Письма в ЖЭТФ, том 113, вып. 10, с. 697 – 703

Поглощение микроволнового излучения двумерными электронными системами, связанное с возбуждением размерных резонансов бернштейновских мод

С. И. Дорожкин[+1)], *А. А. Капустин*[+], *В. Уманский*[*], *Ю. Х. Смет*[×]

[+]*Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

[*]*Department of Physics, Weizmann Institute of Science, 76100 Rehovot, Israel*

[×]*Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Heisenbergstrasse 1, D-70569 Stuttgart, Germany*

Поступила в редакцию 10 апреля 2021 г.
После переработки 21 апреля 2021 г.
Принята к публикации 22 апреля 2021 г.

На образцах гетероструктур GaAs/AlGaAs с двумерной электронной системой под микроволновым излучением частоты 130–170 ГГц выполнены исследования зависимости амплитуд осцилляций Шубникова–де Гааза от магнитного поля. Обнаружены две особенности подавления амплитуд осцилляций излучением, имеющие резонансный характер по полю. Один из резонансов возникает в магнитном поле, соответствующем второй гармонике циклотронного резонанса, в то время как существование, положение и амплитуда второго резонанса более сложным образом зависят от частоты излучения. Обнаруженное резонансное поглощение излучения на второй гармонике, по-видимому, является причиной аномального пика магнетосопротивления, недавно наблюдавшегося около этой гармоники. Указанные резонансы могут быть объяснены возбуждением в ограниченном образце стоячих магнитоплазменных волн с одинаковым волновым вектором, но соответствующих двум различным областям их закона дисперсии: почти бездисперсионному участку бернштейновской моды и циклотронной магнитоплазменной моде.

DOI: 10.31857/S1234567821100116

Фотоотклик на микроволновое излучение, наблюдаемый в магнетосопротивлении двумерных электронных систем (ДЭС), демонстрирует целый ряд ярких эффектов. Прежде всего упомянем индуцированные излучением осцилляции магнетосопротивления (MIRO, *microwave induced resistance oscillations* в англоязычной литературе) [1, 2], а также состояния с близкими к нулю значениями диссипативных компонент тензоров магнетосопротивления [3–5] и магнетопроводимости [6], возникающие в минимумах MIRO. Объяснение этих эффектов оказалось возможным в терминах невзаимодействующих электронов. Так, одним из механизмов возникновения MIRO является формирование под облучением неравновесной функции распределения электронов, имеющей немонотонную зависимость от энергии [5, 7–9]. Возникновение MIRO считается не связанным с какими-либо резонансами в поглощении микроволнового излучения. Другим хорошо известным типом фотоотклика являются максимумы сопротивления [10, 1, 11], вызванные нагревом электронной системы при возбуждении в ней размерных магнитоплазменных резонансов (РМПР), связанных с формированием стоячих плазменных волн в образцах конечных размеров. РМПР сосуществуют с MIRO [1] и даже могут наблюдаться в состояниях с малой диссипацией [12]. Микроволновое поглощение при размерных магнитоплазменных резонансах может быть зарегистрировано по возрастанию температуры электронного газа, например, при измерениях спектров фотолюминесценции [13, 14] или амплитуды осцилляций Шубникова–де Гааза (ОШДГ) [15], а также по изменению добротности микроволновых резонаторов [16, 17]. Регистрация резонансного поглощения такими методами не связана с температурной зависимостью неосциллирующей части магнетосопротивления. В образцах с очень высокой подвижностью электронов и большим периодом ОШДГ несколько узких РМПР могут наблюдаться в пределах одной осцилляции [18]. Наблюдавшиеся до сих пор РМПР были связаны с магнитоплазменными волнами, описываемыми широко известным законом дисперсии:

1)e-mail: dorozh@issp.ac.ru

$$\omega_{\rm mp} = \sqrt{\omega_c^2 + \frac{2\pi e^2 n_{\rm s} k}{m^* \epsilon_{\rm eff}}}. \qquad (1)$$

Здесь $\omega_{\rm mp}$ – круговая частота магнитоплазменной волны с волновым вектором k, $\omega_c = eB/m^*c$ – циклотронная частота электронов с эффективной массой m^* в магнитном поле B, $n_{\rm s}$ – плотность двумерных электронов, $\varepsilon_{\rm eff}$ – эффективная диэлектрическая проницаемость среды, окружающей ДЭС. Во многих случаях $\varepsilon_{\rm eff}$ неплохо описывается полусуммой диэлектрических проницаемостей подложки и вакуума. Для гетероструктур GaAs/AlGaAs обычно используются значения $m^* = 0.067m_{\rm e}$ и $\varepsilon_{\rm eff} = 6.9$. Возбуждения ДЭС со спектром (1) носят название циклотронных магнитоплазмонов (ЦМП). Для часто встречающейся в эксперименте планарной геометрии образцов вида холловских мостиков ширины w в первом приближении положения РМПР соответствуют значениям волнового вектора $k_n = n\pi/w$, где $n = 1, 2, \ldots$ (относительно отклонений от этого соотношения см. результаты численного расчета [19]). Отметим также недавнее наблюдение [20] стоячих магнитоплазменных волн со спектром, отличным от (1) в силу наличия на поверхности гетероструктуры металлической полоски, частично покрывающей ДЭС.

Неожиданным результатом [21, 22] оказалось наблюдение под микроволновым излучением частоты f узких пиков магнетосопротивления вблизи второй гармоники циклотронного резонанса (ЦР), т.е., при $2\pi f = 2\omega_c$, где они накладываются на более плавные максимумы MIRO, расположенные примерно в тех же магнитных полях. Происхождение таких пиков связывается с сильной температурной зависимостью сопротивления исследованных образцов в соответствующей области магнитных полей и резонансным нагревом электронной системы. Очевидно, что при заданных $n_{\rm s}$ и k из формулы (1) можно получить совпадение частот РМПР и второй гармоники ЦР только для одного значения частоты f, тогда как эффект наблюдается в довольно широком непрерывном диапазоне частот. Для объяснения резонансного поглощения микроволнового излучения на второй гармонике циклотронного резонанса было предложено несколько альтернативных механизмов. Это [23] возникновение плазменной неустойчивости при попадании частоты излучения в щель между первой и второй бернштейновскими магнитоплазменными модами [24, 25], находящуюся вблизи удвоенной частоты ЦР. Реализация такой неустойчивости оказывается возможной вблизи металлического контакта к ДЭС. Другое недавно предложенное объяснение [26] связывается с высокочастотным резонансом [27] при вязком течении сильновзаимодействующих двумерных электронов в магнитном поле. В данной работе на основании измерений ОЩДГ под микроволновым облучением обнаружено сосуществование РМПР с резонансным поглощением излучения вблизи второй гармоники ЦР. Показано, что объяснение двух резонансов возможно на основании полного спектра магнитоплазменных волн в ДЭС, образованного бернштейновскими модами [24]. Это объяснение состоит в формировании размерных магнитоплазменных резонансов двух типов: обычный РМПР, сформированный магнитоплазменными волнами со спектром (1), и резонанс, соответствующий почти бездисперсионным участкам спектра около второй гармоники ЦР (см. рис. 2a). Ниже мы будем называть этот резонанс размерным бернштейновским резонансом (РБР).

Измерения были выполнены на двух образцах, изготовленных из одной гетероструктуры GaAs/AlGaAs, и показали одинаковые результаты. Двумерные электронные системы создавались в квантовых ямах GaAs шириной 30 нм за счет селективного легирования кремнием в слой AlGaAs. После засветки от красного фотодиода при температуре около 4 K плотность электронов составляла $n_{\rm s} = 2.7 \cdot 10^{11}\,$см$^{-2}$, а подвижность при температуре 0.5 K равнялась $6.8 \cdot 10^6\,$см^2/В·с. Образцы имели планарную геометрию холловских мостиков шириной $w = 50\,$мкм и расстоянием между потенциальными контактами $L = 300\,$мкм. Образцы помещались внутри сверхразмерного прямоугольного волновода сечением $6.5 \times 13.0\,$мм^2 (WG19) и погружались в жидкий ^{3}He, температура которого во время измерений поддерживалась равной 0.5 K. Плоскость ДЭС ориентировалась перпендикулярно оси волновода, совпадавшей с направлением магнитного поля. Непрерывное микроволновое излучение диапазона частот 130–170 ГГц генерировалось лампой обратной волны и проходило через аттенюатор типа WG28, соответствующий диапазону частот 90–140 ГГц. Мощность излучения менялась при изменении параметров аттенюатора, но это изменение для части использованного диапазона частот неточно соответствовало калибровке аттенюатора. Ниже ослабление излучения характеризуется показаниями аттенюатора.

На рисунке 1a представлены кривые магнетосопротивления, измеренные в отсутствие микроволнового излучения и под облучением частоты $f = 168\,$ГГц различной мощности. Высокочастотные осцилляции на всех кривых являются ОЩДГ. Низкочастотные осцилляции (MIRO) появляются под облучением (кривые *2* и *3*) в более слабых полях. В дан-

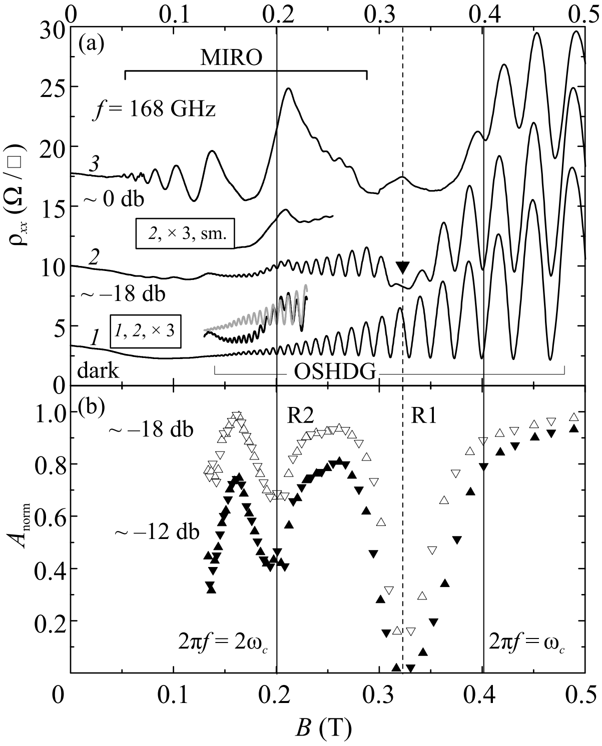

Рис. 1. (a) – Удельное магнетосопротивление ρ_{xx}, измеренное в отсутствие облучения (кривая *1*) и под облучением частоты 168 ГГц двух различных мощностей (кривые *2* и *3*, сдвинутые вверх на 7 и 14 Ом/квадрат соответственно). Около кривых *2* и *3* указано номинальное ослабление аттенюатора (подробнее см. текст). Между кривыми *1* и *2* показаны их фрагменты, растянутые в 3 раза вдоль вертикальной оси и наложенные друг на друга для наглядности изменения амплитуд ОШДГ в соответствующем интервале магнитных полей. Фрагмент кривой *2* в увеличенном в 3 раза масштабе, но со сглаженными ОШДГ показан над ней. (b) – Зависимости от магнитного поля амплитуд ОШДГ под облучением, нормированные на их величины в отсутствие облучения, для двух мощностей излучения. Треугольниками с вершинами вверх (вниз) представлены результаты для амплитуд осцилляций в их максимумах (минимумах). Сплошные вертикальные линии отмечают положения циклотронного резонанса и его второй гармоники для электронов с эффективной массой $m^* = 0.067m_e$. Пунктирная вертикальная прямая отмечает магнитное поле, в котором наблюдается максимальное подавление амплитуды ОШДГ и максимум сопротивления при большой мощности излучения (кривая *3*)

ной работе мы прежде всего рассмотрим подавление ОШДГ в результате облучения. Этот эффект хорошо заметен уже при небольшой мощности излучения (кривая *2*) и имеет резонансный характер. Этот характер наиболее ярко проявляется в почти полном подавлении одной осцилляции, отмеченной треугольником на кривой *2*. Результаты анализа подавления других осцилляций показаны на рис. 1b. Для всех наблюдаемых ОШДГ влияние облучения на их амплитуды A_n характеризовалось отношением амплитуд осцилляций под облучением $A_n^{(\omega)}$ и без облучения A_n^0. Нормированные значения $A_{\mathrm{norm,n}} = A_n^{(\omega)}/A_n^0$ приведены на рис. 1b для двух значений мощности. Из этого рисунка очевидно существование двух областей магнитных полей (R1 и R2), в которых происходит наибольшее подавление амплитуды ОШДГ, имеющее резонансный вид. Положение глубокого минимума (область R1), отмеченного пунктирной линией, будет обсуждаться ниже, левый же минимум (область R2) расположен около второй гармоники ЦР, где $2\pi f = 2\omega_c$. Отметим разное поведение под облучением неосциллирующей части магнетосопротивления в этих областях. В области R1 она сначала резко уменьшается (кривая *2*), а при дальнейшем возрастании мощности излучения образует максимум сопротивления (кривая *3*). В области R2 на кривой *2* подавление амплитуды ОШДГ сопровождается возникновением узкого пика, который при дальнейшем возрастании мощности сливается с ближайшим максимумом MIRO (кривая *3*). Два минимума на кривых $A_{\mathrm{norm}}(B)$, очевидно, отражают две резонансные особенности в поглощении микроволнового излучения. Мы связываем их с возбуждением двух размерных магнитоплазменных резонансов, соответствующих стоячим волнам с одним и тем же волновым вектором, но относящимся к разным частям спектра магнитоплазмонов.

В данной работе, интерпретируя наши экспериментальные результаты, мы рассмотрим более полный по сравнению с (1) закон дисперсии магнитоплазменных волн в ДЭС, образованный бернштейновскими модами [24], который в квазистатическом пределе ($\omega < ck/\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{eff}}}$) и отсутствии рассеяния электронов является решением следующего уравнения:

$$1 - \frac{4e^2m^*}{\hbar^2\epsilon_{\mathrm{eff}}k}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2J_n^2(kR_c)}{(\omega/\omega_c)^2 - n^2} = 0. \qquad (2)$$

Здесь J_n – функция Бесселя порядка n, $R_c = V_F/\omega_c$ – циклотронный радиус электронов на уровне Ферми вырожденной ДЭС, V_F – фермиевская скорость. Как будет видно ниже, при наших экспериментальных параметрах этот закон дисперсии фактически включает в себя дисперсию (1). Магнитодисперсия, полученная решением уравнения (2) для волнового вектора $k = \pi/w$ без использования свободных параметров, показана на рис. 2a. Она состоит из системы непересекающихся ветвей (бернштейновских мод) с

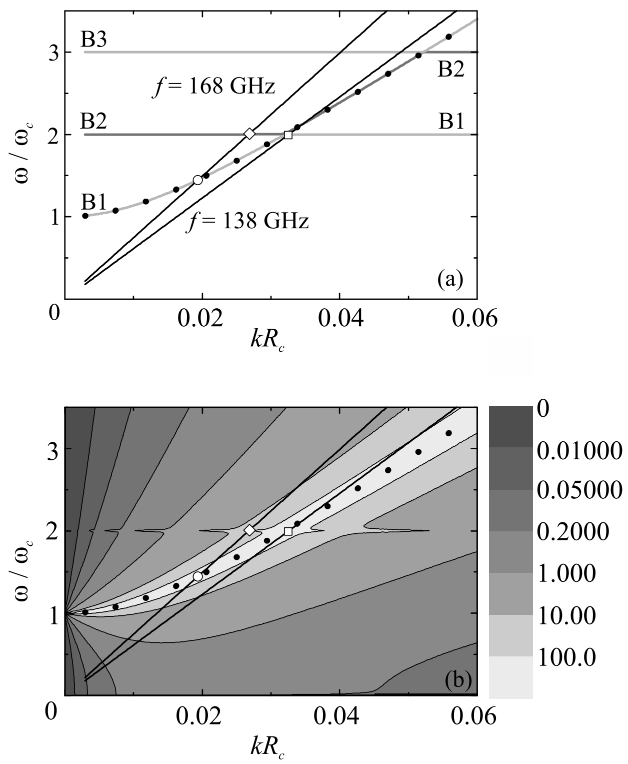

Рис. 2. (a) – Магнитодисперсия трех нижних бернштейновских мод, полученная в результате численного решения уравнения (2) для значения волнового вектора $k = \pi/w$ (серые кривые разной интенсивности, обозначенные B1, B2 и B3). Черными точками показана магнитодисперсия ЦМП для того же волнового вектора, определяемая уравнением (1). Сплошные прямые, описываемые соотношением $\omega/\omega_c = (2\pi f/kV_F)kR_c$, соответствуют движению по диаграмме при сканировании магнитного поля для двух значений частоты излучения, указанных около прямых. Открытыми символами отмечены точки пересечения линии 168 ГГц с модами B1 и B2, а также линии 138 ГГц с модой B1. (b) – Распределение интенсивности микроволнового поглощения по диаграмме $(kR_c, \omega/\omega_c)$, вычисленное с использованием уравнения (3) для $\tau = 2.6 \cdot 10^{-10}$ с, определенного из величины подвижности ДЭС, и $k = \pi/w$

частотами ω, лежащими в интервалах $n < \omega/\omega_c < n + 1$. Зависимость, показанная темными точками, представляет собой магнитодисперсию ЦМП со спектром (1) и таким же волновым вектором $k = \pi/w$. При использованном значении волнового вектора и $\omega/\omega_c \neq n$ эта дисперсионная зависимость почти полностью покрывается фрагментами бернштейновских мод, отличными от их почти горизонтальных участков. В общем случае закон дисперсии ЦМП (1) получается из уравнения (2) при малых значениях волнового вектора и частотах, достаточно удаленных от гармоник ЦР, когда в сумме, фигурирующей в уравнении (2), существенен только первый член, а функция Бесселя первого порядка заменяется главным членом ее разложения по малому параметру kR_c. Можно показать, что для актуальных малых значений волнового вектора горизонтальные участки магнитодисперсии на рис. 2a соответствуют почти бездисперсионным зависимостям $\omega(k)$ в постоянном магнитном поле. Для малых значений волнового вектора расщепления между бернштейновскими модами очень малы. Они становятся существенными при $kR_c \gtrsim 1$, где они наблюдались экспериментально [28, 29]. В координатах $(kR_c, \omega/\omega_c)$ на рис. 2a развертка магнитного поля под облучением частоты $f = \omega/2\pi$, осуществляемая в эксперименте, соответствует движению в начало координат вдоль прямой линии с наклоном $2\pi f/kV_F$. Две такие линии (нагрузочные прямые), соответствующие частотам 168 и 138 ГГц, также приведены на рис. 2. Резонансное поглощение ожидается в точках пересечения нагрузочных прямых и линий магнитодисперсии. Такое предположение, однако, справедливо лишь в случае полного отсутствия рассеяния электронов. Как будет обсуждаться ниже, для частоты 168 ГГц и достижимых в настоящее время значений подвижности электронов в рамках используемого анализа ожидается возникновение только двух резонансов, соответствующих пересечениям нагрузочной прямой с линиями магнитодисперсии второй бернштейновской моды в точке (0.02685, 2.0068) и циклотронного магнитоплазмона в точке (0.0193, 1.45), где его магнитодисперсия совпадает с дисперсией первой бернштейновской моды. Второе из указанных пересечений соответствует обычному размерному магнитоплазменному резонансу. Первая же точка реализует размерный бернштейновский резонанс. Очевидно, что в силу почти бездисперсионного поведения бернштейновской моды около второй гармоники РБР в образцах типичных размеров будут реализовываться именно около этой гармоники.

Расчетное положение РБР хорошо согласуется с положением резонанса R2 около второй гармоники ЦР. Расчетное же положение РМПР ($\omega/\omega_c = 1.45$) несколько отличается от положения резонанса R1 на рис. 1 ($\omega/\omega_c = 1.25$). В связи с этим отметим, что в экспериментах (см., например, [10, 11]) довольно часто наблюдается аналогичное незначительное (10–20 %) отклонение наблюдаемых положений РМПР от рассчитанных для волнового вектора $k = \pi/w$. Это может быть связано со следующими факторами. Во-первых, резонансы поглощения в полосках конечной ширины могут быть сдвинуты от вычисленных в таком простом приближении [19]. Кроме того, значение эффективной диэлектрической проницаемости ε_{eff} может зависеть от реальной архитектуры гетероструктуры, особенно в случае наличия в ней сильно легированных слоев, и отличаться от обычно используемого значения $\varepsilon_{\text{eff}} = 6.9$. Отметим, что положение РБР около второй гармоники при актуальных значениях волнового вектора очень слабо зависит от отклонений параметров образца от выбранных при расчете значений, включая ширину w.

Для качественного представления о сравнительной силе наблюдаемых резонансов можно воспользоваться формулой для поглощения волны, модулированной по амплитуде вдоль плоскости ДЭС: $E_x = E\exp(i(kx - \omega t))$, полученной [30] для квазистатического случая в квазиклассическом приближении:

$$Q = E^2\,\mathrm{Im}\frac{m^*e^2\omega}{2\pi(\hbar k)^2}\left(\frac{1 - iN/\omega_c\tau}{1 - N(\omega + i/\tau)/\omega_c} + \frac{2m^*e^2}{\hbar^2 k\epsilon_{\text{eff}}}\right)^{-1}. \quad (3)$$

Здесь

$$N = \sum_{l=-\infty}^{\infty}\frac{J_l^2(kR_c)}{(\omega + i/\tau)/\omega_c + l},$$

τ – время релаксации электронов по импульсу. Отметим, что эта формула приводит к максимумам поглощения на линиях закона дисперсии, получаемых из уравнения (2), при $\omega\tau \to \infty$. Более того, уравнение (2) можно получить из уравнения (3), приравняв нулю производную $\partial Q/\partial\omega$, а затем перейдя к пределу $\omega\tau \to \infty$. Результаты расчета поглощаемой мощности в соответствии с уравнением (3) представлены на рис. 2b. Как следует из этих результатов, наиболее сильное поглощение ожидается вдоль дисперсионной кривой циклотронного магнитоплазмона и быстро уменьшается при удалении от нее. Кроме того, как показали более подробные численные расчеты, для нашего значения подвижности электронов максимумы поглощения вдоль нагрузочных линий возникают в точках их пересечений с горизонтальными участками дисперсионных зависимостей только на второй гармонике циклотронного резонанса. На рисунке 2b этот факт проявляется в наличии около второй гармоники узких горизонтальных полос, соответствующих более высокому уровню поглощения излучения. Уменьшение же подвижности в пять раз приводит к исчезновению максимума поглощения для частоты 168 ГГц и на второй гармонике. Таким образом, существование резонансов микроволнового поглощения на гармониках циклотронного резонанса критическим образом зависит от подвижности электронов через параметр $\omega\tau$.

Необходимо, однако, отметить, что приведенные расчетные результаты для поглощаемой мощности имеют только качественное значение для интерпретации наших результатов, так как сила осциллятора для размерных резонансов вполне может отличаться [19] от рассчитанной для случая осциллирующего с координатой высокочастотного электрического поля. Тем не менее, различие в микроволновом поглощении при РМПР и РБР, ожидаемое на основании расчета, качественно коррелирует с наблюдением, что подавление амплитуды ОШДГ на рис. 1 максимально в области R1 и заметно меньше в области R2.

Из данных на рис. 2a нетрудно видеть (см. нагрузочную прямую, соответствующую частоте 138 ГГц), что изменение частоты излучения заметно сдвигает положение РМПР по вертикальной оси ω/ω_c, не меняя положения РБР около второй гармоники ЦР. Результаты измерений для частоты 138 ГГц приведены на рис. 3. Как видно из этого рисунка, на этой частоте доминирующим стал минимум $A_{\text{norm}}(B)$ около второй гармоники, и исчез глубокий минимум в диапазоне $1 < \omega/\omega_c < 2$, что вполне коррелирует с результатом расчета для этой частоты на рис. 2a. Отметим, что максимальное подавление ОШДГ около второй гармоники наблюдалось также в работе [31], где не получило определенной интерпретации.

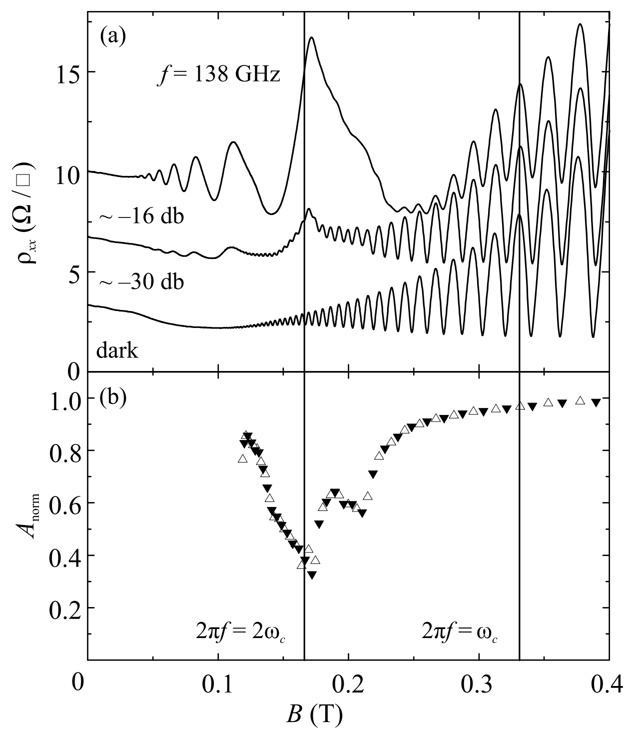

Рис. 3. Экспериментальные данные для частоты излучения $f = 138$ ГГц, аналогичные приведенным на рис. 1 для $f = 168$ ГГц

Внимательное прочтение работ [21, 22] показывает, что пики сопротивления на второй гармонике циклотронного резонанса наблюдались в области частот 60–190 ГГц на образцах с подвижностью электронов, превышающей значение $10 \cdot 10^6\,\text{см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$, и имеющих ширину проводящего канала холловских мостиков $w \leq 200$ мкм. Как было отмечено выше, высокая подвижность электронов может являться ключевым фактором для возникновения максимума поглощения на второй гармонике. Небольшая величина ширины канала, очевидно, способствует формированию стоячей волны при наличии рассеяния электронов. Что касается частотного диапазона, как следует из рис. 2b, максимального резонансного поглощения на второй гармонике следует ожидать для частот, не слишком отличающихся от частоты, соответствующей пересечению магнитодисперсии циклотронного магнитоплазмона и нагрузочной линии $\omega/\omega_c = kR_c\omega/kV_F$ на второй гармонике. Нетрудно получить, что это происходит на частоте $f = \omega/2\pi = (eV_F/\hbar)\sqrt{m^*/3\pi\varepsilon_{\text{eff}}w}$. Эта частота равняется 141 ГГц при $n_{\text{s}} = 2.7 \cdot 10^{11}\,\text{см}^{-2}$, $w = 50$ мкм, т.е., типичных значениях параметров, при которых наблюдались пики магнетосопротивления на второй гармонике. Необходимо отметить, что величина поглощения на второй гармонике может усиливаться за счет формирования РБР стоячими волнами с волновыми векторами $k_{(n+1)} = (n+1)\pi/w$ вследствие почти бездисперсионной зависимости бернштейновской моды около этой гармоники. Этот факт иллюстрируется результатами расчета магнитодисперсии для $k_2 = 2\pi/w$ и нагрузочной прямой для $f = 168$ ГГц, приведенными на рис. 4. Действительно, в этом случае резонанс ожидается только на второй гармонике и отсутствует в области частот $1 < \omega/\omega_c < 2$. Очевидно, что этот результат остается справедливым для волнового вектора $k = \pi/w_2$, соответствующего полоске шириной $w_2 = w/2$. Таким образом, представляется возможным наблюдение только одного резонанса – размерного бернштейновского резонанса на второй гармонике ЦР.

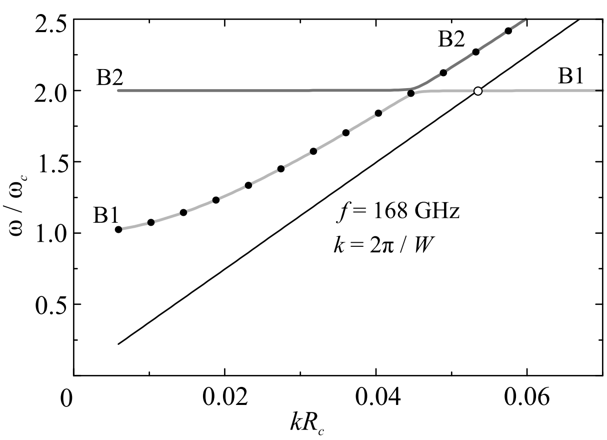

Рис. 4. Результаты расчета для $k = 2\pi/w$ магнитодисперсии двух нижних бернштейновских мод и циклотронного магнитоплазмона, а также нагрузочной прямой для $f = 168$ ГГц. Обозначения те же, что и на рис. 2

В заключение, полученные нами экспериментальные и расчетные результаты свидетельствуют о резонансном поглощении микроволнового излучения двумерными электронами на второй гармонике циклотронного резонанса в результате возбуждения стоячих волн, соответствующих двум нижним бернштейновским модам магнитоплазменных колебаний.

Авторы благодарны В. А. Волкову и И. В. Кукушкину за полезные обсуждения.

Работа выполнена в рамках госзадания Института физики твердого тела РАН. В. Уманский и Ю. Х. Смет благодарны German–Israeli Foundation for Scientific Research and Development (GIF) за поддержку.

1. M. A. Zudov, R. R. Du, J. A. Simmons, and J. L. Reno, Phys. Rev. B **64**, 201311(R) (2001).
2. P. D. Ye, L. W. Engel, D. C. Tsui, J. A. Simmons, J. R. Wendt, G. A. Vawter, and J. L. Reno, Appl. Phys. Lett. **79**, 2193 (2001).
3. R. G. Mani, J. H. Smet, K. von Klitzing, V. Narayanamurti, W. B. Jonson, and V. Umansky, Nature **420**, 646 (2002).
4. M. A. Zudov, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **90**, 046807 (2003).
5. S. I. Dorozhkin, JETP Lett. **77**, 577 (2003).
6. C. L. Yang, M. A. Zudov, T. A. Knuuttila, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **91**, 096803 (2003).
7. I. A. Dmitriev, A. D. Mirlin, and D. G. Polyakov, Phys. Rev. Lett. **91**, 226802 (2003).
8. I. A. Dmitriev, M. G. Vavilov, I. L. Aleiner, A. D. Mirlin, and D. G. Polyakov, Phys. Rev. B **71**, 115316 (2005).
9. I. A. Dmitriev, A. D. Mirlin, D. G. Polyakov, and M. A. Zudov, Rev. Mod. Phys. **84**, 1709 (2012).
10. E. Vasiliadou, G. Müller, D. Heitmann, D. Weiss, K. von Klitzing, H. Nickel, W. Schlapp, and R. Lösch, Phys. Rev. B **48**, 17145 (1993).
11. I. V. Kukushkin, V. M. Muravev, J. H. Smet, M. Hauser, W. Dietsche, and K. von Klitzing, Phys. Rev. B **73**, 113310 (2006).
12. A. T. Hatke, M. A. Zudov, J. D. Watson, and M. J. Manfra, Phys. Rev. B **85**, 121306 (2012).
13. B. M. Ashkinadze, E. Linder, and V. Umansky, Phys. Rev. B **62**, 10310 (2000).

14. I.V. Kukushkin, J.H. Smet, S.A. Mikhailov, D.V. Kulakovskii, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, Phys. Rev. Lett. **90**, 156801 (2003).
15. С.И. Дорожкин, А.А. Быков, И.В. Печенежский, А.К. Бакаров, Письма в ЖЭТФ **85**, 705 (2007).
16. S.A. Studenikin, A.S. Sachrajda, J.A. Gupta, Z.R. Wasilewski, O.M. Fedorych, M. Byszewski, D.K. Maude, M. Potemski, M. Hilke, K.W. West, and L.N. Pfeiffer, Phys. Rev. B **76**, 165321 (2007).
17. O.M. Fedorych, M. Potemski, S.A. Studenikin, J.A. Gupta, Z.R. Wasilewski, and I.A. Dmitriev, Phys. Rev. B **81**, 201302(R) (2010).
18. Q. Shi, M.A. Zudov, L.N. Pfeiffer, K.W. West, J.D. Watson, and M.J. Manfra, Phys. Rev. B **93**, 165438 (2016).
19. S.A. Mikhailov and N.A. Savostianova, Phys. Rev. B **71**, 035320 (2005).
20. А.М. Зарезин, П.А. Гусихин, В.М. Муравьев, И.В. Кукушкин, Письма в ЖЭТФ **111**, 316 (2020).
21. Y. Dai, R.R. Du, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, Phys. Rev. Lett. **105**, 246802 (2010).
22. A.T. Hatke, M.A. Zudov, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, Phys. Rev. B **83**, 121301(R) (2011).
23. V.A. Volkov and A.A. Zabolotnykh, Phys. Rev. B **89**, 121410(R) (2014).
24. I.B. Bernstein, Phys. Rev. **109**, 10 (1958).
25. K.W. Chiu and J.J. Quinn, Phys. Rev. B **9**, 4724 (1974).
26. P.S. Alekseev and A.P. Alekseeva, Phys. Rev. Lett. **123**, 236801 (2019).
27. P.S. Alekseev, Phys. Rev. B **98**, 165440 (2018).
28. E. Batke, D. Heitmann, J.P. Kotthaus, and K. Ploog, Phys. Rev. Lett. **54**, 2367 (1985).
29. И.В. Кукушкин, В.А. Волков, *Двумерная электронная жидкость в сильном магнитном поле. Магнитоплазмоны, магнитоторотоны, композитные фермионы*, Физматкнига, М. (2016).
30. A.V. Chaplik and D. Heitmann, J. Phys. C: Solid State Phys. **18**, 3357 (1985).
31. Q. Shi, P.D. Martin, A.T. Hatke, M.A. Zudov, J.D. Watson, G.C. Gardner, M.J. Manfra, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, Phys. Rev. B **92**, 081405(R) (2015).