Письма в ЖЭТФ, том 113, вып. 12, с. 791 – 796 © 2021 г. 25 июня

# Влияние движения атомов и столкновений с антирелаксационным покрытием стенок газовых ячеек на форму и сдвиг резонанса когерентного пленения населенностей

*А. Н. Литвинов*[1)], *И. М. Соколов*[1)]

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 195251 С.-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 21 апреля 2021 г.
После переработки 17 мая 2021 г.
Принята к публикации 19 мая 2021 г.

На основе решения квантового кинетического уравнения для одноатомной матрицы плотности определена форма резонанса когерентного пленения населенностей в оптически тонких ячейках с антирелаксационным покрытием стенок. Обнаружено, что учет влияния движения и столкновений со стенками в случае невырожденных основного и возбужденного состояний приводит к существенному изменению формы спектра, появлению гребенки дополнительных резонансов, а также сдвигам "основного" резонанса когерентного пленения населенностей, которые оказываются немонотонно зависящими от размеров ячейки.

DOI: 10.31857/S1234567821120041

Целью настоящей работы является теоретический анализ особенностей формирования резонанса когерентного пленения населенностей (КПН) [1–4] в ячейках с антирелаксационным покрытием стенок. Использование эффекта КПН в таких ячейках рассматривается как один из возможных способов построения квантовых стандартов частоты [5–8]. При этом, как и при иных метрологических применениях явления КПН, очень важным является вопрос о форме и сдвиге частоты этого резонанса. В отличие от газовых ячеек с буферным газом, эффект КПН в которых исследовался достаточно детально в течении длительного времени (см., например, [9–14] и литературу там), случай ячеек с покрытием к настоящему моменту изучен существенно менее подробно. Пристальное внимание к таким ячейкам возникло после обнаружения того факта, что свойства антирелаксационного покрытия сохраняются в течение весьма продолжительного времени [15]. В настоящее время имеется ряд работ, в которых исследуются как непосредственно свойства таких покрытий, так и прецизионная спектроскопия атомарных газов, находящихся в соответствующих ячейках [16–25]. Однако ряд важных аспектов остается неисследованным. Например, совершенно не изучено влияние конечных размеров ячеек на величины сдвигов КПН резонансов.

Эффект КПН обычно регистрируется по ослаблению поглощения излучения накачки при достижении условий двухфотонного резонанса. В оптически тонкой среде, рассмотрению которой посвящена данная работа, поглощение пропорционально заселенности возбужденных состояний атомов. Поэтому мы можем ограничиться анализом состояния атомного ансамбля, проводимым на основе решения системы квантовых кинетических уравнений для одноатомной матрицы плотности. Такой подход многократно апробирован для ячеек с буферным газом [9, 10]. Имеется также несколько работ, в которых он использовался при описании явления КПН [26–28] и двойного радиооптического резонанса в ячейках с покрытием [29].

При решении системы квантовых кинетических уравнений мы сделаем ряд приближений, которые, по нашему мнению, не являются критичными для обнаруженных нами физических особенностей эффекта КПН. Мы будем рассматривать модельную четырехуровневую систему (рис. 1). Мы покажем, что учет уже одного дополнительного возбужденного уровня существенно изменяет характер резонанса КПН по сравнению с трехуровневой $\Lambda$-схемой. Мы ограничимся одномерным случаем, когда границы ячейки перпендикулярны направлению распространения волны накачки. Концентрацию атомов считаем малой настолько, чтобы пренебречь коллективными эффектами, вызванными резонансным диполь-дипольным взаимодействием [30–32] и использовать приближение оптически тонкой среды. Поле накачки бихроматическое, ширина каждой спектральной компоненты предполагается мень-

[1)]e-mail: andrey.litvinov@mail.ru; ims@is12093.spb.edu

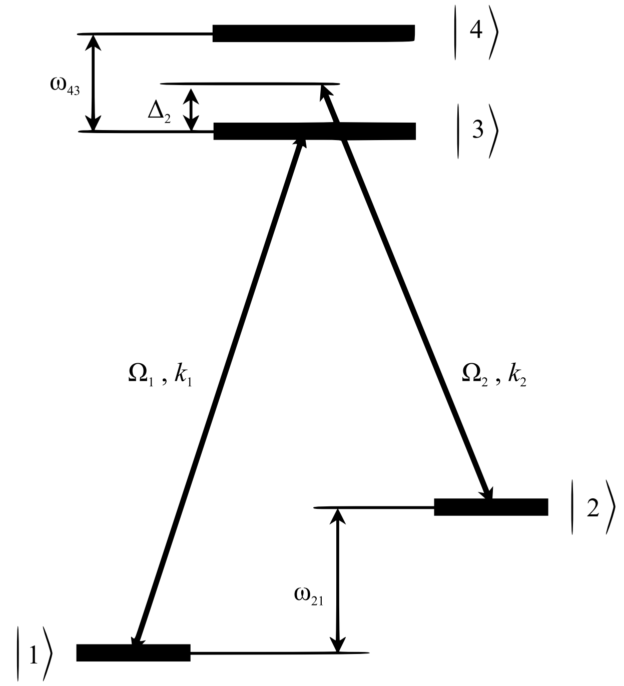


Рис. 1. Схема энергетических уровней рассматриваемых модельных четырехуровневых атомов

ше естественной ширины атомного перехода. Первая компонента настроена в точный резонанс с переходом $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, отстройка $\Delta_2$ может изменятся. Частоты Раби двух полей будем считать равными $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$. При этом отличие от трехуровневой схемы, для которой в этом случае световой сдвиг резонанса КПН отсутствует, проявится наиболее ярко.

Антирелаксационное покрытие предполагается идеальным, столкновения с которым не изменяют внутреннего состояния атома [33]. Это приближение достаточно хорошо выполняется для используемых в настоящее время покрытий, поскольку они допускают $10^4 - 10^6$ столкновений без релаксации атомного спина [19, 24]. Что касается скорости атомов, то ее изменение при отражении существенно зависит от характера взаимодействия атома с поверхностью. Если процесс отражения сопровождается адсорбцией атома на сравнительно длительное время, то скорость отлетающего от поверхности атома не зависит от начальной и определяется температурой стенки. Происходит полная термализация при однократном отражении. Такая ситуация типична для парафиновых покрытий. Для некоторых материалов, например, для покрытий типа OTS (Octadecyltrichlorosilane) характерное время адсорбции в несколько раз меньше, чем для парафинов [18, 19]. Это означает, что для них вероятность полной термализации будет существенно меньше. Отражения с малым изменением величины скорости будут более вероятны. При отсутствии адсорбции возможно и упругое отражение.

При теоретическом описании обычно используют два предельных случая – предположение о полной термализации (см. [17, 25]) и модель абсолютно упругого отражения [16, 26, 33]. Первое предположение успешно использовалось для описания результатов экспериментов по наблюдению эффекта электромагнитно индуцированной прозрачности [17]. В данной работе мы ограничимся моделью упругих столкновений. Данная модель давала хорошее согласие с экспериментом по ширине и амплитуде резонанса КПН [16]. Сравнение ее предсказаний с результатами экспериментов позволит судить об относительной роли упругих столкновений для разных конкретных типов антирелаксационных покрытий.

В этой работе вместо решения системы дифференциальных уравнений с граничными условиями, как это делалось, например, в [17, 25, 26], мы решаем динамическую задачу. При сделанных приближениях временная эволюция внутреннего состояния атома на каждом этапе его свободного пролета от стенки до стенки описывается матричной экспонентой. Конечное состояние при ударе о стенку является начальным для следующего этапа. Это позволяет нам следить за эволюцией каждого отдельного атома в ансамбле. Полная населенность возбужденных состояний всех атомов получается усреднением по их начальному однородному пространственному распределению и распределению Максвелла по скоростям.

На рисунке 2 показано изменение суммарной населености возбужденных состояний атома, который в момент включения накачки находился посередине ячейки и двигался со скоростью $v_{\mathrm{at}} = 0.04\, v_T$ ($v_T$ – наиболее вероятная скорость). Расчеты проведены для ячейки длиной $L = 20$ см, $\Omega = 2 \cdot 10^5\ \mathrm{c}^{-1}$.

Две кривые соответствуют двум начальным состояниям атома. Синяя пунктирная получена для атома, находящегося на одном из подуровней основного состояния, красная сплошная – некогерентной суперпозиции нижних состояний. Различие кривых наблюдается только на начальном этапе эволюции. По истечении характерных времен релаксации текущее состояние атома не зависит от начального. Этот рисунок демонстрирует несколько важных результатов. Основной из них состоит в том, что столкновения со стенками влияют на спектроскопические свойства атомного ансамбля даже в идеальном случае, когда они происходят без модификации внутреннего состояния атома. При изменении направле-

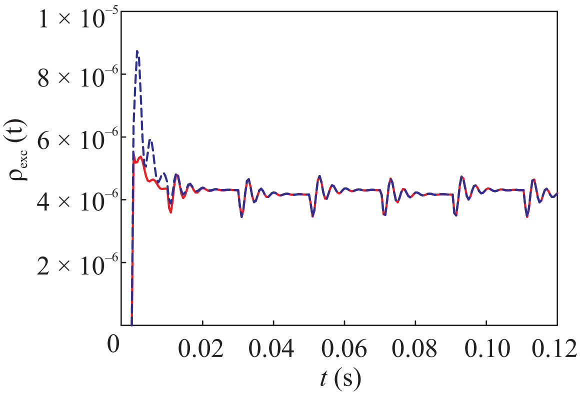


Рис. 2. (Цветной онлайн) Динамика суммарной населенности возбужденных состояний атома. Расчет проведен для $\omega_{43} = 400$ МГц, $v_{\rm at} = 0.04\,v_T$, $L = 20$ см, $\Omega = 2\cdot 10^5$ с$^{-1}$. В момент включения излучения накачки атом находился посередине ячейки. Две кривые соответствуют двум различным начальным состояниям. Сплошная соответствует $\rho_{11} = 0.5$, $\rho_{22} = 0.5$, пунктирная – $\rho_{11} = 1$, $\rho_{22} = 0$

ния движения при столкновении в системе координат атома имеет место скачкообразное изменение частоты полей накачки. Это приводит к тому, что после каждого удара о стенку начинается переходной процесс установления равновесного внутреннего состояния атома. Завершится ли этот процесс до следующего столкновения, зависит от многих факторов – скорости атома, размеров ячейки, интенсивности внешнего поля, скоростей спонтанного распада и т.д.

Кривые на рис. 2 рассчитаны для таких условий, для которых переходные процессы успевают закончится, и к моменту следующего удара атом находится в равновесном состоянии. При этом очевидно, что в атомном ансамбле существует группа быстрых атомов, для которых релаксация не успевает произойти. Более того, для многоуровневой системы даже для одного и того же атома равновесные значения когерентностей для одних переходов могут успевать установиться, для других – нет. Мы имеем дело со сложной физической системой, находящейся в неравновесном состоянии. Различные факторы, определяющие спектры резонансов, действуют одновременно и могут усиливать или ослаблять друг друга.

Вторым важным результатом является зависимость устанавливающегося равновесного состояния от направления движения атомов. Горизонтальные участки, соответствующие этому состоянию, на четных и нечетных интервалах различаются по высоте. Это означает, что атомы, движущиеся в противоположных направлениях с одинаковой по величине скоростью, дают разный вклад в атомное возбуждение и, как следствие, в эффект КПН. Наши расчеты показывают, что величина этого различия существенно зависит от расстояния между возбужденными подуровнями $\omega_{43}$. При увеличении этого расстояния различие уменьшается. В модельном случае трехуровневой схемы оно полностью отсутствует. Оно также отсутствует для вырожденного основного состояния, когда $k_1 = k_2$.

Наиболее заметно различие вкладов атомов, двигающихся в противоположных направлениях, при высоких скоростях, когда доплеровское смещение частоты становится соизмеримо с частотой перехода $\omega_{43}$. При малых отстройках $\Delta_2 \ll \omega_{43}$ атомы, для которых $v_z = -\omega_{43}/k_1 \approx -\omega_{43}/k_2$, резонансно возбуждаются не на уровень $|3\rangle$, а на более высокий энергетический уровень $|4\rangle$. При этом атомы, двигающиеся в противоположном направлении, вклада в формирование КПН резонанса практически не дают.

Возможность возбуждения этого отстроенного перехода движущимися атомами приводит для невырожденного основного состояния, когда $k_1 \neq k_2$, к существенной модификации спектра КПН. Это хорошо демонстрируется рис. 3, на котором показаны спектры КПН для различных размеров ячеек при двух интенсивностях излучения накачки.

Для сравнительно низких интенсивностей $\Omega = 2\cdot 10^5\,\text{с}^{-1}$ (рис. 3, верхний) мы имеем целую гребенку резонансов. Наряду с "основным" пиком, центрированным вблизи нулевой двухфотонной отстройки, наблюдается несколько дополнительных квазиэквидистантных резонансов приблизительно одинаковой ширины.

Появление дополнительного КПН резонанса, обусловленного группой быстро движущихся атомов, резонансно возбуждаемых на переходах $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$ и $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$, очевидно, должно наблюдаться и для безграничной среды. Оно связано с тем, что при $k_1 \neq k_2$, помимо доплеровского сдвига однофотонных резонансов, имеет место сдвиг двухфотонного перехода $\Delta_D$. Величина этого сдвига определяется различием волновых чисел $\Delta k = k_1 - k_2$ двух спектральных компонент поля накачки $\Delta_D = \omega_{43}\,\Delta k/k$, где $k = k_1 \approx k_2$. Именно на этой сдвинутой частоте и появляется дополнительный КПН резонанс в случае безграничной среды.

В случае ячеек с покрытием мы имеем серию резонансов, положение которых зависит от расстояния $L$ между стенками

$$\Delta_n = \frac{\pi n}{kL}\omega_{43}; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \qquad (1)$$

Сдвиги (1) обратно пропорциональны размеру и прямо пропорциональны частоте $\omega_{43}$. Отрицатель-

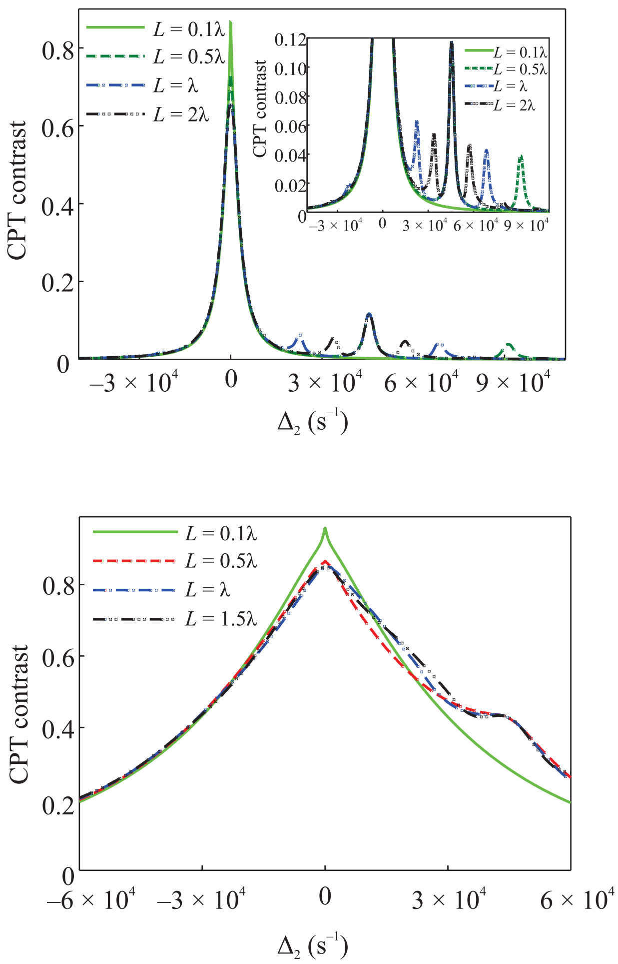


Рис. 3. (Цветной онлайн) Спектр КПН для ячеек разного размера: (верхний) $\Omega = 2 \cdot 10^5\,\text{с}^{-1}$, (нижний) $\Omega = 5 \cdot 10^5\,\text{с}^{-1}$. Расчеты проведены для $\omega_{43} = 400$ МГц, $T = 50\,^\circ$C, $\Delta k = 1.43\,\text{см}^{-1}$, $\lambda = 2\pi/\Delta k$

ным $n$ соответствуют пики с отрицательной отстройкой. Их амплитуды очень малы, но видны на некоторых кривых на вставке рис. 3, верхний.

Появление гребенки пиков объясняется тем, что в системе отсчета, связанной с каждым атомом, внешние поля являются модулированными по частоте. Вместо анализа динамики внутреннего состояния движущегося атома в бихроматическом поле мы можем рассмотреть эволюцию неподвижного атома в полихроматическом поле. Частота модуляции определяется скоростью атома и размером ячейки $\omega_{\text{mod}} = 2\pi/T = v_{at}\pi/L$. Это модулированное поле можно разложить в ряд Фурье. Учитывая, что скорость атомов, обуславливающих эти резонансы, имеет величину порядка $v_z \approx -\omega_{43}/k$, получаем приведенную выше формулу.

Амплитуды возникающих пиков сложным образом зависят от их номера. Одним из факторов, влияющих на эту амплитуду, является амплитуда Фурье-гармоники поля, определяющая соответствующий резонанс. Эти амплитуды можно рассчитать, совершив адиабатическое исключение оптических когерентностей. Тогда в уравнении для низкочастотной когерентности основного состояния для атома, летящего в одну сторону, сдвиг равен $+\Delta k v_z$ , а в противоположную $-\Delta k v_z$. В системе отсчета, связанной с атомом, это соответствует модуляции частоты внешнего эффективного поля, возбуждающего эту низкочастотную когерентность. Амплитуды соответствующих компонент равны

$$A_{\pm n} = -\frac{i}{2}\frac{1 - e^{-i(\Delta kL - n\pi)}}{\Delta kL - n\pi} - \frac{i}{2}\frac{1 - e^{-i(\Delta kL + n\pi)}}{\Delta kL + n\pi}. \quad (2)$$

Заметим, что эти амплитуды не зависят от скорости атома. При целых $m = \Delta kL/\lambda$ максимальное значение модуля коэффициента Фурье достигается для $n = m$, причем величина $|A_n|$ не зависит от $n$. Помимо $|A_n|$, амплитуды "дополнительных" резонансов КПН зависят и от других параметров, например, от упоминавшихся выше температуры и расстройки $\omega_{43}$. Имеется также очень сильная зависимость от знака $n$, несмотря на то, что амплитуды компонент Фурье $|A_n|$ от знака $n$ не зависят. В области отрицательных отстроек амплитуды дополнительных пиков очень малы. Сильная асимметрия связана с тем, что вклад в формирование этих дополнительных пиков дают только атомы, двигающиеся против направления волнового вектора лазерных полей. Доплеровский сдвиг первого поля больше, поскольку $k_1 > k_2$. Чтобы обеспечить в таких условиях двухфотонный резонанс, частота второго поля должна быть больше, чем у первого. Таким образом, все дополнительные двухфотонные резонансы эффективно наблюдаются только при положительных $n$.

При повышении интенсивности накачки до $\Omega = 5 \cdot 10^5\,\text{с}^{-1}$ (рис. 3, нижний) ширина как основного, так и дополнительных резонансов КПН увеличивается. Это приводит к их перекрыванию, и мы наблюдаем достаточно сложную форму спектра двухфотонного резонанса. Помимо искажения формы имеет место и сдвиг максимума, что особенно важно при использовании эффекта КПН для задач стандартизации частоты. Особенно ярко модификация спектра проявляется для ячеек, размеры которых соизмеримы или больше длины волны радиочастотного перехода. Для малых ячеек в силу большой частоты модуляции сдвиги (1) велики и искажение "основного" пика КПН незначительно.

Модуляция частоты полей накачки проявляется и для атомов, двигающихся с малыми скоростями и возбуждаемых на переходах $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ и $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$. Эти атомы дают основной вклад в резонанс, центрированный вблизи нулевой двухфотонной отстройки. При этом парциальный вклад любой скоростной группы таких атомов имеет сложную спектральную зависимость. В качестве примера на рис. 4 показаны спектральные зависимости заселенности возбужденных состояний атомов, двигающихся со скоростью $v_{\rm at} = 0.1 v_T$. Двум кривым соответствуют два разных размера ячейки $L = \lambda$ и $L = 1.5\lambda$.

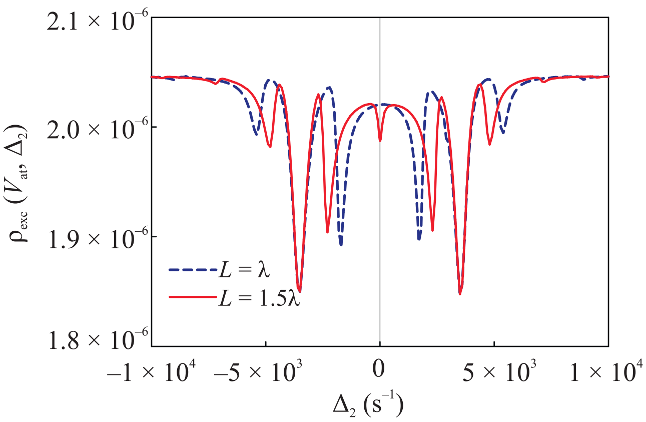


Рис. 4. (Цветной онлайн) Парциальный вклад в спектр КПН атомов, двигающихся с заданной скоростью. Расчет проведен для $\omega_{43} = 400$ МГц, $v_{\rm at} = 0.1 v_T$, $\Omega = 2\cdot 10^5$ с$^{-1}$. Сплошная кривая соответствует $L = 1.5\lambda$, пунктирная – $L = \lambda$

Здесь мы также наблюдаем сложную спектральную структуру, состоящую из ряда хорошо различимых спектральных компонент, частоты которых определяются скоростью атомов и размерами ячейки $\omega_n = 2\pi n/T = n v_{\rm at}\pi/L$. Для медленно движущихся атомов картина более симметричная, различие резонансов, соответствующих разным знакам $n$, мало. Амплитуды отдельных компонент определяются соотношением (2). При рассмотренных размерах часть амплитуд равна нулю. Так для $L = \lambda$ отсутствуют резонансы, соответствующие $n = 0$, $n = \pm 4\ldots$, для $L = 1.5\lambda$ – $n = \pm 1$, $n = \pm 5\ldots$.

Наблюдаемый спектр КПН определяется суммой вкладов атомов, двигающихся с разными скоростями. При таком сложении спектральный профиль КПН сглаживается, но сдвиг резонанса сохраняется в силу упомянутого выше различия влияния атомов, двигающихся в противоположных направлениях. Зависимость сдвига максимума резонанса (минимума населенности возбужденных состояний) от размеров ячейки для двух интенсивностей полей накачки показана на рис. 5. Сдвиг стремится к нулю при уменьшении размеров ячейки, а при их увеличении выходит на значение, характерное для безграничной среды. При этом наблюдается немонотонное поведение с некоторой квазипериодичностью с характерным масштабом, равным длине волны радиочастотного перехода основного состояния.

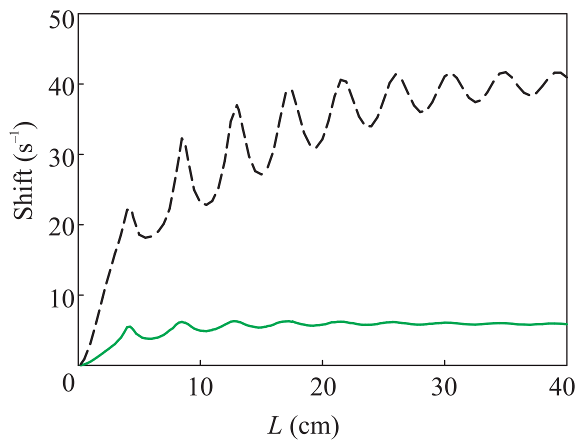


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость величины сдвига максимума резонанса КПН от размеров ячейки. Расчеты проведены для $\omega_{43} = 800$ МГц, $T = 50\,^\circ$C, $k_1 - k_2 = 1.43$ см$^{-1}$. Сплошная кривая соответствует $\Omega_1 = \Omega_2 = 2\cdot 10^5$ с$^{-1}$, пунктирная $\Omega_1 = \Omega_2 = 5\cdot 10^5$ с$^{-1}$

Такое поведение может быть объяснено на основе анализа характера частотной модуляции полей, вызывающих КПН резонанс. Спектральная компонента $\omega_n = n v_{\rm at}\pi/L$ с $n = 0$ не вызывает какого-либо сдвига. Сдвиг обусловлен различием характера резонансов, соответствующих разным знакам $n$, т.е. по существу с отмеченным выше разным вкладом атомов, двигающихся в противоположных направлениях. Это различие невелико, поэтому наличие или отсутствие компоненты с $n = 0$ оказывается существенным. Расчет по формуле (2) показывает, что при размерах, кратных целому числу длин волн $\lambda$, т. е. при $\Delta k L = 2n\pi$, $n = 1, 2\ldots$, в спектре Фурье отсутствует компонента на нулевой частоте (см., например, синюю пунктирную кривую на рис. 4). Для размеров, кратных полуцелому числу $\lambda$, эта компонента имеется (красная сплошная на рис. 4). Таким образом, максимальные сдвиги наблюдаются при $\Delta k L = 2n\pi$, $n = 1, 2\ldots$ , минимальные – при $\Delta k L = (2n-1)\pi$, $n = 1, 2\ldots$, что и соответствует результатам, показанным на рис. 5.

В заключение отметим, что анализ эффекта КПН проведен нами для модельной четырехуровневой системы при использовании ряда приближений. Использование модели упругого отражения от покрытия ограничивает возможности количественного сравнения с экспериментом. Однако и искажения формы спектра и сложная зависимость сдвига резонанса от размеров системы обусловлены влиянием таких факторов, которые имеют место для реальных атомарных газов в ячейках. Это движение атомов и изменение направления этого движения, вызванное столкновениями со стенками, наличие нескольких атомных возбужденных состояний, а также невырожденность основного и возбужденного состояний. По этой причине мы считаем, что предсказываемые в данной работе эффекты необходимо учитывать во всех потенциальных приложениях эффекта КПН, в которых используются газовые ячейки с антирелаксационным покрытием стенок.

Работа выполнена в рамках Государственного задания на проведение фундаментальных исследований (код темы FSEG-2020-0024). Результаты работы были получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (http://www.spbstu.ru).

---

1. G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols, Nuovo Cim. B **36**(1), 5 (1976).
2. E. Arimondo and G. Orriols, Lett. Nuovo Cimento **17**, 333 (1976).
3. H. R. Gray, R. M. Whitley, and C. R. Stroud, Jr., Opt. Lett. **3**, 218 (1978).
4. Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, УФН **163**, 1 (1993).
5. J. Vanier and C. Audoin, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Higler, Bristol (1989), 567 с.
6. С. А. Зибров, В. Л. Величанский, А. С. Зибров, А. В. Тайченачев, В. И. Юдин, Письма в ЖЭТФ **82**, 534 (2005).
7. S. A. Zibrov, I. Novikova, D. F. Phillips, R. L. Walsworth, A. S. Zibrov, V. L. Velichansky, A. V. Taichenachev, and V. I. Yudin, Phys. Rev. A **81**, 013833 (2010).
8. S. Khripunov, D. Radnatarov, and S. Kobtsev, Proc. SPIE **9378**, 93780A (2015).
9. A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, R. Wynands, M. Stahler, J. Kitching, and L. Hollberg, Phys. Rev. A **67**, 033810 (2003).
10. G. Kazakov, B. Matisov, I. Mazets, G. Mileti, and J. Delporte, Phys. Rev. A **72**, 063408 (2005).
11. S. Brandt, A. Nagel, R. Wynands, and D. Meschede, Phys. Rev. A **56**, R1063 (1997).
12. S. Knappe, R. Wynands, J. Kitching, H. G. Robinson, and L. Hollberg, J. Opt. Soc. Am. B **18**, 1545 (2001).
13. S. Knappe, P. D. D. Schwindt, V. Gerginov, V. Shah, L. Liew, J. Moreland, H. G. Robinson, L. Hollberg, and J. Kitching, J. Opt. A **8**, 318 (2006).
14. M. Merimaa, T. Lindvall, I. Tittonen, and E. Ikonen, J. Opt. Soc. Am. B **20**, 273 (2003).
15. D. Budker, L. Hollberg, D. F. Kimball, J. Kitching, S. Pustelny, and V. V. Yashchuk, Phys. Rev. A **71**, 012903 (2005).
16. E. Breschi, G. Kazakov, C. Schori, G. Di Domenico, G. Mileti, A. Litvinov, and B. Matisov, Phys. Rev. A **82**, 063810 (2010).
17. K. Nasyrov, S. Gozzini, A. Lucchesini, C. Marinelli, S. Gateva, S. Cartaleva, and L. Marmugi, Phys. Rev. A **92**, 043803 (2015).
18. M. A. Hafiz, V. Maurice, R. Chutani1, N. Passilly, C. Gorecki, S. Guerande, E. de Clercq, and R. Boudot, J. Appl. Phys. **117**, 184901 (2015).
19. H. Chi, W. Quan, J. Zhang, L. Zhao, and J. Fang, Applied Surface Science **501**, 143897 (2020).
20. S. J. Seltzera and M. V. Romalis, J. Appl. Phys. **106**, 114905 (2009).
21. M. V. Balabas, K. Jensen, W. Wasilewski, H. Krauter, L. S. Madsen, J. H. Muller, T. Fernholz, and E. S. Polzik, Opt. Express **18**, 5825 (2010).
22. K. A. Barantsev, S. V. Bozhokin, A. S. Kuraptsev, A. N. Litvinov, and I. M. Sokolov, JOSA B **38**, 1613 (2021).
23. A. Krasteva, R. K. Nasyrov, N. Petrov, S. Gateva, S. Cartaleva, and K. A. Nasyrov, Optoelectron. Instrument. Proc. **54**, 307 (2018).
24. W. Li, M. Balabas, X. Peng, S. Pustelny, A. Wickenbrock, H. Guo, and D. Budker, J. Appl. Phys. **121**, 063104 (2017).
25. К. А. Насыров, Автометрия **52**, 85 (2016).
26. G. Kazakov, B. Matisov, A. Litvinov, and I. Mazets, J. Phys. B **40**, 3851 (2007).
27. G. A. Kazakov, A. N. Litvinov, B. G. Matisov, V. I. Romanenko, L. P. Yatsenko, and A. V. Romanenko, J. Phys. B **44**, 235401 (2011).
28. M. Klein, M. Hohensee, D. F. Phillips, and R. L. Walsworth, Phys. Rev. A **83**, 013826 (2011).
29. A. Litvinov, G. Kazakov, B. Matisov, and I. Mazets, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **41**, 125401 (2008).
30. И. М. Соколов, Письма в ЖЭТФ **106**, 317 (2017).
31. S. E. Skipetrov and I. M. Sokolov, Phys. Rev. B **98**(6), 064207 (2018).
32. A. S. Kuraptsev and I. M. Sokolov, Phys. Rev. A **91**(5), 053822 (2015).
33. H. M. Goldenberg, D. Kleppner, and N. F. Ramsey, Phys. Rev. **123**, 530 (1961).