Письма в ЖЭТФ, том 114, вып. 4, с. 212 – 220

Нерезонансные эффекты в двухфотонной спектроскопии атома водорода: приложение к расчету зарядового радиуса протона

А. А. Аникин[1)], *Т. А. Залялютдинов, Д. А. Соловьев*

Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 12 июля 2021 г.
После переработки 17 июля 2021 г.
Принята к публикации 18 июля 2021 г.

Последнее десятилетие в современной литературе остро стоит вопрос о расхождении значений радиуса протона, получаемых путем измерения частот переходов в электронном (H) и мюонном (μH) атомах водорода, направляя теоретические и экспериментальные усилия на проверку и поиск эффектов устраняющих имеющееся расхождение в 4σ (стандартное отклонение). Совсем недавно измерения $2s-4p$ перехода и Лэмбовского сдвига в электронном атоме водорода приблизили "загадку радиуса протона" к своему разрешению. Среднеквадратичное значение радиуса протона (r_p), рассчитанное на основе этих экспериментов имеет значение 0.8335(95) фм, что согласуется со значением 0.84087(39) фм, полученным на основе эксперимента с мюонным водородом, в пределах указанных погрешностей. Такое согласование результатов было достигнуто в результате учета интерференционных эффектов, возникающих в процессах однофотонного рассеяния на атоме водорода, в то время как эксперименты на мюонном водороде к ним нечувствительны. Однако вычисление зарядового радиуса протона не может быть отнесено только к однофотонным переходам и должно учитывать измеренные частоты, соответствующие двухфотонным переходам. В данной работе показано, что интерференционные эффекты в двухфотонных переходах $2s-nd$ в атоме водорода могут вносить значительный вклад в определение зарядового радиуса протона и постоянной Ридберга.

DOI: 10.31857/S1234567821160035

Проблема, известная в современной научной литературе как "загадка радиуса протона", возникла после выхода работы [1], в которой было найдено среднеквадратичное значение радиуса протона (r_p), равное $r_p = 0.84184(67)$ фм. Данное значение, полученное из эксперимента по измерению лэмбовского сдвига в мюонном водороде, расходится более, чем на четыре стандартных отклонения от значения, рекомендованного CODATA [2, 3], $r_p = 0.8751(61)$ фм, которое, в свою очередь, является усредненным значением результатов спектроскопических измерений различных (одно- и двух-фотонных) переходов в атоме водорода и экспериментов по упругому электрон-протонному ($e-p$) рассеянию [4]. Столь большое расхождение между результатами экспериментов по рассеянию и спектроскопических экспериментов с обычным водородом с данными экспериментов с мюонным водородом сохранялось до недавнего времени, пока не были опубликованы результаты работы по измерению однофотонного перехода $2s-4p$ в атоме водорода [5]. Результаты [5] послужили отправной точкой для последующих экспериментов по измерению Лэмбовского сдвига [6] и электрон-протонного рассеяния [7], приведших к значениям зарядового радиуса, совпадающим с [5]. Несмотря на то, что значения r_p, рассчитанные с использованием частоты однофотонного перехода $2s-4p$ и Лэмбовского сдвига в атоме водорода, находятся в полном согласии друг с другом, имеющееся расхождение в 3.3 стандартных отклонений с данными эксперимента с мюонным водородом остается все еще открытым вопросом.

Вычисление зарядового радиуса протона включает в себя расчет и постоянной Ридберга для атома водорода, что выражается в зависимости энергии связанного состояния от этих параметров

$$E_{nlj} = hcR_\infty\left(-\frac{1}{n^2} + f_{nlj}\left(\alpha, \frac{m_e}{m_p}, r_p, \ldots\right)\right), \quad (1)$$

где n, l и j представляют собой главное квантовое число, орбитальный момент и квантовое число полного углового момента соответственно. $R_\infty = m_e\alpha^2c/2h$ – постоянная Ридберга (c – скорость света в вакууме, h – постоянная Планка и α – постоянная тонкой структуры), m_e и m_p – массы электрона и протона. Функция f_{nlj} включает в себя все возможные поправки, возникающие в рамках релятивистской КЭД теории, см. [2, 3].

[1)]e-mail: alexey.anikin.spbu@gmail.com

Чтобы определить постоянную Ридберга и радиус протона, теоретические результаты сравниваются с соответствующими экспериментальными значениями частот переходов: $E_{nlj} - E_{n'l'j'} = \Delta E^{\rm exp}_{nlj-n'l'j'}$. Так, полагая, что имеются только две неизвестных константы, r_p и R_∞, нужно составить систему из двух уравнений, соответствующих двум независимым переходам. Как правило, один из этих переходов соответствует наиболее точно измеренному переходу в атоме водорода: $1s-2s$ [8] – двухфотонный переход.

Значения $r_p = 0.8335(95)$ фм и $R_\infty = 10973731.568076(96)\,\text{м}^{-1}$, полученные в [5], были определены с учетом эффекта квантовой интерференции, возникающего за счет нерезонансных вкладов для двух интерферирующих переходов между тонко расщепленными уровнями атома. Описание нерезонансных эффектов в процессах рассеяния фотонов на атомах впервые было рассмотрено в рамках квантовоэлектродинамической (КЭД) теории Ф. Лоу в 1952 г., см.[9], а важность нерезонансных поправок в измерениях Лэмбовского сдвига и процессах радиационного захвата электрона в многозарядных водородоподобных ионах была продемонстрирована в работах [10, 11]. Несколько позже нерезонансные (НР) эффекты в измерениях частот переходов детально изучались и в атоме водорода [12–16]. Наиболее значимая НР поправка за счет квантовой интерференции тонких подуровней $2p_{1/2}$ и $2p_{3/2}$ была исследована в работе [17] для перехода $1s-2p$. "Усиление" относительно других НР эффектов в этом случае происходит за счет малого значения тонкого расщепления уровней $2p_{1/2}$ и $2p_{3/2}$, входящего в знаменатель соответствующей поправки. НР поправки такого типа [14, 17] стали предметом для дальнейших исследований и в других атомных системах [18–24]. Главная особенность эффекта квантовой интерференции заключается в зависимости его величины от типа эксперимента (его геометрии, в частности, [25, 26]). Так, в работе [5] путем использования асимметричной модели формы линии (*Fano-Voigt line profile*), учитывающей эффекты, связанные с геометрией эксперимента, удалось компенсировать вклад квантовой интерференции. Это, в свою очередь, позволило более аккуратно определить частоту $2s-4p$ перехода. Однако, как было показано в работе [26], условия эксперимента типа [5] могут быть нарушены. Например, если конечное состояние системы фиксировано (т.е. в случае, когда регистрируются только фотоны на одной конкретной частоте), то угловой зависимости не будет и, следовательно, извлекаемая из профиля рассеяния частота будет сдвинута на величину нерезонансной поправки для любой геометрии. Таким образом, нерезонансные эффекты и квантовая интерференция как их часть должны рассматриваться для каждого типа эксперимента отдельно, требуя аккуратного теоретического описания.

Стоит отметить, что поиск эффектов, устраняющих расхождение в значениях радиуса протона, побудил интерес к экспериментальной верификации квантовой интерференции в мюонном водороде [27, 28]. Измерение частоты лэмбовского сдвига с учетом последней показало, что эксперименты с мюонным водородом нечувствительны к этому эффекту [24] и оставляют значение зарядового радиуса протона практически неизменным, $r_p = 0.84087(39)$ фм. Отличие последнего от значения [1] происходит в основном за счет эффекта смешивания $2^3p_{3/2}$ и $2^3p_{1/2}$ уровней (здесь и ниже мы используем следующее обозначение для атомного терма $n^{2F+1}L_J$, n – главное квантовое число, L – орбитальный угловой момент, J – полный угловой момент с учетом спина электрона S, F – полный угловой момент с учетом спина ядра I), см. [29–31]. В частности, для того чтобы избежать нерезонансных эффектов, связанных с квантовой интерференцией, в экспериментах [27, 28] были выбраны два перехода $2^1s_{1/2} \to 2^3p_{3/2}$ (синглетная линия) и $2^3s_{1/2} \to 2^5p_{3/2}$ (триплетная линия) с частотами ν_s и ν_t соответственно. Учитывая сверхтонкое расщепление, можно составить следующую систему уравнений [28]

$$
\begin{aligned}
h\nu_s &= E_L + \Delta_{\rm fs} + \frac{3}{4}\Delta^{2S_{1/2}}_{\rm hfs} - \frac{5}{8}\Delta^{2P_{3/2}}_{\rm hfs}, \\
h\nu_t &= E_L + \Delta_{\rm fs} - \frac{1}{4}\Delta^{2S_{1/2}}_{\rm hfs} + \frac{3}{8}\Delta^{2P_{3/2}}_{\rm hfs}.
\end{aligned} \tag{2}
$$

Зарядовый радиус протона вычисляется путем сравнения теоретического значения Лэмбовского сдвига $E_L = 206.0668 - 5.2275 r_p^2$ мэВ и сверхтонкого расщепления $2s$ уровня $22.9843 - 0.1621 r_Z$ мэВ (r_Z – радиус Земача (*Zemach radius*) для протона) с измеренными в эксперименте частотами $\nu_s = 54611.16(1.05)$ ГГц и $\nu_t = 49881.35(65)$ ГГц [27, 28]. Затем, используя теоретически рассчитанные значения для тонкого расщепления $\Delta_{\rm fs} = 8.352082$ мэВ и сверхтонкого расщепления уровня $2p_{3/2}$, $\Delta^{2P_{3/2}}_{\rm hfs} = 3.392588$ мэВ и учитывая эффект смешивания $\delta = 0.14456$ мэВ [30, 31], согласно [27, 28] (т.е. включая δ только в выражение для синглетной линии, (2)), можно получить тот же результат: $r_p = 0.84087$ фм и $r_Z = 1.082$ фм. Здесь необходимо подчеркнуть, что вставка δ в обе части уравнений (2) поправит значение радиуса [1] к новому водородному [5] гораздо сильнее, давая отличное совпадение. Однако в работе [32] был проведен более детальный анализ и показано, что эффект смешивания должен учитываться именно только для синглетной линии, оставляя $r_p = 0.84087$ фм “стабильным”.

Как было отмечено выше, определение радиуса протона с помощью спектроскопических измерений требует детального анализа квантово-интерференционных эффектов. Для синглетного перехода $2^1s_{1/2} \to 2^3p_{3/2}$ нет интерференции между переходами на уровни $2^3p_{3/2}$ и $2^3p_{1/2}$, в то время как для триплетного перехода $2^3s_{1/2} \to 2^5p_{3/2}$ возникает интерференция между переходами на три уровня $2^1p_{1/2}$, $2^3p_{1/2}$, и $2^3p_{3/2}$. В работе [24] было показано, что эффект квантовой интерференции не играет значительной роли при измерении частот ν_s и ν_t в мюонном водороде. Используя результаты, полученные в [26], можно найти максимальные значения НР поправок $\delta^s_{\rm NR} = -7.40 \times 10^7$ Гц (или -3.06×10^{-4} мэВ) и $\delta^t_{\rm NR} = -5.26 \times 10^7$ Гц (или -2.18×10^{-4} мэВ) для синглетного и триплетного переходов соответственно. Подстановка соответствующих значений в левую часть выражения (2) подтверждает вывод о незначительности НР поправок в данном случае.

До сих пор мы касались вопроса о вкладе нерезонансных эффектов для процесса однофотонного рассеяния. Однако для независимой верификации значений зарядового радиуса необходимо также измерение большего набора различных переходов, в частности, методами двухфотонной спектроскопии [14, 17]. Первые попытки рассчитать НР эффекты для таких процессов были сделаны в [14, 17], где было установлено, что соответствующие поправки для перехода $1s-2s$ пренебрежимо малы в сравнении с уровнем точности экспериментов. Более аккуратный теоретический анализ, усложненный наличием внешнего электрического поля, действующего на атом с задержкой по времени, был также представлен в работах [15, 16, 33]. Кроме того, в работе [15] были найдены НР поправки, учитывающие сверхтонкое расщепление для спектральной линии Лайман-α, равные 0.17 МГц, в то время как погрешность соответствующих измерений частот составляет около 6 МГц. Наконец, совсем недавно был проведен теоретический анализ корреляционных эффектов, зависящих от углов между налетающими и испущенным фотонами, для экспериментов, где возбуждение происходит с поглощением двух фотонов и фиксируется процесс девозбуждения, см. [34].

Важно отметить, что на данный момент существует два различных типа экспериментов для измерений $2s-ns/nd$ переходов, основанных на методах двухфотонной спектроскопии. К первому из них относятся эксперименты, в которых возбуждение $2s-ns/nd$ детектируется по сигналу последующей флуоресценции из ns/nd состояния в нижележащие (т.е. по распаду, например, в $2p$ состояние) [35]. В недавней работе [34] были вычислены НР поправки и их угловые корреляции именно к этому типу экспериментов. Ко второму типу можно отнести эксперименты, описанные в работах [36–39], где акт двухфотонного возбуждения регистрировался как уменьшение числа атомов в атомарном пучке, находящихся в метастабильном $2s$ состоянии. Именно на них мы их и сосредоточим наше внимание в дальнейшем.

Теоретическое описание такого рода экспериментов [36–39] может быть отнесено к процессам многофотонного рассеяния на атоме. Измерение частоты перехода $2s-nd$ (n – главное квантовое число, равное 4, 6, 8 или 12) соответствует наблюдению двухфотонного профиля поглощения и нахождению положения его максимума. Рассматривая концентрацию атомов в метастабильном состоянии в зависимости от частоты налетающего излучения как индикатор того, что возбуждение произошло, достаточно рассмотреть только сам процесс двухфотонного возбуждения и не учитывать последующий процесс излучения, в отличие от метода, где регистрируется сигнал флуоресценции, см. [34]. Такой теоретический подход был использован в работе [39] (см. раздел 3).

После стандартных вычислений в рамках формализма S-матрицы и метода контура линии [40] амплитуда двухфотонного поглощения может быть получена в следующей форме:

$$U^{\rm abs}_{ai} = e^2 \frac{2\pi\sqrt{\omega_1\omega_2}}{E_i+\omega_1+\omega_2-E_a(1-i0)} \times \\ \times \Bigg[\sum_k \frac{\langle a|\mathbf{e}_1\mathbf{r}|k\rangle\langle k|\mathbf{e}_2\mathbf{r}|i\rangle}{E_a-\omega_1-E_k(1-i0)} + \\ + \sum_k \frac{\langle a|\mathbf{e}_2\mathbf{r}|k\rangle\langle k|\mathbf{e}_1\mathbf{r}|i\rangle}{E_i+\omega_1-E_k(1-i0)} \Bigg]. \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{e}_j$ $(j=1,2)$ – вектора поляризаций поглощенных фотонов и ω_j – их частоты, E_i и E_a – энергии начального и возбужденного состояний, а суммы пробегают весь спектр (включая континуум) энергий. Второй член в (3) относится к перестановке поглощенных фотонов. Формула (3) написана в общем виде, но уже с отброшенным множителем, соответствующем процессу девозбуждения. В рамках резонансного приближения [40] это является оправданным, поскольку матричный элемент излучения входит общим множителем в амплитуду (3). Также нужно отметить, что в экспериментах такого типа направления и (или) поляризации поглощенных фотонов фиксированы.

Опуская для краткости промежуточные выкладки, включающие в себя интегрирование по углам и суммирование по проекциям, каждый член в (3) может быть приведен к виду

$$\sum_k \frac{\langle a|\mathbf{e}_2\mathbf{r}|k\rangle\langle k|\mathbf{e}_1\mathbf{r}|i\rangle}{E_i+\omega_1-E_k(1-i0)} = \tag{4}$$

$$= (-1)^{l_k+l_i+j_a+2j_k+F_a+j_i+F_k} \times$$
$$\times \sqrt{(2l_i+1)(2l_k+1)(2j_i+1)(2j_a+1)}(2j_k+1) \times$$
$$\times \sqrt{(2F_k+1)(2F_i+1)}C^{l_a0}_{l_k010}C^{l_k0}_{l_i010} \times$$
$$\times \left\{\begin{array}{ccc} l_k & s & j_k \\ j_a & 1 & l_a \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{ccc} l_i & s & j_i \\ j_k & 1 & l_k \end{array}\right\} \times$$
$$\times \left\{\begin{array}{ccc} j_k & I & F_k \\ F_a & 1 & j_a \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{ccc} j_i & I & F_i \\ F_k & 1 & j_k \end{array}\right\} \times$$
$$\times \sum_{q_1,q_2} (-1)^{q_1+q_2} C^{F_aM_a}_{F_kM_k1-q_1} C^{F_kM_k}_{F_iM_i1-q_2} \times$$
$$\times e_{1_{q_1}} e_{2_{q_2}} g_{l_k}(E_i+\omega).$$

Здесь суммирование по k в левой части выражения означает все необходимые суммирования по квантовым числам, не фигурирующим в правой части выражения, $e_{1(2)_q}$ представляет собой сферические компоненты векторов поляризации фотонов, коэффициенты $\left\{\begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & j_{12} \\ j_3 & j & j_{23} \end{array}\right\}$ являются $6j$-символами Вигнера, $C^{lm}_{l_1m_1l_2m_2}$ коэффициенты Клебша–Гордана, F означает полный момент с проекцией M, j – полный угловой момент электрона, а l – его орбитальный момент. Функция $g_l(E)$ представляет собой результат радиального интегрирования $g_{l_k}(E_i+\omega) = \int\limits_0^\infty\int\limits_0^\infty dr_1 dr_2 R_{n_al_a}(r_1) r_1^3 g_{l_k}(E_i+\omega; r_1, r_2) r_2^3 R_{n_il_i}(r_2)$, где $g_{l_k}(E_i+\omega; r_1, r_2)$ есть радиальная часть функции Грина, см., например, [40, 41]. Дифференциальная вероятность поглощения может быть получена с использованием соотношения $dW^{\text{abs}}_{ai} = \frac{d^3\mathbf{k}_1}{(2\pi)^3}\frac{d^3\mathbf{k}_2}{(2\pi)^3}\left|U^{\text{abs}}_{ai}\right|^2$, где $\mathbf{k}_j$ ($j = 1,\ 2$) представляет собой волновой вектор соответствующего фотона.

Далее, можно использовать соотношение $\omega_1 = \omega_2 \equiv \omega = (E_a - E_i)/2$, что соответствует процессу возбуждения двумя эквивалентными фотонами. В результате регуляризации методами КЭД расходимости в энергетическом знаменателе выражения (3), см. [9, 40], возникает добавка, имеющая в качестве вещественной и мнимой частей Лэмбовский сдвиг и ширину Γ_a возбужденного состояния a соответственно. Возникновение последней приводит к образованию контура линии поглощения. После этого, с высокой степенью точности, в оставшихся множителях частота может быть положена равной резонансной частоте [40]. Такое приближение основывается на том факте, что соответствующие НР поправки выходят за рамки погрешности экспериментов [36–39].

Согласно [17], наиболее существенные нерезонансные вклады в амплитуду рассматриваемого процесса возникают при учете тонкой структуры возбужденных уровней, когда в амплитуде (3) учитываются состояния с одинаковыми угловыми моментами электрона, но с разными полными моментами (например, уровни $nd_{3/2}$ и $nd_{5/2}$ в водороде). В этом случае в сумме по промежуточным состояниям достаточно оставить только такие слагаемые [26, 34]. Тогда, в рамках такого приближения, вероятность поглощения может быть записана в виде:

$$\frac{dW^{\text{abs}}_{ai}}{d\omega d\Omega_1 d\Omega_2} \sim \frac{C_a}{(2\omega-\omega_0)^2+\frac{1}{4}\Gamma_a^2} + \frac{C_b}{(2\omega-\omega_0-\Delta_{fs})^2+\frac{1}{4}\Gamma_b^2} + \frac{C_{ab}}{(2\omega-\omega_0)^2+\frac{1}{4}\Gamma_a^2}\frac{2(2\omega-\omega_0)}{2\omega-\omega_0-\Delta_{fs}}. \tag{5}$$

Здесь Ω_i, $i = 1, 2$ – телесные углы в фазовых пространствах налетающих фотонов, $\Gamma_{a(b)}$ – это естественная ширина линии соответствующего состояния, $\Delta_{fs} = E_{nd_{3/2}}(F=2) - E_{nd_{5/2}}(F=2)$ – энергетический интервал тонкой структуры, $\omega_0 = E_a - E_i$. Коэффициенты C_a, C_b и C_{ab} рассчитываются в соответствии с выражениями (3), (4). Первый член представляет собой резонансный контур линии поглощения для рассматриваемого перехода, второй относится к возбуждению во второе состояние, и, наконец, третий член представляет собой вклад от интерференции данных переходов.

Общепринятый способ определения резонансной частоты ω_{res} заключается в поиске максимума контура линии (6), см. соответствующее обсуждение в [26]. Тогда НР поправки старшего порядка могут быть найдены из условия экстремума $dW^{\text{abs}}_{ai}/d\omega = 0$, где $\omega_{\text{res}} = \omega_0 + \delta_{\text{NR}}$. Результат представляется следующим образом:

$$\delta_{\text{NR}} = -\frac{C_{ab}\Gamma^2_{nd}}{4C_a\Delta_{fs}} + \mathcal{O}\left(\frac{\Gamma_{nd^4}}{\Delta^3_{fs}}\right). \tag{6}$$

Важно подчеркнуть, что суммирование по поляризациям и последующее интегрирование по направлениям распространения фотонов не обязательны в (5). В

Таблица 1. Нерезонансные поправки, соответствующие выражению (6). Первая колонка относится к возбужденному состоянию a, вторая и третья колонки содержат использованные значения энергий расщепления, Δ_{fs} [42], и ширин уровней, Γ_{nd}, соответственно. Значения нерезонансной поправки $\delta_{\rm NR}$ представлены в пятой колонке. В последней колонке приведены значения погрешностей измерения частот переходов $2s-nd_{5/2}$, заимствованные из [2, 3]. Все значения приведены в герцах

Состояние	Δ_{fs}, Гц	Γ_{nd}, Гц	$\delta_{\rm NR}$, Гц	Δ, Гц
$4d$	4.557026×10^8	4.40503×10^6	-8691.82	24×10^3
$6d$	1.350231×10^8	1.33682×10^6	-2701.67	10×10^3
$8d$	5.69628×10^7	5.72382×10^5	-1174.02	6.4×10^3
$12d$	1.68779×10^7	1.72261×10^5	-358.88	7.0×10^3

окончательном выражении для вероятности возбуждения результат этих операций дает общий множитель, который исчезает в НР поправке. Это является результатом приближения, приводящего к тому, что процесс поглощения независим от процесса излучения. Вклад (6) был назван эффектом квантовой интерференции. Поправки следующего порядка могут быть получены из выражения (5), см. [14], но их значения не превышают нескольких Гц, и в последующем мы их опустим. НР поправки данного порядка представляют собой ведущие поправки к резонансной частоте, возникающие в результате того, что контур линии испытывает деформацию в результате наличия второго перехода и их интерференции. При этом аппроксимация экспериментальных данных в работах типа [36–39] была проведена именно с помощью контура Лоренца, имеющего вид первого слагаемого в (5) и содержащего только естественную ширину линии. Это обусловлено тем, что в данных экспериментах эффекты доплеровского, столкновительного и других уширений линии пренебрежимо малы. Однако из-за наличия других переходов в состояния, близкие к резонансному, контур линии имеет вид (5). По этой причине максимум контура, т.е. резонансная частота, не соответствует частоте изучаемого перехода, как это было бы при наличии только одного перехода, данное значение включает в себя НР поправки. В приближении равных ширин для интерферирующих переходов $2s_{j_i=1/2}(F_i=1)\to nd_{j_a=3/2}(F_a=2)$ и $2s_{j_i=1/2}(F_i=1)\to nd_{j_a=5/2}(F_a=2)$ в водороде в табл. 1 приведены значения НР поправок для некоторых переходов, также в этой таблице приведены погрешности измерений частот соответствующих переходов [2, 3].

Как следует из табл. 1, значения НР поправки кубически убывают с ростом главного квантового числа, и для низко лежащих состояний являются значительными. Представляя вклад в несколько килогерц, НР поправки могут быть рассмотрены в приложении к проблеме определения постоянной Ридберга и зарядового радиуса протона. Для этой цели мы используем выражение (1) и пару переходов: $1s-2s/3s$ вместе с $2s-nd_{3/2(5/2)}$. Результаты вычислений представлены в табл. 2 и 3. Наши вычисления были разбиты на три части. Первая относится к оценке значений R_∞ и r_p на основании данных, представленных в CODATA [2, 3]. Вторая часть заключалась в расчете постоянной Ридберга и зарядового радиуса протона, обозначенных $R_\infty^{\rm HH}$ и $r_p^{\rm HH}$, в соответствии со значениями, данными в табл. VII работы [42]. Наконец, третья часть состояла в том, чтобы используя данные [42] и учитывая НР поправки из табл. 1, получить соответствующие значения постоянной Ридберга и зарядового радиуса протона. Несмотря на то, что данные, приведенные в [2, 3] и в [42] основываются на измеренных частотах одних и тех же переходов, главное отличие состоит в том, что в [42] была показана важность учета поправок сверхтонкой структуры за счет аномального момента и конечной массы протона и поправок за счет недиагоналных матричных элементов сверхтонкого гамильтониана (эффект смешивания), поэтому мы приводим здесь значения постоянной Ридберга и зарядового радиуса протона для двух наборов данных. Следует также обратить внимание на то, что в табл. 2 и 3 учет НР поправок, приведенных в табл. 1, приводит к противоположным по знаку сдвигам значений соответствующих констант. Это связано с тем, что в Таблице 1 приведены НР поправки к переходу без учета полного углового момента, тогда как НР поправки противоположны по знаку для $nd_{3/2}$ и $nd_{5/2}$ состояний за счет знака Δ_{fs} в энергетическом знаменателе (5).

Численные значения НР поправок (6) приведены в табл. 1. Их вклад в определение постоянной Ридберга и зарядового радиуса протона для конкретных переходов может быть найден в табл. 2 и 3. Чтобы проверить точность наших вычислений, мы рассчитали среднеквадратичное значение R_∞ и r_p, используя CODATA [2, 3]. Полученные результаты находятся в полном согласии с рекомендованными $R_\infty = 10973731.568508(65)\,\text{м}^{-1}$ и $r_p = 0.879(11)$ фм, см. табл. 2 и 3. Однако анализ, данный в [42], приводит к выводу о том, что необходимо экспериментальное разрешение сверхтонкого расщепления

Таблица 2. Зарядовый радиус протона, r_p. Пары переходов, использованных для определения R_∞ и r_p приведены в первой колонке. Значения (CODATA) r_p даны во второй колонке, в третьей содержатся значения зарядового радиуса протона, полученные из [42], четвертая содержит значения, рассчитанные на основе [42] с учетом НР поправок. Введены обозначения $a = \frac{2}{5}(2s - 8d_{3/2}) + \frac{3}{5}(2s - 8d_{5/2})$, $b = \frac{2}{5}(2s - 12d_{3/2}) + \frac{3}{5}(2s - 12d_{5/2})$, $c = 2s - 4d_{5/2} - \frac{1}{4}(1s - 2s)$, $d = 2s - 6d_{5/2} - \frac{1}{4}(1s - 3s)$

Состояние	r_p, фм	$r_p^{\text{НН}}$, фм	$r_p^{\text{НН}+NR}$, фм
$1s-2s, 2s-8d_{3/2}$	0.8790	0.8412	0.8382
$1s-3s^*$, $2s-8d_{3/2}$	0.8750	0.8311	0.8267
$1s-3s^{**}$, $2s-8d_{3/2}$	0.8841	0.8407	0.8372
$1s-2s$, $2s-8d_{5/2}$	0.8913	0.8413	0.8443
$1s-3s^*$, $2s-8d_{5/2}$	0.8892	0.8312	0.8348
$1s-3s^{**}$, $2s-8d_{5/2}$	0.8982	0.8408	0.8443
$1s-2s, a$	0.8678	0.8216	0.8223
$1s-3s^*$, a	0.8620	0.8082	0.8089
$1s-3s^{**}$, a	0.8712	0.8181	0.8188
$1s-2s, 2s-12d_{3/2}$	0.8552	0.8412	0.8404
$1s-3s^*$, $2s-12d_{3/2}$	0.8477	0.8315	0.8305
$1s-3s^{**}$, $2s-12d_{3/2}$	0.8568	0.8407	0.8397
$1s-2s, 2s-12d_{5/2}$	0.8643	0.8411	0.8420
$1s-3s^*$, $2s-12d_{5/2}$	0.8582	0.8313	0.8324
$1s-3s^{**}$, $2s-12d_{5/2}$	0.8671	0.8406	0.8416
$1s-2s, b$	0.8660	0.8466	0.8484
$1s-3s^*$, b	0.8602	0.8377	0.8398
$1s-3s^{**}$, b	0.8691	0.8469	0.8489
$1s-2s, c$	0.9300	0.8398	0.8319
$1s-3s^*$, c	0.9285	0.8340	0.8319
$1s-3s^{**}$, c	0.9285	0.8340	0.8319
$1s-2s, d$	0.8562	0.8413	0.8324
$1s-3s^*$, d	0.8562	0.8413	0.8324
$1s-3s^{**}$, d	0.8562	0.8413	0.8324
rms$(1s-2s)$	0.8765	0.8393	0.8375
rms$(1s-3s^*)$	0.8725	0.8308	0.8297
rms$(1s-3s^{**})$	0.8792	0.8379	0.8369
rms $(1s-2s$ and $1s-3s^*)$	0.8745	0.8351	0.8336
rms $(1s-2s$ and $1s-3s^{**})$	0.8778	0.8386	0.8372

*Помечено значение частоты $1s-3s$ перехода, рекомендованное CODATA [3].
**Помечено значение частоты $1s-3s$ перехода, измеренное в [45].

в измерениях типа [36, 38, 39]. Среднеквадратичные значения постоянной Ридберга и зарядового радиуса протона, вычисленные из данных [42], равны 10973731.568118 м$^{-1}$ и 0.83512 фм соответственно. Недавно были опубликованы новые рекомендованные CODATA [43] значения этих постоянных, равные 10973731.568160(21) м$^{-1}$ и 0.8414(19) фм, соответственно, см. также базу данных *The NIST reference on constants, units, and uncertainty*[2)], где, по-видимому, были учтены поправки сверхтонкой структуры за счет аномального момента и конечной массы протона и поправки за счет недиагональных матричных элементов сверхтонкого гамильтониана (эффект смешивания), важность которых была показана в [42]. Отметим, что учет этих поправок изменяет второй знак после запятой в значении зарядового радиуса протона, в то время как учет НР поправок приводит к изменению третьего знака после запятой, см. табл. 2. В частности, объединяя результаты [42] с учетом НР эффектов, рассмотренных в данной работе, можно получить среднеквадратичные значения $R_\infty = 10973731.568103$ м$^{-1}$ и $r_p = 0.8336$ фм, находящиеся в полном соответствии с результатами [5, 6].

Основной вывод, который следует из данной работы, состоит в том, что НР поправки (6) для таких экспериментов, как [36–39], могут достигать уровня

[2)] https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html.

Таблица 3. Постоянная Ридберга, R_∞. Пары переходов, использованных для определения R_∞ и r_p приведены в первой колонке. Значения (CODATA) R_∞ даны во второй колонке, в третьей содержатся значения постоянной Ридберга, полученной из [42], четвертая содержит значения, вычисленные по данным [42] с учетом НР поправок. Введены обозначения $a = \frac{2}{5}(2s-8d_{3/2})+\frac{3}{5}(2s-8d_{5/2})$, $b=\frac{2}{5}(2s-12d_{3/2})+\frac{3}{5}(2s-12d_{5/2})$, $c = 2s-4d_{5/2}-\frac{1}{4}(1s-2s)$, $d = 2s-6d_{5/2}-\frac{1}{4}(1s-3s)$

Состояние	R_∞, м$^{-1}$	$R_\infty^{\text{НН}}$, м$^{-1}$	$R_\infty^{\text{НН+NR}}$, м$^{-1}$
$1s-2s, 2s-8d_{3/2}$	10973731.568548	10973731.568152	10973731.568121
$1s-3s^*$, $2s-8d_{3/2}$	10973731.568528	10973731.568105	10973731.568072
$1s-3s^{**}$, $2s-8d_{3/2}$	10973731.568573	10973731.568149	10973731.568116
$1s-2s, 2s-8d_{5/2}$	10973731.568681	10973731.568153	10973731.568184
$1s-3s^*$, $2s-8d_{5/2}$	10973731.568670	10973731.568106	10973731.568139
$1s-3s^{**}$, $2s-8d_{5/2}$	10973731.568715	10973731.568151	10973731.568184
$1s-2s, a$	10973731.568429	10973731.567954	10973731.567960
$1s-3s^*$, a	10973731.568401	10973731.567893	10973731.567900
$1s-3s^{**}$, a	10973731.568445	10973731.567938	10973731.567944
$1s-2s, 2s-12d_{3/2}$	10973731.568297	10973731.568152	10973731.568144
$1s-3s^*$, $2s-12d_{3/2}$	10973731.568263	10973731.568109	10973731.568099
$1s-3s^{**}$, $2s-12d_{3/2}$	10973731.568304	10973731.568150	10973731.568141
$1s-2s, 2s-12d_{5/2}$	10973731.568392	10973731.568151	10973731.568160
$1s-3s^*$, $2s-12d_{5/2}$	10973731.568364	10973731.568107	10973731.568117
$1s-3s^{**}$, $2s-12d_{5/2}$	10973731.568405	10973731.568149	10973731.568159
$1s-2s, b$	10973731.568410	10973731.568208	10973731.568226
$1s-3s^*$, b	10973731.568383	10973731.568168	10973731.568187
$1s-3s^{**}$, b	10973731.568425	10973731.568209	10973731.568228
$1s-2s, c$	10973731.569110	10973731.568138	10973731.568058
$1s-3s^*$, c	10973731.569074	10973731.568133	10973731.568113
$1s-3s^{**}$, c	10973731.569028	10973731.568087	10973731.568067
$1s-2s, d$	10973731.568308	10973731.568153	10973731.568062
$1s-3s^*$, d	10973731.568345	10973731.568201	10973731.568117
$1s-3s^{**}$, d	10973731.568299	10973731.568155	10973731.568071
rms$(1s-2s)$	10973731.568522	10973731.568133	10973731.568114
rms$(1s-3s^*)$	10973731.568503	10973731.568103	10973731.568093
rms$(1s-3s^{**})$	10973731.568524	10973731.568123	10973731.568113
rms $(1s-2s$ and $1s-3s^*)$	10973731.568513	10973731.568118	10973731.568103
rms $(1s-2s$ and $1s-3s^{**})$	10973731.568523	10973731.568128	10973731.568113

*Помечено значение частоты $1s-3s$ перехода, рекомендованное CODATA [3].
**Помечено значение частоты $1s-3s$ перехода, измеренное в [45].

нескольких кГц, см. табл. 1. Эти поправки несколько выше, чем соответствующие значения, найденные в [34] для экспериментов, основанных на флуоресцентной двухфотонной спектроскопии [35]. Кроме того, в рассмотренном нами случае квантовая интерференция не может быть редуцирована выбором геометрии эксперимента или экстраполяцией наблюдаемой линии асимметричным профилем, т.к. не имеет угловых корреляций, и должна рассчитываться отдельно для каждого измеряемого перехода с учетом всех экспериментальных параметров, влияющих на уширение спектральной линии [44].

Совсем недавно методом двухфотонной спектроскопии была перемерена частота $1s-3s$ перехода в атоме водорода [45]. Детальный теоретический анализ искажения соответствующего профиля линии за счет нерезонансных вкладов в сечении рассеяния одно- и двухфотонных процессов рассеяния в эксперименте по двухфотонной спектроскопии с детектированием флуоресценции был рассмотрен в работах [25, 34, 46, 47]. В частности, было показано, что эффект квантовой интерференции в измерении частоты $1s-3s$ перехода за счет близкого $3d$ состояния достигает 1 кГц. С учетом этого теоретического анализа, в [45] частота $1s-3s$ перехода в атоме водорода была перемерена методом двухфотонной спектроскопии в эксперименте с детектированием сигнала флуоресценции. Результатом является то, что $1s-3s$ частота была уточнена более чем на порядок, и оказывается на 13 кГц меньше рекомендованного CODATA [48]. При этом сам эксперимент [45] оказывается наиболее точным на данный момент, его погрешность составляет около 720 Гц, в отличие от нескольких кГц в других экспериментах по определению частот двухфотонных переходов в состояния с главным квантовым числом $n > 2$. В табл. 2, 3 приведены значения R_∞, r_p, полученные из рекомендованных данных CODATA (каждая вторая строка), а также с учетом значения, полученного в [45] $\nu_{1s-3s} = 2\,922\,743\,278\,665.79(72)$ Гц (каждая третья строка).

Как следует из табл. 2, 3, значение частоты $1s-3s$ перехода оказывает сильное влияние на величину R_∞ и r_p, меняя вторую значащую цифру для радиуса и пятую после запятой для постоянной Ридберга. Однако, среднеквадратичные значения оказываются в хорошем соответствии с данными CODATA. Наиболее значимый эффект, влияющий на определение констант R_∞ и r_p, состоит в экспериментальном измерении сверхтонкого расщепления, см. соответствующее обсуждение в [42] и, как результат, второй столбец в табл. 2, 3 данной работы. При этом среднеквадратичные значения постоянной Ридберга, R_∞, и зарядового радиуса протона, r_p, хорошо совпадают с результатами экспериментов на водороде [5, 6] и мюонном водороде [1, 27, 28]. Влияние нерезонансных вкладов в сечении рассеяния, см. Таблицу 1, на определение R_∞ и r_p может быть отмечено из третьего столбца табл. 2 и 3. Так, в частности, НР поправка, соответствующая эффекту квантовой интерференции для двухфотонных $2s-nd$ переходов, дает вклад на уровне третьей значащей цифры в определение зарядового радиуса протона. Более того, НР поправки, полученные в нашей работе, превышают ряд эффектов, включенных в CODATA [3]. Таким образом, квантовая интерференция представляет интерес и, безусловно, должна учитываться при измерениях частот переходов в современных прецизионных экспериментах [36–39].

Данная работа была выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант номер 20-72-00003.

1. R. Pohl, A. Antognini, F. Nez et al. (Collaboration), Nature **466**, 213 (2010).
2. P. J. Mohr, D. B. Newell, and B. N. Taylor, J. Phys. Chem. Ref. Data **45**, 043102 (2016).
3. P. J. Mohr, D. B. Newell, and B. N. Taylor, Rev. Mod. Phys. **88**, 035009 (2016).
4. J. C. Bernauer, M. O. Distler, J. Friedrich et al. (Collaboration), Phys. Rev. C **90**, 015206 (2014).
5. A. Beyer, L. Maisenbacher, A. Matveev, R. Pohl, K. Khabarova, A. Grinin, T. Lamour, D. C. Yost, T. W. Hänsch, N. Kolachevsky, and T. Udem, Science **358**, 79 (2017).
6. N. Bezginov, T. Valdez, M. Horbatsch, A. Marsman, A. C. Vutha, and E. A. Hessels, Science **365**, 1007 (2019).
7. W. Xiong, A. Gasparian, H. Gao et al. (Collaboration), Nature (London) **575**, 11 (2019).
8. A. Matveev, C. G. Parthey, K. Predehl et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **110**, 230801 (2013).
9. F. Low, Phys. Rev. **88**, 53 (1952).
10. L. Labzowsky, V. Karasiev, and I. Goidenko, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **27**, L439 (1994).
11. L. N. Labzowsky, I. A. Goidenko, and D. Liesen, Phys. Scr. **56**, 271 (1997).
12. L. N. Labzowsky, D. A. Solovyev, G. Plunien, and G. Soff, Phys. Rev. Lett. **87**, 143003 (2001).
13. L. Labzowsky, D. Solovyev, G. Plunien, and G. Soff, Can. J. Phys. **80**, 1187 (2002).
14. L. Labzowsky, D. Soloviev, G. Plunien, and G. Soff, Phys. Rev. A **65**, 054502 (2002).
15. L. Labzowsky, G. Schedrin, D. Solovyev, and G. Plunien, Phys. Rev. Lett. **98**, 2030032 (2007).
16. L. Labzowsky, G. Schedrin, D. Solovyev, E. Chernovskaya, G. Plunien, and S. Karshenboim, Phys. Rev. A **79**, 052506 (2009).
17. U. D. Jentschura and P. J. Mohr, Can. J. Phys. **80**, 633 (2002).
18. M. Horbatsch and E. A. Hessels, Phys. Rev. A **82**, 052519 (2010).
19. M. Horbatsch and E. A. Hessels, Phys. Rev. A **84**, 032508 (2011).
20. C. J. Sansonetti, C. E. Simien, J. D. Gillaspy, J. N. Tan, S. M. Brewer, R. C. Brown, S. Wu, and J. V. Porto, Phys. Rev. Lett. **107**, 023001 (2011).
21. R. C. Brown, S. Wu, J. V. Porto, C. J. Sansonetti, C. E. Simien, S. M. Brewer, J. N. Tan, and J. D. Gillaspy, Phys. Rev. A **87**, 032504 (2013).
22. A. Marsman, M. Horbatsch, and E. A. Hessels, J. Phys. Chem. Ref. Data **44**, 031207 (2015).
23. P. Amaro, F. Fratini, L. Safari, A. Antognini, P. Indelicato, R. Pohl, and J. P. Santos, Phys. Rev. A **92**, 062506 (2015).
24. P. Amaro, B. Franke, J. J. Krauth, M. Diepold, F. Fratini, L. Safari, J. Machado, A. Antognini, F. Kottmann, P. Indelicato, R. Pohl, and J. P. Santos, Phys. Rev. A **92**, 022514 (2015).
25. T. Udem, L. Maisenbacher, A. Matveev, V. Andreev, A. Grinin, A. Beyer, N. Kolachevsky, R. Pohl, D. C. Yost, and T. W. Hänsch, Ann. Phys. **531**, 1900044 (2019).
26. D. Solovyev, A. Anikin, T. Zalialiutdinov, and L. Labzowsky, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **53**, 125002 (2020).

27. A. Antognini, F. Nez, K. Schuhmann et al. (Collaboration), Science **339**, 417 (2013).
28. A. Antognini, F. Kottmann, F. Biraben, P. Indelicato, F. Nez, and R. Pohl, Ann. Phys. **331**, 127 (2013).
29. S. Romanov, Eur. Phys. J. D **33**, 17 (1995).
30. K. Pachucki, Phys. Rev. A **53**, 2092 (1996).
31. A. Martynenko, Phys. Atom. Nucl. **71**, 125 (2008).
32. S. G. Karshenboim, E. Y. Korzinin, V. A. Shelyuto, and V. G. Ivanov, J. Phys. Chem. Ref. Data **44**, 031202 (2015).
33. L. Labzowsky, D. Solovyev, V. Sharipov, G. Plunien, and G. Soff, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **36**, L227 (2003).
34. A. Anikin, T. Zalialiutdinov, and D. Solovyev, Phys. Rev. A **103**, 022833 (2021).
35. M. Weitz, A. Huber, F. Schmidt-Kaler, D. Leibfried, W. Vassen, C. Zimmermann, K. Pachucki, T. W. Hänsch, L. Julien, and F. Biraben, Phys. Rev. A **52**, 2664 (1995).
36. B. de Beauvoir, F. Nez, L. Julien, B. Cagnac, F. Biraben, D. Touahri, L. Hilico, O. Acef, A. Clairon, and J. J. Zondy, Phys. Rev. Lett. **78**, 440 (1997).
37. C. Schwob, L. Jozefowski, O. Acef, L. Hilico, B. de Beauvoir, F. Nez, L. Julien, A. Clairon, and F. Biraben, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement **48**, 178 (1999).
38. C. Schwob, L. Jozefowski, B. de Beauvoir, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, O. Acef, J.-J. Zondy, and A. Clairon, Phys. Rev. Lett. **82**, 4960 (1999).
39. B. de Beauvoir, C. Schwob, O. Acef, L. Jozefowski, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, A. Clairon, and F. Biraben, Eur. Phys. J. D **12**, 61 (2000).
40. O. Y. Andreev, L. N. Labzowsky, G. Plunien, and D. A. Solovyev, Phys. Rep. **455**, 135 (2008).
41. T. A. Zalialiutdinov, D. A. Solovyev, L. N. Labzowsky, and G. Plunien, Phys. Rep. **737**, 1 (2018).
42. M. Horbatsch and E. A. Hessels, Phys. Rev. A **93**, 022513 (2016).
43. E. Tiesinga, P. J. Mohr, D. B. Newell, and B. N. Taylor, Rev. Mod. Phys. **93**, 025010 (2021).
44. F. Nez, M. D. Plimmer, S. Bourzeix, L. Julien, F. Biraben, R. Felder, O. Acef, J. J. Zondy, P. Laurent, A. Clairon, M. Abed, Y. Millerioux, and P. Juncar, Phys. Rev. Lett. **69**, 2326 (1992).
45. A. Grinin, A. Matveev, D. C. Yost, L. Maisenbacher, V. Wirthl, R. Pohl, T. W. Hänsch, and T. Udem, Science **370**, 1061 (2020).
46. D. C. Yost, A. Matveev, E. Peters, A. Beyer, T. W. Hänsch, and T. Udem, Phys. Rev. A **90**, 012512 (2014).
47. H. Fleurbaey, F. Biraben, L. Julien, J.-P. Karr, and F. Nez, Phys. Rev. A **95**, 052503 (2017).
48. P. J. Mohr, B. N. Taylor, and D. B. Newell, Rev. Mod. Phys. **84**, 1527 (2012).