Письма в ЖЭТФ, том 54, вып. 10, стр. 553 — 556 25 ноября 1991 г.

К ТЕОРИИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РАДИАЛЬНЫХ ОРБИТ КАК УНИВЕРСАЛЬНОЙ ПРИЧИНЫ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМ

В.Л.Поляченко

Институт астрономии АН СССР
109017, Москва

Поступила в редакцию 21 октября 1991 г.

Развивается аналитическая теория главной неустойчивости бесстолкновительных гравитирующих систем - неустойчивости радиальных орбит. Последние естественным образом возникают, например, при формировании галактик в процессе коллапса звездного облака из первоначально сильно разреженного состояния. Как показывает теория, неустойчивость имеет место при условии, что гравитационный потенциал системы обеспечивает прецессию орбит с малыми угловыми моментами в направлении вращения звезд на этих орбитах.

Бесстолкновительный коллапс облака звезд, стартующий с сильно неравновесного состояния, в настоящее время рассматривается как основной элемент возможных сценариев формирования разнообразных звездных систем. Так, в ряде численных (N-body) экспериментов [1–4] было показано, что, вероятнее всего, именно так образуются эллиптические галактики. При этом получающиеся в результате "экспериментальные" распределения плотности хорошо накладываются на наблюдаемые[1)] - и, следовательно, отвечают реальности - только в тех случаях, когда начальное состояние коллапсирующей системы является достаточно "холодным": вириальное отношение $V = 2T/|W| \ll 1$ (T - начальная кинетическая энергия системы, W - начальная потенциальная энергия; при равновесии $V = 1$) [2,3]. Но при таких коллапсах подавляющая доля гравитационной энергии, освобождающейся в ходе сжатия, переходит в радиальное движение составляющих систему звезд: доминирующим типом орбит становятся весьма сильно вытянутые по радиусу. Это в свою очередь приводит к развитию неустойчивости (которая сейчас так и называется - неустойчивостью радиальных орбит): нагревая систему в поперечном (относительно радиуса) направлении, она уменьшает возникшую в ней анизотропию в распределении звезд по радиальным и поперечным скоростям до определенного критического уровня. В своей основе эта неустойчивость, как и большинство неустойчивостей, служащих для выравнивания температур (изотропизации) гравитирующей среды, имеет джинсовскую природу [6]. Напомним, что классическая джинсовская неустойчивость газовой среды представляет собой попросту гравитационное сжатие достаточно массивных объемов, таких что силы давления уже не способны противостоять гравитации (подробности см., например, в [7]). Ясно, что чем холоднее среда, тем с меньших длин волн начинаются неустойчивые "по Джинсу" возмущения - тем эта среда более неустойчива. Аналогично и в рассматриваемом случае: если мы представим себе систему с радиальными орбитами и в некоторый момент несколько сблизим в каком-то конусе эти орбиты, то их дальнейшее сближение (т.е. как раз неустойчивость радиальных орбит) представляется

[1)] Поверхностная яркость $I(R)$ (а потому и поверхностная плотность $\sigma(R)$) эллиптических галактик хорошо описывается универсальным, т.е. не зависящем по виду от размера или массы галактики, законом де Вокулера [5] : $I(R) \sim \exp(-7,67(R/R_e))^{1/4}$, где R_e - радиус, содержащий половину излучаемого света.

вполне естественным, так как в поперечном направлении система является холодной. В действительности, как мы увидим ниже, такое объяснение не является полным: наличие или отсутствие неустойчивости, помимо самого факта радиальных орбит, зависит еще от характера возникающих при возмущениях прецессионных движений орбит. Неустойчивость развивается лишь при прямой, т.е. совпадающей по направлению с вращением звезд на орбитах, прецессии; при ретроградной прецессии она отсутствует. Однако, в тех случаях, когда неустойчивость имеется, она, безусловно, является по сути своей джинсовской - только в качестве элементарных объектов здесь скорее выступают не отдельные звезды, а орбиты как целое. По своему значению для бесстолкновительных гравитирующих систем неустойчивость радиальных орбит тоже вполне сопоставима с обычной джинсовской неустойчивостью для газовой среды. Между тем бесстолкновительные системы представлены в мире астрономических объектов по меньшей мере не беднее, чем газовые.

Впервые на возможность неустойчивости радиальных орбит было указано в [8], затем она была открыта в прямых N-body экспериментах [1,4] и путем численного решения линеаризованного кинетического уравнения [9]. В последней работе, а затем в других статьях автора (подробности см. в [10]) были найдены и соответствующие критерии стабилизации рассматриваемой неустойчивости, т.е. минимальные значения необходимой для этого кинетической энергии поперечных движений звезд.

Попытка аналитического доказательства существования неустойчивости в системах с радиальными орбитами была предпринята в [11]. Однако, полученный в этой работе вывод об автоматической неустойчивости любых систем с чисто радиальными движениями звезд и отсутствии в таких системах устойчивых мод некорректен, о чем уже говорилось выше. Например, при ретроградном характере прецессии орбит место неустойчивости занимает чисто колебательная, т.е. как раз устойчивая мода. Корректный результат может быть получен лишь путем предельного перехода к чисто радиальному движению от системы с сильно вытянутыми, но все же не точно радиальными орбитами. Если же пытаться с самого начала работать с предельной системой, то возникают не имеющие смысла (расходящиеся при $r \to 0$) интегралы.

Поскольку природа неустойчивости радиальных орбит не зависит, очевидно, от конкретной формы системы, проведем вычисления для простейшей, цилиндрической геометрии. Исходя из линеаризованного кинетического уравнения в переменных действие ($\vec{I} = (I_1, I_2)$) - угол ($\vec{w} = (w_1, w_2)$) в его обычной форме, заменой $\bar{w}_2 = w_2 - w_1/2$, $\bar{w}_1 = w_1$ приведем его к следующему виду:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + im\Omega_{pr}F + \Omega_1 \frac{\partial F}{\partial w_1} = \Omega_1 \frac{\partial F_0}{\partial E}\frac{\partial \Phi}{\partial w_1} + im\Phi\left(\frac{\partial F_0}{\partial L} + \Omega_{pr}\frac{\partial F_0}{\partial E}\right), \tag{1}$$

где $F_0(E, L) = f_0(I_1, I_2)$ и F - невозмущенная и возмущенная функции распределения, Φ - возмущение потенциала ($\sim \exp(im\bar{w}_2)$, m - целое), Ω_1 и Ω_2 - частоты радиальных и азимутальных колебаний звезд в равновесном потенциале $\Phi_0(r)$, $\Omega_{pr}(E, L) = \Omega_2 - \Omega_1/2$ - скорость прецессии орбиты с энергией E и угловым моментом L. Считаем, что разброс прецессионных скоростей, $\delta\Omega_{pr} = (\overline{\Omega_{pr}^2})^{1/2}$, и характерная джинсовская частота, $\omega_J = \sqrt{4\pi G\bar{\rho}_0}$ (ρ_0 - плотность, G - гравитационная постоянная), малы: $\delta\Omega_{pr}$, $\omega_J \ll \Omega_1$. Это означает, что рассматривается система звезд с почти радиальными орбитами внутри массивного гало, которое в основном и определяет потенциал Φ_0 (не принимая участия в возмущениях). При таких условиях существует низкочастотная мода ($\sim \exp(-i\omega t)$, с $\omega \sim \omega_J, \delta\Omega_{pr}$), в которой медленное прецессионное разбегание орбит компенсируется их взаимным гравитационным притяжением.

Искомое решение находится по теории возмущений $F = F^{(1)} + F^{(2)}$, где $F^{(1)}$

соответствует "перестановочной" моде, получающейся из (1), если пренебречь членами, пропорциональными Ω_{pr} и $\Phi \sim G$: $\omega = 0$, $\partial F^{(1)}/\partial w_1 = 0$, т.е. $F^{(1)} = F^{(1)}(E, L)$ - произвольная пока функция интегралов движения, которая в дальнейшем конкретизируется из условия периодичности решения следующего приближения ($F^{(2)}$). Уравнение для $F^{(2)}$ имеет вид

$$-i\omega F^{(1)} + im\Omega_{pr}F^{(1)} + \Omega_1 \frac{\partial F^{(2)}}{\partial w_1} = \Omega_1 \frac{\partial F_0}{\partial E}\frac{\partial \Phi}{\partial w_1} + im\Phi\left(\frac{\partial F_0}{\partial L} + \Omega_{pr}\frac{\partial F_0}{\partial E}\right).$$

Интегрируя по w_1 от 0 до 2π, получаем с учетом периодичности функций $F^{(2)}$ и Φ (и ограничиваясь для простоты мелкомасштабными по углу модами, $m \gg 1$)

$$-(\omega - m\Omega_{pr}^{(1)})F \simeq m\left(\frac{\partial F_0}{\partial L} + \Omega_{pr}\frac{\partial F_0}{\partial E}\right)\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\Phi dw_1. \quad (2)$$

Привлекая уравнение Пуассона, учитывая малость $(\omega - m\Omega_{pr})$ и переходя к пределу радиальных орбит, получим после некоторых преобразований следующее интегральное уравнение для функции $\chi(E) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\Phi dw_1$:

$$-\omega^2\chi(E) = \int dE_1 2K(E, E_1)\chi(E_1), \quad (3)$$

с ядром $(F_0 = \delta(L)\,\varphi_0(E))$

$$K(E, E_1) = 4\pi G\left(\frac{\partial\Omega_{pr}(E_1, L)}{\partial L}\right)_{L=0}\cdot\varphi_0(E_1)\int\frac{r\,\partial r}{\sqrt{E_1 - \Phi_0(r)}\sqrt{E - \Phi_0(r)}}.$$

Это уравнение имеет собственное значение $(-\omega^2) \sim 4\pi G\bar{\rho}_0 R^2\left(\frac{\partial\Omega_{pr}}{\partial L}\right)_{L=0}$, где R - размер системы, для моды без узлов по E. Отсюда и вытекают все утверждения, сделанные нами ранее. Неустойчивость $(\omega^2 < 0)$ имеет место при прямом ходе прецессии орбит, когда $\left(\frac{\partial\Omega_{pr}}{\partial L}\right)_{L=0} > 0$. В частности, для потенциала вида $\Phi_0 = \Omega^2 r^2/2 + br^4$ неустойчивость имеет место при $b < 0$; при $b > 0$ вместо неустойчивости мы будем иметь чистые колебания. Потенциал Φ_0 выглядит указанным образом в центральной области (при условии, что там нет какой-либо точечной массы). Но именно центральные области играют для гравитирующих систем наиболее важную роль - прежде всего ввиду того, что в этих областях максимальна плотность вещества. Полученный результат позволяет классифицировать, например, галактики в зависимости от поведения гравитационного потенциала вблизи центра. Нарушающая исходную симметрию структура (такая, как центральный эллиптический бар в спиральной галактике) образуется при более пологом по сравнению с квадратичным ходе потенциала.

---

1. Поляченко В.Л., Письма в Астрон. Журнал, 1981, 7, 142.
2. Van Albada T.S., Monthly Not. Roy Astron. Soc., 1982, 201, 939.
3. Mclynn T.A., Astrophys. J., 1984, 281, 13.
4. Поляченко В.Л., Астрон. цирк., 1985, No 1405, с.4.
5. Де Вокулер Ж.В., Строение звездных систем. М.: ИЛ, 1962.
6. Поляченко В.Л., Фридман А.М., ЖЭТФ, 1988, 94, 1.

7. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д., Строение и эволюция Вселенной. М.: Наука, 1975.

8. Поляченко В.Л., Шухман И.Г., Препринт СибИЗМИР СО АН СССР, No 1-2, Иркутск, 1972.

9. Поляченко В.Л., Шухман И.Г., Астрон. журнал, 1981, 58, 933.

10. Fridman A.M., Polyachenko V.L., Phys. of gravit. systems. v.1 New York: Springer-Verlag, 1984.

11. Антонов В.А., Динамика галактик и звездных скоплений. Алма-Ата, 1973, с.139.