Письма в ЖЭТФ, том 113, вып. 10, с. 655 – 660

Спектр генерации длиноимпульсных лазеров на свободных электронах терагерцового диапазона: квазилинейная теория

Н. С. Гинзбург[+], Е. Р. Кочаровская[+*1)], А. С. Сергеев[+], С. Е. Фильченков[+]*

[+]*Федеральный исследовательский центр институт прикладной физики РАН, 603950 Н. Новгород, Россия*

[*]*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 603950 Н. Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 13 апреля 2021 г.
После переработки 13 апреля 2021 г.
Принята к публикации 15 апреля 2021 г.

Построена квазилинейная теория лазеров на свободных электронах (ЛСЭ), в которых в результате использования интенсивных электронных пучков, обладающих значительным скоростным разбросом, реализуется кинетический режим электронно-волнового взаимодействия. В предположении о накоплении поля в высокодобротном резонаторе найдены стационарные распределения спектральной плотности возбуждаемых резонаторных мод при различных уровнях превышения тока пучка над порогом. Показано, что при значительных превышениях на функции распределения электронов по энергиям на выходе из резонатора возникает плато, ширина которого пропорциональна ширине спектра генерации. Проведены оценки параметров применительно к длинно-импульсным ЛСЭ, которые могут быть реализованы на базе линейных индукционных ускорителей. Показана возможность эффективного преобразования энергии электронных пучков с большим разбросом в широкополосное излучение терагерцового диапазона.

DOI: 10.31857/S1234567821100049

В настоящее время в ИЯФ СО РАН (Новосибирск) создаются линейные индукционные ускорители (ЛИУ) нового поколения, которые способны формировать релятивистские электронные пучки с энергией от 5 до 20 МэВ, килоамперным уровнем тока и длительностью до 200 нс [1, 2]. Очевидна привлекательность использования таких пучков в лазерах на свободных электронах (ЛСЭ) терагерцового диапазона. В данный момент подобный проект разрабатывается в сотрудничестве с ИПФ РАН [3, 4]. Необходимо отметить, что в отличие от существующих терагерцовых ЛСЭ на основе линейных высокочастотных ускорителей [5, 6] и микротронов [7], пучки которых представляют собой последовательность коротких (пикосекундных) импульсов, ЛСЭ на основе ЛИУ позволяет обеспечить генерацию длиноимпульсного излучения с мощностью до 100 МВт и рекордным уровнем энергии $\sim$10–100 Дж в единичном импульсе. Базовый вариант таких ЛСЭ должен обеспечить реализацию одномодового одночастотного режима генерации. Это требует, с одной стороны, разработки высокоселективных электродинамических систем, а с другой формирования электронных пучков с малым скоростным и энергетическим разбросом.

1)e-mail: katya@appl.sci-nnov.ru

Как известно, для обеспечения гидродинамического режима взаимодействия разброс по энергиям $E = mc^2\gamma$ и продольным скоростям V_z должен быть ограничен условиями:

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} \ll \frac{1}{N}, \quad \frac{\Delta V_z}{V_z} \ll \frac{1}{N\gamma^2}, \tag{1}$$

где N – число периодов ондуляторного поля. Вместе с тем интенсивные электронные пучки обладают достаточно большими разбросами, которые могут не удовлетворять условию (1). В одномодовом режиме генерации это должно приводить к значительному снижению эффективности энергообмена. В таких условиях для более эффективного преобразования энергии электронов в терагерцовое излучение целесообразно допустить возможность многочастотной генерации. Возбуждение большого числа мод с различными частотами и продольными индексами при одновременном присутствии ондуляторного поля обеспечивает возникновение спектра синхронных комбинационных волн, воздействие которых на электронный поток ведет к диффузии частиц в область малых энергий.

Очевидно, что для описания электронно-волнового взаимодействия в таких условиях эффективен квазилинейный подход [8–16], который в настоящей работе модифицирован применительно к возбуждению излучения в высокодобротном резонаторе, когда различные спектральные компоненты представляют собой моды с различным числом продольных вариаций поля. При этом движение электронов описывается уравнением диффузии для усредненной функции распределения.

В высокодобротном резонаторе длины l время пролета релятивистского электрона $T = l/V_z$ существенно меньше времени изменения амплитуд мод

$$T_Q = \frac{Q}{\bar{\omega}_s} = \frac{l}{V_{gr}(1-R^2)}, \qquad (2)$$

где $Q = \bar{\omega}_s l/V_{gr}(1-R^2)$ – добротность резонатора, R – коэффициент отражения зеркал, который близок к единице, $\bar{\omega}_s$ – центральная частота генерации. В таких условиях интегральную интенсивность поля, как и его спектральное распределение за время пролета электронов можно считать фиксированным и описывать движение частиц при заданном коэффициенте диффузии. Далее находится высокочастотный ток, создаваемый электронами, который будет определять динамику спектральной плотности поля и соответствующий коэффициент диффузии на временных масштабах порядка T_Q. Подобный подход позволяет описать установление стационарного распределения спектральной плотности возбуждаемых резонаторных мод. При этом на выходе из резонатора у функции распределения электронов по энергиям возникает плато, ширина которого пропорциональна ширине спектра генерации и, соответственно, увеличивается по мере превышения тока инжекции над пороговым значением.

Рассмотрим двумерную модель ЛСЭ, изображенную на рис. 1. Предположим, что интенсивный лен-

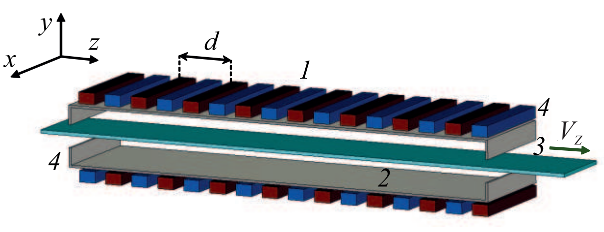

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема ЛСЭ. *1* – ондулятор с периодом d; *2* – планарный волновод; *3* – электронный пучок; *4* – зеркала с коэффициентами отражения R

точный релятивистский электронный пучок движется в планарном волноводе с расстоянием между пластинами b. На краях волновода имеются два зеркала с коэффициентами отражения R. Электроны осциллируют в поле ондулятора, заданного вектор-потенциалом

$$\mathbf{A}_w = \mathrm{Re}[\mathbf{x}_0 A_w \exp(i\bar{h}z)], \qquad (3)$$

где $\bar{h} = 2\pi/d$, d – период ондулятора. Поле излучения внутри двухзеркального резонатора представим в виде набора собственных мод, отличающихся продольным индексом n и имеющих поперечную структуру TE_{01} волны планарного волновода

$$\mathbf{A}_s = \mathrm{Re}\left[\sum_n \mathbf{x}_0 A_n(t)\sin(\pi y/b)\exp(i\theta_{sn})\right]. \qquad (4)$$

Здесь $A_n(t)$ – комплексные амплитуды мод, фазы которых полагаем случайными, $\theta_{sn} = \omega_n t - h_{sn}z$, $\omega_n = n\pi c/l$ – собственные частоты мод.

Усредненное движение релятивистских электронов в электромагнитном поле (4) и поле ондулятора (3) определяется пондеромоторной силой, представляющей набор продольных комбинационных волн,

$$F_z = \frac{e^2}{2_E}\mathrm{Re}\left[\sum_{n=1}^{\infty}(-ih_{cn})A_{sn}A_w^*\exp(i\theta_{cn})\right] \qquad (5)$$

и может быть описано с помощью кинетического уравнения для функции распределения электронов $f(t, z, p_z)$ [10, 11, 16]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + V_z\frac{\partial f}{\partial z} + F_z\frac{\partial f}{\partial p_z} = 0. \qquad (6)$$

Здесь $p_z = mV_z\gamma$ – продольный импульс, $\theta_{cn} = \omega_n t - h_{cn}z$ – фазы электронов в полях комбинационных волн, $h_{cn} = h_{sn} + \bar{h}$.

Амплитуды мод могут быть найдены из уравнения возбуждения резонатора [17]

$$\frac{dA_{sn}}{dt} + \frac{\omega_n}{2Q_n}A_{sn} = \qquad (7)$$

$$= -i\frac{2\pi\beta_{gr}}{lh_{sn}S_\perp}\int_0^l\int_{S_\perp} j_{\omega n}\delta(y-b/2)\sin(\pi y/b)e^{ih_{sn}z}dS_\perp dz,$$

где $j_{\omega n} = 1/\pi\int_0^{2\pi} j_x\exp(-i\omega_n t)d\omega_n t$ – амплитуда Фурье-гармоники тока $j_x = -n_0\int_{-\infty}^{\infty}V_x f dp_z$, $V_x = (e/mc\gamma)\mathrm{Re}[A_w\exp(i\bar{h}z)]$ – осцилляторная скорость, приобретаемая электроном в ондуляторном поле, n_0 – плотность электронного пучка, $S_\perp$ – поперечное сечение волновода.

В квазилинейном приближении представим функцию распределения в виде

$$f = \bar{f} + \mathrm{Re}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\tilde{f}_n\exp(i\theta_{cn})\right], \qquad (8)$$

где первое слагаемое $\bar{f}$ отвечает за диффузию электронов по энергии, а второе описывает сумму откликов на воздействие ансамбля комбинационных волн, которые согласно уравнениям (5), (6) могут быть представлены в виде:

$$\tilde{f}_n = \frac{e^2}{2E}\frac{h_{cn}A_{sn}A_w^*}{(\omega_n - h_{cn}V_z)}\frac{\partial \bar{f}}{\partial p_z}. \tag{9}$$

Используем (8), (9) для вычисления амплитуды ВЧ тока $j_{\omega n}$ в правой части уравнения (7). При этом интегрирование по импульсам p_z заменим на интегрирование по скоростям V_z, используя правило Ландау для обхода полюсов $V_z = V_{cn} = \omega_n/h_{cn}$ (см., например, [10]), получим уравнение для интенсивности мод

$$\frac{d|A_{sn}|^2}{dt} + \frac{\omega_n}{Q_n}|A_{sn}|^2 =$$

$$= \frac{2\pi\beta_{gr}IK^2}{bl\omega_n I_a}\int_0^l |A_{sn}|^2\left(p_z\frac{\partial \bar{f}(z,p_z)}{\partial p_z}\right)\Bigg|_{V_z=V_{cn}} dz, \tag{10}$$

где $K = e|A_w|/(mc^2)$ – параметр ондуляторности, I – ток пучка, $I_a = mc^3/e = 1.7\,\mathrm{kA}$ – альфвеновский ток.

В рамках квазилинейного приближения эволюция усредненной части функции распределения $\bar{f}(z,p_z)$ с учетом обратного воздействия волн на частицы опишется диффузионным уравнением:

$$V_z\frac{\partial \bar{f}}{\partial z} = \left\langle \frac{e^2}{4E}\,\mathrm{Im}\sum_n h_{cn}A_{sn}^*A_w\frac{\partial \tilde{f}_n}{\partial p_z}\right\rangle. \tag{11}$$

Здесь угловые скобки означают операцию усреднения по ансамблю комбинационных волн. В уравнении (11) производная $\partial\bar{f}/\partial t$ исключена, поскольку в высокодобротном резонаторе характерное время изменения амплитуд мод (2) существенно превышает время пролета электронов через резонатор.

Перейдем в (11) от суммирования по индексам продольных мод n к интегрированию по спектру, принимая во внимание, что в интервале $\Delta\omega_s$ содержится $\Delta n = \Delta\omega_s/\delta\omega_s$ мод резонатора, где $\delta\omega_s = c\pi/l$ – межмодовое расстояние. Используя соотношение (9), преобразуем уравнение (11) к виду

$$V_z\frac{\partial \bar{f}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left(D\frac{\partial \bar{f}}{\partial p_z}\right), \tag{12}$$

где коэффициент диффузии

$$D = \frac{\pi e^2K^2}{4\gamma_0 c^2}\frac{|A_{sn}|^2\omega_n^2}{\gamma(1-\beta_z)\delta\omega}\Bigg|_{h_s=2\gamma^2\bar{h}} \tag{13}$$

пропорционален спектральной мощности электромагнитного поля в резонансной точке спектра

$$\omega_s/c = h_s = 2\gamma^2\bar{h}. \tag{14}$$

Уравнения (10) и (12) составляют самосогласованную систему квазилинейных уравнений многомодового ЛСЭ-генератора с высокодобротным резонатором. Эти уравнения должны быть дополнены начальными и граничными условиями:

$$\bar{f}(z=0,p_z) = f_0, \quad P_s(t=0,\omega_s) = P_s^0, \tag{15}$$

где f_0 – невозмущенная функция распределения электронов по энергиям на входе в пространство взаимодействия, P_s^0 – начальный уровень электромагнитных шумов.

Перейдем далее к безразмерным переменным, считая электронный пучок ультрарелятивистским, $\gamma \gg 1$. В результате самосогласованная система уравнений (10), (12) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial F(u,Z)}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial u}\left(\rho(u,\tau)u\frac{\partial F(u,Z)}{\partial u}\right), \tag{16}$$

$$\frac{d\rho(u,\tau)}{d\tau} + \rho(u,\tau) = \int_0^L \rho(u,\tau)u\frac{\partial F(u,Z)}{\partial u}dZ. \tag{17}$$

Здесь $F = mc\bar{f}$ – функция распределения электронов по энергиям, удовлетворяющая условиям нормировки $\int_0^\infty F(u)du = 1$, $\tau = t\bar{\omega}_s/Q$, $Z = IK^2\bar{\lambda}_s z/(S_\perp I_a(1-R^2))$ – безразмерные время и координата, $L = IK^2\bar{\lambda}_s l/(S_\perp I_a(1-R^2))$ – безразмерная длина резонатора, $\rho = \frac{I_a(1-R^2)h_{sn}S_\perp}{I\gamma_0^2\bar{\lambda}_s}\frac{e^2|A_{sn}|^2}{m^2c^4}$ – нормированная спектральная плотность мощности. С учетом соотношения (14) мы перешли от интегрирования по частотам ω_s к интегрированию по относительным изменениям энергии электронов $u = \gamma/\gamma_0$.

Для системы уравнений (16) запишем закон сохранения энергии

$$\frac{dS_p}{d\tau} + S_p = \eta, \tag{18}$$

где $S_p = \int_0^\infty \rho(u)du$ – полная мощность излучения, $\eta = \int_0^\infty (1-u)Fdu$ – электронный КПД.

На начальной линейной стадии взаимодействия можно пренебречь деформацией функции распределения электронов по энергиям, тогда спектральную мощность можно представить в виде $\rho(\tau,u) = \rho_0\exp(\Gamma(u)\tau)$, где Γ – временной инкремент кинетической стадии неустойчивости. Используя уравнение (17) и полагая $\Gamma = 0$, получим стартовые условия для нормированной длины $L_{st} = (u\partial F_0/\partial u)^{-1}$, которая определяет стартовый ток генератора

$$I_{st} = \frac{I_a(1-R^2)S_\perp}{K^2l\bar{\lambda}_s}L_{st}. \tag{19}$$

Очевидно, наибольшим временным инкрементом и наименьшим стартовым током обладают моды, частоты которых соответствуют резонансным скоростям электронов, находящимся вблизи точки перегиба функции $F_0(u)$ [15, 16]. Пусть распределение электронов по энергиям при влете в резонатор задается гауссовой функцией:

$$F_0(u) = \frac{\exp(-(1-u)^2/\delta^2)}{\sqrt{\pi}\delta} \tag{20}$$

с относительным разбросом $\Delta\gamma/\gamma_0 = \delta$. Нормированная стартовая длина резонатора как функция параметра δ показана на рис. 2. Очевидно, что указанная длина растет при увеличении разброса.

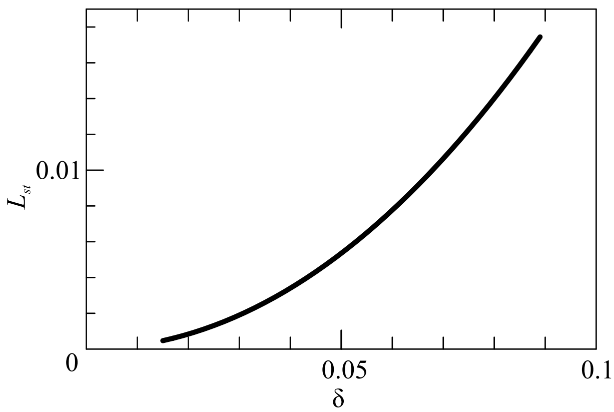

Рис. 2. Зависимость стартовой длины L_{st} от начального энергетического разброса δ

По мере накопления поля в резонаторе, а, следовательно, роста амплитуд волн возникает деформация функции распределения (см. рис. 3a). В результате на ней устанавливается стационарный профиль, фактически определяющий уровень возбуждения различных мод. Соответствующий спектр выходного излучения изображен на рис. 3b. На рисунке 4 представлены начальное $F_0(u, Z = 0)$ и конечное $F_{\rm out}(u, Z = L)$ распределения электронов по энергиям, а также спектр стационарной генерации для различных уровней превышения над порогом, регулируемых параметром L. Очевидно, по мере увеличения надкритичности происходит расширение спектра возбуждающихся мод и, одновременно, в выходной функции распределения $F_{\rm out}$, вследствие диффузии электронов в область низких энергий, увеличивается область плато. Как ширина плато, так и ширина спектра возбуждающихся мод тем больше, чем больше превышение параметра L над порогом генерации L_{st}. Соответственно с увеличением L растет полная мощность излучения и электронный КПД (рис. 5),

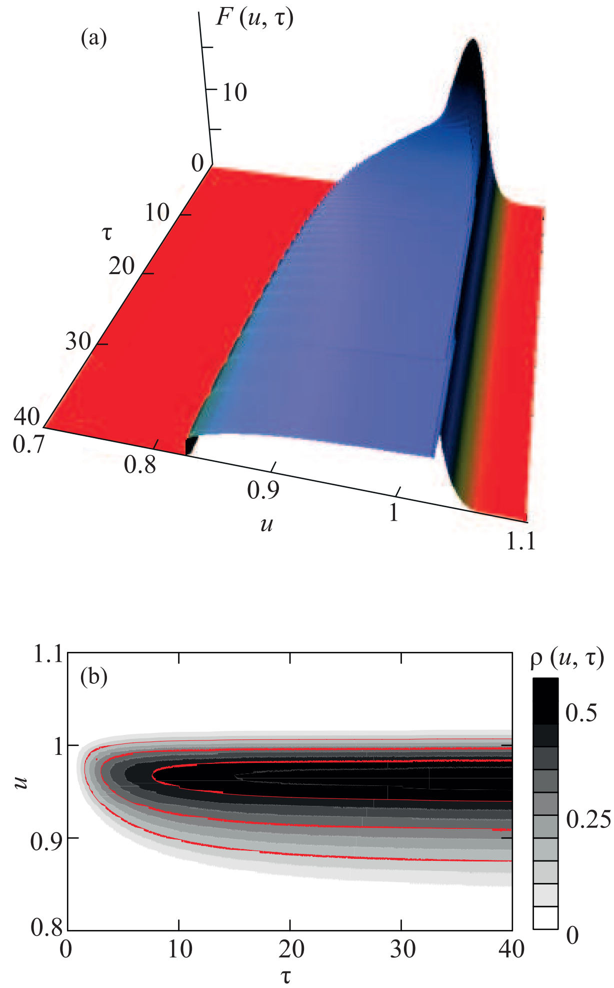

Рис. 3. (Цветной онлайн) Установление стационарного режима генерации. (a) – Эволюция функции распределения электронов по энергиям $F_{\rm out}(u, \tau)$. (b) – Динамический спектр генерации $\rho(u, \tau)$. Нормированная длина области взаимодействия $L = 0.03$, начальный разброс электронов по энергиям $\delta = 0.03$

который может достигать 20 % и более. При этом начальный энергетический разброс практически не влияет на КПД. Таким образом, использование кинетического режима электронно-волнового взаимодействия позволяет с высокой эффективностью применять пучки со значительным скоростным разбросом для генерации широкополосного излучения.

Сделаем в заключение оценки параметров применительно к разрабатываемому в ИЯФ СО РАН длинно-импульсному терагерцовому ЛСЭ. Выберем ондуляторный параметр $K = 0.4$, коэффициент отражения от зеркал $R = 0.8$. Пусть период ондулятора $d = 4$ см, энергия электронов 4.5 МэВ ($\gamma = 10$), центральная частота излучения 1.5 ТГц. При расстоянии между пластинами 0.4 см, ширине пластин

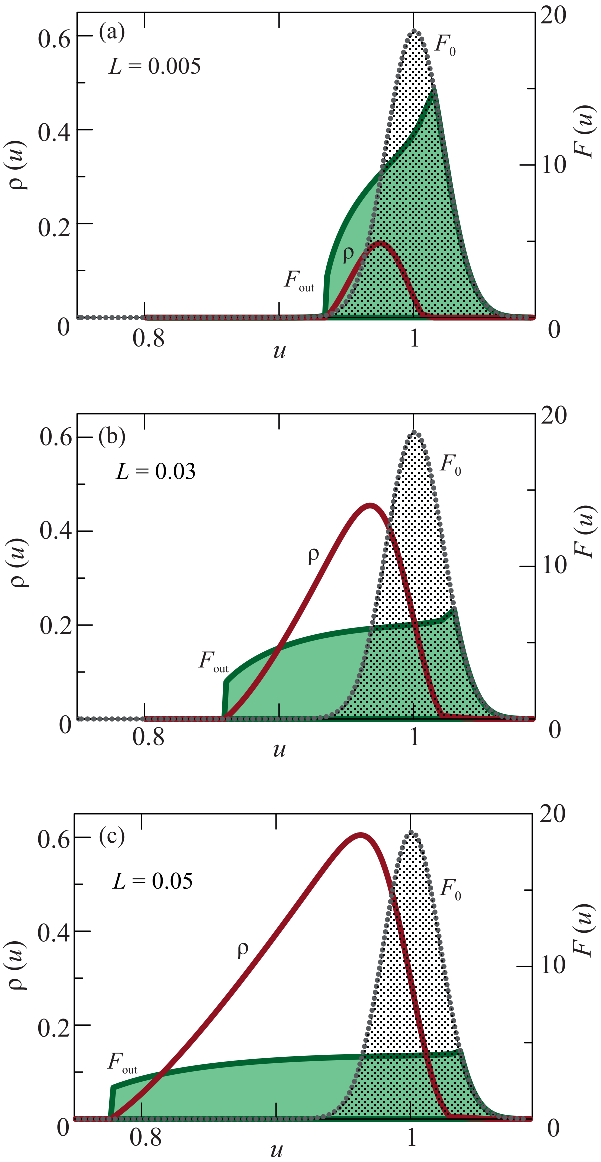

Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектр стационарной генерации $\rho(u)$ и функция распределения электронов по энергиям на выходе из резонатора $F_{\text{out}}(u)$ при различных уровнях превышения над порогом параметра L. Начальная функция распределения $F_0(u)$ соответствует относительному разбросу электронов $\delta = 0.03$

2 см, длине ондулятора 200 см и начальном энергетическом разбросе 3 % стартовый ток генератора составляет 40 А. В случае с нормированной длиной резонатора $L = 0.03$, представленном на рис. 3 и 4b, для достижения КПД 7.5 % необходим рабочий ток 240 А, тогда в соответствии с выражением (14) относительная ширина спектра излучения по полувысоте составит 15 % при полной мощности излучения 80 МВт.

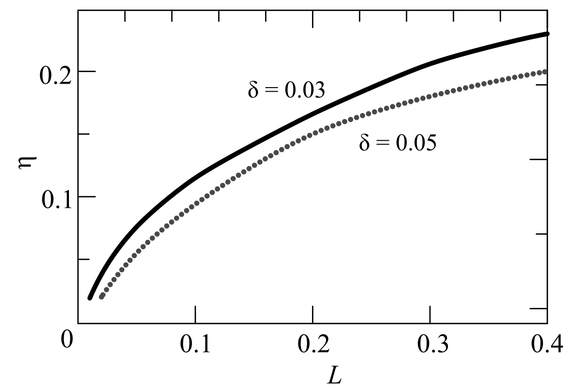

Рис. 5. Зависимость КПД от нормированной длины резонатора для электронных пучков с различными начальными разбросами по энергиям δ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 19-12-00212).

---

1. П. В. Логачев, Г. И. Кузнецов, А. А. Корепанов, А. В. Акимов, С. В. Шиянков, О. А. Павлов, Д. А. Старостенко, Г. А. Фатькин, Приборы и техника эксперимента **6**, 42 (2013).
2. D. A. Nikiforov, M. F. Blinov, V. V. Fedorov et al. (Collaboration), Phys. of Particles and Nuclei Letters **17**, 197 (2020).
3. N. Ginzburg, N. Peskov, A. Savilov, A. Sergeev, V. Zaslavsky, A. Arzhannikov, E. Sandalov, S. Sinitsky, D. Skovorodin, and A. Starostenko, *Programm e-booklet of The 2020 IEEE Intern. Conf. on Plasma Science (ICOPS)*, TA2-S2-008 (2020).
4. Yu. S. Oparina, N. Yu. Peskov, and A. V. Savilov, Phys. Rev. Appl. **12**, 044070 (2019).
5. G. R. Neil, C. L. Bohn, S. V. Benson et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **84**, 662 (2000).
6. M. A. Dem'yanenko, D. G. Esaev, B. A. Knyazev, G. N. Kulipanov, and N. A. Vinokurov, Appl. Phys. Lett. **92**, 131116 (2008).
7. G. M. Kazakevich, V. M. Pavlov, Y. U. Jeong, and B. C. Lee, Phys. Rev. ST Accel. Beams. **12**, 040701 (2009).
8. W. E. Drummond and D. Pines, Nuclear Fusion, Suppl. **3**, 1049 (1962).
9. A. A. Vedenov, Sov. At. Energy **13**, 591 (1963).
10. A. M. Dimos and R. C. Davidson, Phys. Fluids **28**, 677 (1985).
11. W. P. Marable and P. A. Sprangle, J. Appl. Phys. **67**, 3576 (1990).
12. N. A. Vinokurov, Z. Huang, O. A. Shevchenko, and K. J. Kim, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **475**, 74 (2001).
13. О. А. Шевченко, Н. А. Винокуров, Известия вузов. Радиофизика **60**, 41 (2017).

14. Z. Huang and K.-J. Kim, Phys. Rev. ST Accel. Beams **10**, 034801 (2007).
15. N. S. Ginzburg and M. A. Shapiro, Opt. Commun. **40**, 215 (1982).
16. N. S. Ginzburg and E. R. Kocharovskaya, Phys. Rev. ST Accel. Beams. **19**, 080701 (2016).
17. Л. А. Вайнштейн, *Электромагнитные волны*, Радио и связь, М. (1988), гл. VIII.