Письма в ЖЭТФ, том 54, вып. 9, стр. 533 — 535 10 ноября 1991 г.

КИРАЛЬНАЯ СУПЕРЧАСТИЦА И ЗАМЫКАНИЕ АЛГЕБРЫ k-СИММЕТРИИ ЗИГЕЛЯ В ЛАГРАНЖЕВОЙ ФОРМУЛИРОВКЕ

А.А.Дериглазов

Томский политехнический институт
634028, Томск

Поступила в редакцию 17 сентября 1991 г.

Предложено действие для модели киральной суперчастицы, включающее набор вспомогательных полей, с замкнутой алгеброй локальных симметрий. Частичная фиксация калибровки, накладываемой на вспомогательное поле, генерирует локальную k-симметрию Зигеля.

Известны несколько вариантов [1−3] замыкания алгебры локальной k-симметрии Зигеля (ЛКСЗ) [4] для суперчастицы Бринка-Шварца в $d = 10$ [5] путем введения набора вспомогательных полей в гамильтоновом формализме. Лагранжева формулировка, равно как аналогичный механизм замыкания для суперструны Грина-Шварца [6] не построены, в связи с чем могут оказаться полезными другие версии замыкания алгебры ЛКСЗ. В настоящей статье рассмотрено на классическом уровне действие для киральной суперчастицы в $d = 2$ в двух формах, отличающихся набором вспомогательных полей. Первое действие инвариантно относительно ЛКСЗ, второе - относительно группы локальных симметрий с замкнутой алгеброй. Частичная фиксация калибровки, налагаемой на вспомогательное поле во втором действии, приводит к первому, генерируя ЛКСЗ: остаточные калибровочные преобразования, не нарушающие выбранную калибровку, есть ЛКСЗ.

Действие для киральной частицы (то есть теории с лагранжианом $L \sim \frac{1}{e}\dot{x}^+\dot{x}^-$ и дополнительным условием $\dot{x}^- = 0$ или связью $p^- \approx 0$ в гамильтоновом формализме) было предложено в работе [7] в форме, не имеющей явно лоренц-инвариантного вида

$$S = \int d\tau \frac{1}{e}\dot{x}^1(\dot{x}^0 - \dot{x}^1). \tag{1}$$

К тем же лагранжевым уравнениям движения, что и (1), приводит лоренц-инвариантное действие с вспомогательным полем $\lambda^{++}(\tau)$ (аналог действия Зигеля для кирального бозона [8])

$$S = \int_0^T d\tau \left[\frac{1}{e}\dot{x}^+\dot{x}^- - \lambda^{++}(\dot{x}^-)^2\right]. \tag{2}$$

Поле λ^{++} выпадает из уравнений движения $(\frac{1}{e}\dot{x}^+)^{\cdot} = (\dot{x}^-)^2 = 0$. В гамильтоновом формализме действию (2) соответствует теория с двумя первичными связями первого рода, что свидетельствует о наличии кроме репараметризационной инвариантности с параметром $\alpha(\tau)$

$$\delta_\alpha x^\pm = \alpha\dot{x}^\pm, \;\; \delta_\alpha e = (\alpha e)^{\cdot}, \;\; \delta_\alpha\lambda^{++} = \alpha\dot{\lambda}^{++} - \dot{\alpha}\lambda^{++}, \tag{3}$$

еще одной локальной симметрии. Действительно, при преобразованиях с параметром $B^{++}(\tau)$

$$\delta_B x^+ = eB^{++}\dot{x}^-, \quad \delta_B\lambda^{++} = \frac{1}{2}\dot{B}^{++} + \frac{\dot{e}}{e}B^{++}, \tag{4}$$

вариация действия (2) дает $\delta L = [\frac{1}{2}B^{++}(\dot{x}^-)^2]^{\cdot}$, поэтому остается инвариантным при дополнительном граничном условии на $B^{++}: B^{++}(0)[\dot{x}^-(0)]^2 = B^{++}(T)[\dot{x}^-(T)]^2$. Преобразования (4) позволяют откалибровать поле λ^{++}, причем калибровка $\lambda^{++}=0$ полностью фиксирует симметрию (4). Отметим также, что действие для киральной частицы можно переписать в форме с двумя дополнительными полями λ^{++} и ω^+

$$S = \int d\tau \left[\frac{1}{e}\dot{x}^+\dot{x}^- - \lambda^{++}(\dot{x}^-)^2 - \omega^+\dot{x}^-\right]. \tag{5}$$

При этом, в дополнение к (3) и (4), имеется тривиальная локальная симметрия с параметром $\xi^+(\tau)$

$$\delta x^+ = \xi^+, \quad \delta\omega^+ = \frac{1}{e}\dot{\xi}^+. \tag{6}$$

Рассматрим суперсимметричные аналогии для (2) и (5), которые получаются заменой $\dot{x}^\mu \to \Pi^\mu \equiv \dot{x}^\mu - i\bar{\theta}\sigma^\mu\dot{\theta}$, где $\theta_\alpha = (\theta_1, \theta_2)$ - майорановский спинор. Выбирая представление для σ^μ - матриц в виде

$$\sigma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \ C^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \ \bar{\theta} = C\theta, \tag{7}$$

получим $\Pi^+ = \dot{x}^+ - i\theta_1\dot{\theta}_1$, $\Pi^- = \dot{x}^- - i\theta_2\dot{\theta}_2$. Для (2) получим действие киральной суперчастицы в виде

$$S = \int d\tau \left[\frac{1}{e}\Pi^+\Pi^- - \lambda^{++}(\Pi^-)^2\right], \tag{8}$$

обладающее (кроме репараметризаций) локальной k-симметрией Зигеля

$$\delta_k\theta_1 = \Pi^+ k, \quad \delta_k x^+ = (\theta_1 k)\Pi^+, \quad \delta_k e = 2ie(\dot{\theta}_1 k). \tag{9}$$

Алгебра этих преобразований замкнута на полях x^+, $\theta_1 : [\delta_k, \delta_{k'}] = \delta_\alpha + \delta_{\tilde{k}}$ ($\alpha = 2ikk'\Pi^+$, $\tilde{k} = 2i\dot{\theta}_1 kk'$), и открыта для поля $e : [\delta_k, \delta_{k'}]e = \delta_{\tilde{k}}e + \delta_\alpha e + 2ikk'(\dot{\Pi}^+ e - \Pi^+\dot{e})$.

Суперсимметричный аналог для (5)

$$S = \int d\tau \left[\frac{1}{e}\Pi^+\Pi^- - \lambda^{++}(\Pi^-)^2 - \omega^+\Pi^-\right], \tag{10}$$

имеет следующую группу локальных симметрий с бозе-параметрами $\alpha(\tau)$, $\xi^+(\tau)$, $b(\tau)$ и ферми-параметром $\epsilon(\tau)$

$$\begin{gathered} \delta_\alpha x^\pm = \alpha\dot{x}^\pm, \quad \delta_\alpha\lambda^{++} = -\dot{\alpha}\lambda^{++} + \alpha\dot{\lambda}^{++}, \\ \delta_\alpha\theta = \alpha\dot{\theta}, \quad \delta_\alpha\omega^+ = -\dot{\alpha}\omega^+ + \alpha\dot{\omega}^+, \\ \delta_\alpha e = (\alpha e)^{\cdot}. \end{gathered} \tag{11}$$

$$\delta_\xi x^+ = \xi^+, \ \delta_\xi\omega^+ = \frac{1}{e}\dot{\xi}^+. \tag{12}$$

$$\begin{gathered} \delta_\epsilon\theta_1 = \epsilon, \ \delta_\epsilon x^+ = -i\theta_1\epsilon, \\ \delta_\epsilon\omega^+ = -\frac{2i}{e}\theta_1\dot{\epsilon}. \end{gathered} \tag{13}$$

$$\delta_b\omega^+ = \frac{b}{e}\Pi^+, \quad \delta_b e = -be. \tag{14}$$

(Законы преобразования λ^{++}, ω^+ при репараметризациях могут быть сделаны стандартным путем домножения на $1/e$ второго и третьего членов в (10). Приведенная форма удобна для дальнейшего). Непосредственным вычислением можно убедиться, что полная алгебра (11) - (14) замкнута.

После наложения частичной калибровки $\omega^+ = 0$ действие (10) переходит в (8) (в гамильтоновом формализме связь $p_\omega \approx 0$ не генерирует независимых вторичных связей), поэтому естественно ожидать, что остаточные калибровочные преобразования для (10), не нарушающие выбранную калибровку, совпадут с k-симметрией Зигеля. Действительно, изменение ω^+ при действии (12) - (14) можно представить в виде

$$\delta\omega^+ = \frac{1}{e}[\xi^+ - 2i\theta_1\epsilon]^{\cdot} + \frac{1}{e}[2i\dot{\theta}_1\epsilon + \Pi^+ b], \tag{15}$$

откуда следует, что условие $\delta\omega^+ = 0$ будет выполнено, если $\epsilon \sim \Pi^+$, $b \sim \dot{\theta}_1$. Выбирая $\epsilon = \Pi^+ k$, где k - новый независимый параметр, получим $b = -2i\dot{\theta}_1 k$, $\xi^+ = 2i\theta_1\epsilon$. Обозначая $\delta_\epsilon + \delta_\xi + \delta_b = \delta_k$ находим, что законы преобразования полей x^+, θ_1, e при действии остаточных калибровочных преобразований δ_k совпадают с (9). Получающаяся в итоге алгебра открыта, поскольку исходные параметры преобразований ϵ, ξ, b выбраны при переходе к параметру k зависящими от полей. Преобразования (13) с $\epsilon = \text{const}$ также не нарушают калибровку, генерируя глобальную суперсимметрию для (8).

В заключение отметим, что полагая в (10) $\lambda^{++} = 0$ и повторяя все рассуждения, приходим к теории с лагранжианом $L = \frac{1}{e}\Pi^+\Pi^-$ и дополнительным условием $\Pi^- = 0$.

Автор признателен Кузенко С.М. за полезные обсуждения.

---

1. Kowalski-Glikman J., van Holten J.W., On the Quantum Theory of the Superparticle, preprint NIKHEF-H/88-16, Amsterdam, 1988.
2. Sorokin D.P., Tkach V.I., Volkov D.V., Mod. Phys. Lett. A, 1989, **4**, 901.
3. Sokatchev E., Glass. Quant. Grav., 1987, **4**, 237.
4. Siegel W., Phys. Lett. B, 1983, 128, 397.
5. Brink L., Scwarz H., Phys. Lett. B, 1981, 100, 310.
6. Green M., Schwarz J., Phys. Lett. B, 1984, 136, 367.
7. Gomes M., Rivelles V.O., Da Silva A.J., Phys. Lett. B, 1989, 218, 63.
8. Siegel W., Nucl. Phys. B, 1989, 238, 307.