405(2010); doi: 10.1364/aop.2.000405.
9. D. Duan, Sh. Du, and Yu. Xia, Phys. Rev. A **88**(5), 053842 (2013); doi: 10.1103/physreva.88.053842.
10. D.-J. Zhang, H.-G. Li, Q.-L. Zhao, S. Wang, H.-B. Wang, J. Xiong, and K. Wang, Phys. Rev. A **92**(1), 013823(2015); doi: 10.1103/physreva.92.013823.
11. A. S. Chirkin, P. P. Gostev, D. P. Agapov, and S. A. Magnitskiy, Laser Phys. Lett. **15**(11), 115404 (2018); doi: 10.1088/1612-202x/aae4a6.
12. А. С. Чиркин, Письма в ЖЭТФ **102**(6), 444 (2015) [A. S. Chirkin, JETP Lett. **102**(6), 404 (2015); doi: 10.1134/S0021364015180046].
13. Е. Д. Лопаева, М. В. Чехова, Письма в ЖЭТФ **91**(9), 493 (2010) [E. D. Lopaeva and M. V. Chekhova, JETP Lett. **91**, 447 (2010)]; doi: 10.1134/S0021364010090031.
14. А. С. Чиркин, Письма в ЖЭТФ **103**(4), 309 (2016); [A. S. Chirkin, JETP Lett. **103**(4), 282 (2015)]; doi: 10.1134/S0021364016040032.
15. В. Д. Султанов, К. А. Кузнецов, А. А. Леонтьев, Г. Х. Китаева, Письма в ЖЭТФ **112**(5), 297 (2020); doi: 10.31857/S1234567820170024 [V. D. Sultanov, K. A. Kuznetsov, A. A. Leontyev, and G. Kh. Kitaeva, JETP Lett. **112**(5), 269 (2020); doi: 10.1134/S0021364020170099].

16. К. Г. Катамадзе, А. В. Патерова, Е. Г. Якимова, К. А. Балыгин, С. П. Кулик, Письма в ЖЭТФ **94**(4), 284 (2011) [K. G. Katamadze, A. V. Paterova, E. G. Yakimova, K. A. Balygin, and S. P. Kulik, JETP Lett. **94**(4), 262 (2011); doi: 10.1134/S0021364011160089].
17. Д. А. Балакин, А. В. Белинский, ЖЭТФ **159**(6) (2021), принята к печати.
18. А. Н. Матвеев, *Оптика*, Высшая школа, М. (1985) [A. N. Matveev, *Optics*, Mir Publishers, Moscow (1988)].
19. А. В. Белинский, Квантовая электроника **50**(10), 951 (2020) [A. V. Belinsky, Quantum Electronics **50**(10), 951 (2020); doi: 10.1070/qel17330].
20. Ю. А. Ананьев, *Оптические резонаторы и лазерные пучки*, Наука, М. (1990).
21. А. А. Комар, Д. Н. Нешев, А. Е. Мирошниченко, Письма в ЖЭТФ **106**(11), 677 (2017); doi: 10.7868/S0370274X17230047 [A. A. Komar, D. N. Neshev, and A. E. Miroshnichenko, JETP Lett. **106**(4), 709 (2017); doi: 10.1134/S0021364017230084].