Письма в ЖЭТФ, том 114, вып. 6, с. 353 – 357

Вычисление ширины распада $\tau \to K^- K^0 \nu_\tau$ в расширенной модели НИЛ с оценкой вклада от взаимодействия каонов в конечном состоянии

М. К. Волков[1)], *А. А. Пивоваров*

Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 5 августа 2021 г.
После переработки 5 августа 2021 г.
Принята к публикации 14 августа 2021 г.

Вычислена парциальная ширина распада $\tau \to K^- K^0 \nu_\tau$ в рамках расширенной модели Намбу–Иона-Лазинио. Рассмотрены контактный и векторный каналы. В векторном канале учтены вклады от ρ мезона в основном и первом радиально возбужденном состоянии. Полученные результаты находятся в удовлетворительном согласии с экспериментом. Учет взаимодействия каонов в конечном состоянии приводит лишь к незначительным поправкам, не выходящим за пределы точности модели.

DOI: 10.31857/S1234567821180026

1. Введение. В недавних работах, посвященных описанию распадов тау лептона на два псевдоскалярных мезона [1–3], было показано, что при описании этих процессов в рамках модели Намбу–Иона-Лазинио (НИЛ) [4, 5] важную роль играет также учет взаимодействия рожденных частиц в конечном состоянии. Особенно это касается случаев, когда среди них присутствует легкий пион. Тогда величина поправок в ширину распада может доходить до 30 %. При возрастании суммарной массы рождаемых мезонов эта поправка уменьшается. Так, например, при рождении каона и η мезона она составляет около 15 %. А при рождении исследуемых здесь двух каонов она оказывается около 6 % и становится пренебрежимо малой с точки зрения точности нашей модели, составляющей порядка 15 %. Таким образом, наблюдается тенденция к уменьшению вклада взаимодействия в конечном состоянии при увеличении суммарной массы рожденных мезонов, а также при появлении необходимости учета промежуточных возбужденных мезонных состояний.

Рассмотренный здесь распад до настоящего времени привлекает внимание как экспериментальных коллабораций, так и теоретических групп. Например, он исследовался в недавних работах коллабораций Belle и BaBar [6, 7]. Также этот распад изучался во многих теоретических работах [8–11], использующих резонансную киральную теорию возмущений, модель векторной доминантности, алгебру угловых моментов и т. д.

2. Лагранжиан расширенной модели НИЛ. Фрагмент кварк-мезонного лагранжиана расширенной модели НИЛ, содержащий нужные нам вершины, принимает следующий вид [5, 12–14]:

$$\Delta L_{\text{int}} = \bar{q}\Bigg[\frac{1}{2}\gamma^\mu \sum_{j=\pm} \lambda_j^\rho \left(A_\rho \rho_\mu^j + B_\rho \rho_\mu^{'j}\right) + + i\gamma^5 \sum_{j=\pm,0} \lambda_j^K \left(A_K K^j + B_K K'^j\right)\Bigg]q, \tag{1}$$

где q и $\bar{q}$ поля u-, d- и s-кварков с составляющими массами $m_u \approx m_d = 280$ МэВ, $m_s = 420$ МэВ, возбужденные мезонные состояния отмечены штрихом. Множители A и B имеют вид:

$$A_M = \frac{1}{\sin(2\theta_M^0)} \times \left[g_M \sin(\theta_M + \theta_M^0) + g_M^{'} f_M(k_\perp^2) \sin(\theta_M - \theta_M^0)\right],$$
$$B_M = \frac{-1}{\sin(2\theta_M^0)} \times \left[g_M \cos(\theta_M + \theta_M^0) + g_M^{'} f_M(k_\perp^2) \cos(\theta_M - \theta_M^0)\right]. \tag{2}$$

Индекс M обозначает соответствующий мезон.

Формфактор, описывающий первые радиально возбужденные мезонные состояния, принимает вид [14]:

$$f\left(k_\perp^2\right) = \left(1 + d\mathbf{k}^2\right)\Theta(\Lambda^2 - \mathbf{k}^2), \tag{3}$$

1) e-mail: volkov@theor.jinr.ru; tex_k@mail.ru

где d – параметр наклона, величина которого зависит от кваркового состава мезона [14], k – относительный импульс кварков в мезоне.

Параметры θ_M – углы смешивания, возникающие в результате диагонализации свободного лагранжиана, содержащего мезоны в основном и первом радиально возбужденном состояниях [14]:

$$\theta_\rho = 81.8^\circ,\ \theta_\rho^0 = 61.5^\circ,\ \theta_K = 58.11^\circ,\ \theta_K^0 = 55.52^\circ. \quad (4)$$

Матрицы λ – линейные комбинации матриц Гелл–Мана.

Константы связи:

$$g_\rho = \left(\frac{3}{2I_{20}}\right)^{1/2}, \quad g_\rho^{'} = \left(\frac{3}{2I_{20}^{f^2}}\right)^{1/2},$$
$$g_K = \left(\frac{Z_K}{4I_{11}}\right)^{1/2}, \quad g_K^{'} = \left(\frac{1}{4I_{11}^{f^2}}\right)^{1/2}, \quad (5)$$

где Z_K – дополнительная константа перенормировки, появляющаяся в $K - K_1$ переходах:

$$Z_K = \left(1 - \frac{3}{2}\frac{(m_u+m_s)^2}{M_{K_{1A}}^2}\right)^{-1},$$
$$M_{K_{1A}} = \left(\frac{\sin^2\alpha}{M_{K_1(1270)}^2} + \frac{\cos^2\alpha}{M_{K_1(1400)}^2}\right)^{-1/2}. \quad (6)$$

Здесь учтено расщепление состояния K_{1A} на два физических мезона $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$ с углом смешивания $\alpha = 57^\circ$ [15]. Используемые массы мезонов $M_{K_1(1270)} = 1253 \pm 7$ МэВ и $M_{K_1(1400)} = 1403 \pm$ $\pm\, 7$ МэВ [16].

Интегралы, появляющиеся в кварковых петлях в результате перенормировки лагранжиана:

$$I_{n_1 n_2}^{f^m} = -i\frac{N_c}{(2\pi)^4} \times$$
$$\times \int \frac{f^m(\mathbf{k}^2)}{(m_u^2-k^2)^{n_1}(m_s^2-k^2)^{n_2}}\Theta(\Lambda^2-\mathbf{k}^2)\mathrm{d}^4k, \quad (7)$$

где $\Lambda = 1.03$ ГэВ – параметр трехмерного обрезания по кварковым петлям [14].

3. Процесс $\tau \to K^- K^0 \nu_\tau$ в расширенной модели НИЛ. Диаграммы, описывающие этот процесс, изображены на рис. 1 и 2.

В модели НИЛ этим диаграммам соответствует амплитуда:

$$M_{\text{tree}} = -2\sqrt{2}G_f V_{ud} I_{11}^{KK}\left[T_K^{(c)} + \frac{C_\rho}{g_\rho} \times \right.$$
$$\times \frac{I_{11}^{KK\rho}}{I_{11}^{KK}} T_K^{(\rho)} \frac{q^2}{M_\rho^2 - q^2 - i\sqrt{q^2}\Gamma_\rho} + \frac{C_{\rho'}}{g_\rho} \times$$
$$\left. \times \frac{I_{11}^{KK\rho'}}{I_{11}^{KK}} T_K^{(\rho')} \frac{q^2}{M_{\rho'}^2 - q^2 - i\sqrt{q^2}\Gamma_{\rho'}}\right] L_\mu\left(p_{K^0} - p_{K^-}\right)^\mu, \quad (8)$$

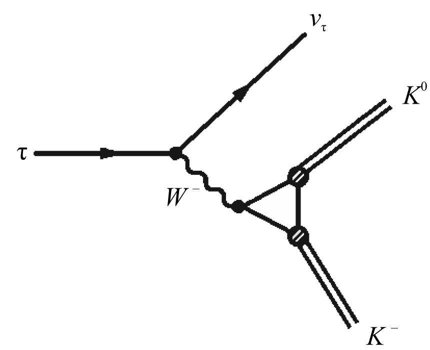

Рис. 1. Контактная диаграмма

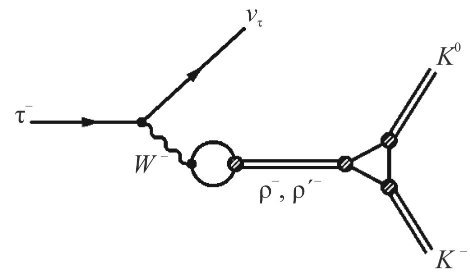

Рис. 2. Диаграмма с промежуточными мезонами

где G_f – константа Ферми, V_{ud} – элемент матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскава, L_μ – лептонный ток, $M_\rho = 775.11 \pm 0.34$ МэВ и $\Gamma_\rho = 149.1 \pm 0.8$ МэВ – масса и ширина мезона $\rho(770)$, $M_{\rho'} = 1465 \pm 25$ МэВ и $\Gamma_\rho = 400 \pm 60$ МэВ – масса и ширина мезона $\rho(1450)$ [16].

Константы, описывающие $K_1 - K$ переходы:

$$T_K^{(c)} = 1 - \frac{\left(I_{11}^{K_1K}\right)^2}{I_{11}^{KK}}\frac{(m_s+m_u)^2}{M_{K_{1A}}^2},$$
$$T_K^{(\rho)} = 1 - \frac{I_{11}^{K_1K\rho} I_{11}^{K_1K}}{I_{11}^{KK\rho}}\frac{(m_s+m_u)^2}{M_{K_{1A}}^2},$$
$$T_K^{(\rho')} = 1 - \frac{I_{11}^{K_1K\rho'} I_{11}^{K_1K}}{I_{11}^{KK\rho'}}\frac{(m_s+m_u)^2}{M_{K_{1A}}^2}. \quad (9)$$

Интегралы с вершинами из лагранжиана в числителе, также используемые в амплитуде:

$$I_{n_1n_2}^{M,\ldots,M',\ldots} = -i\frac{N_c}{(2\pi)^4} \times$$
$$\times \int \frac{A_M \ldots B_M \ldots}{(m_u^2-k^2)^{n_1}(m_s^2-k^2)^{n_2}}\Theta(\Lambda^2-\mathbf{k}^2)\mathrm{d}^4k, \quad (10)$$

где A_M, B_M определены в (2).

Константы

$$C_\rho = \frac{1}{\sin\left(2\theta_\rho^0\right)}\left[\sin\left(\theta_\rho + \theta_\rho^0\right) + R_\rho \sin\left(\theta_\rho - \theta_\rho^0\right)\right],$$
$$C_{\rho'} = \frac{-1}{\sin\left(2\theta_\rho^0\right)}\left[\cos\left(\theta_\rho + \theta_\rho^0\right) + R_\rho \cos\left(\theta_\rho - \theta_\rho^0\right)\right] \quad (11)$$

возникают в переходах между W-бозоном и промежуточным векторным мезоном. Здесь θ и θ^0 – углы смешивания основных и возбужденных состояний, определенные в (4). Величины R принимают следующий вид:

$$R_\rho = \frac{I_{20}^{f}}{\sqrt{I_{20} I_{20}^{f^2}}}. \tag{12}$$

В результате для парциальной ширины данного процесса получаем результат:

$$Br(\tau \to K^- K^0 \nu_\tau) = 13.95 \times 10^{-4}. \tag{13}$$

Экспериментальное значение [16]:

$$Br(\tau \to K^- K^0 \nu_\tau)_{\rm exp} = (14.86 \pm 0.34) \times 10^{-4}. \tag{14}$$

Как видно, результат выходит за пределы экспериментальной погрешности, но находится в пределах погрешности модели.

В данный процесс большой вклад дает канал с промежуточным мезоном $\rho(1450)$. И этот вклад чувствителен к ширине распада этого мезона ($\Gamma_\rho = 400 \pm 60$ МэВ). Если взять эту ширину равной 380 МэВ, то результат совпадает с экспериментальным значением.

4. Учет взаимодействия в конечном состоянии. Для учета взаимодействия в конечном состоянии необходимо рассмотреть треугольные мезонные диаграммы с обменом нейтральными мезонами ρ, ω и ϕ, изображенные на рис. 3. Соответствующие вершины можно найти в работе [4].

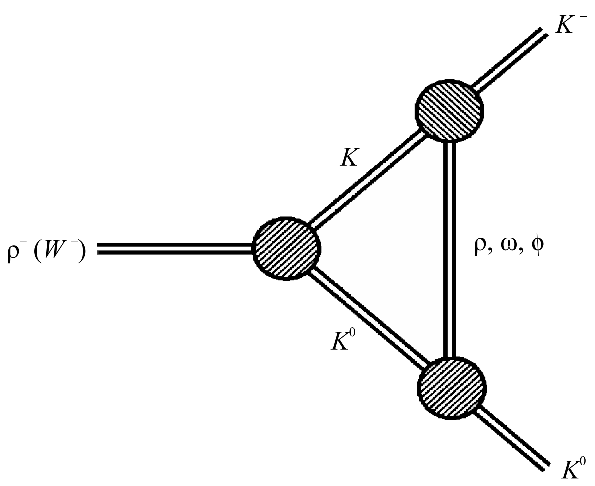

Рис. 3. Мезонные треугольники

Для них получаем интегралы следующего вида:

$$F_\mu^{(\rho)} = \int \frac{\left(k-2p_{K^-}\right)_\lambda \left(k+2p_{K^0}\right)_\nu \left(2k+p_{K^0}-p_{K^-}\right)_\mu \left(g^{\nu\lambda} - \frac{k^\nu k^\lambda}{M_\rho^2}\right)}{\left[k^2-M_\rho^2\right]\left[(k+p_{K^0})^2-M_K^2\right]\left[(k-p_{K^-})^2-M_K^2\right]} \times \frac{d^4k}{(2\pi)^4},$$

$$F_\mu^{(\omega)} = \int \frac{\left(k-2p_{K^-}\right)_\lambda \left(k+2p_{K^0}\right)_\nu \left(2k+p_{K^0}-p_{K^-}\right)_\mu \left(g^{\nu\lambda} - \frac{k^\nu k^\lambda}{M_\omega^2}\right)}{[k^2-M_\omega^2]\left[(k+p_{K^0})^2-M_K^2\right]\left[(k-p_{K^-})^2-M_K^2\right]} \times \frac{d^4k}{(2\pi)^4},$$

$$F_\mu^{(\phi)} = \int \frac{(k-2p_{K^-})_\lambda (k+2p_{K^0})_\nu (2k+p_{K^0}-p_{K^-})_\mu \left(g^{\nu\lambda} - \frac{k^\nu k^\lambda}{M_\phi^2}\right)}{[k^2-M_\phi^2][(k+p_{K^0})^2-M_K^2][(k-p_{K^-})^2-M_K^2]} \times \frac{d^4k}{(2\pi)^4}. \tag{15}$$

Как видно, данные интегралы совпадают по структуре с интегралом, полученным в работе [1], и равны соответственно:

$$F_\mu^{(\rho)} = i\left[\frac{I_1^{(\rho)}}{M_\rho^2} + I_{2M}^{(\rho)}\right]\left(p_{K^0} - p_{K^-}\right)_\mu,$$
$$F_\mu^{(\omega)} = i\left[\frac{I_{1M}^{(\omega)}}{M_\omega^2} + I_{2M}^{(\omega)}\right]\left(p_{K^0} - p_{K^-}\right)_\mu,$$
$$F_\mu^{(\phi)} = i\left[\frac{I_{1M}^{(\phi)}}{M_\phi^2} + I_{2M}^{(\phi)}\right]\left(p_{K^0} - p_{K^-}\right)_\mu. \tag{16}$$

В результате полная амплитуда, учитывающая взаимодействие в конечном состоянии, принимает вид:

$$\begin{aligned} M_{\rm tot} = {} & -2\sqrt{2} G_f V_{ud} I_{11}^{KK} \times \\ & \times \left[T_K^{(c)} + \frac{C_\rho}{g_\rho}\frac{I_{11}^{KK\rho}}{I_{11}^{KK}} T_K^{(\rho)} \frac{q^2}{M_\rho^2 - q^2 - i\sqrt{q^2}\Gamma_\rho} + \right. \\ & \left. + \frac{C_{\rho'}}{g_\rho}\frac{I_{11}^{KK\rho'}}{I_{11}^{KK}} T_K^{(\rho')} \frac{q^2}{M_{\rho'}^2 - q^2 - i\sqrt{q^2}\Gamma_{\rho'}}\right] \times \\ & \times \left\{1 - 4\left(I_{11}^{KK\rho}\right)^2 \left(T_K^{(\rho)}\right)^2 \left[\frac{I_1^{(\rho)}}{M_\rho^2} + I_{2M}^{(\rho)}\right] + \right. \\ & + 4\left(I_{11}^{KK\omega}\right)^2 \left(T_K^{(\omega)}\right)^2 \left[\frac{I_1^{(\omega)}}{M_\omega^2} + I_{2M}^{(\omega)}\right] + \\ & \left. + 4\left(I_{11}^{KK\phi}\right)^2 \left(T_K^{(\phi)}\right)^2 \left[\frac{I_1^{(\phi)}}{M_\phi^2} + I_{2M}^{(\phi)}\right]\right\} \times \\ & \times L_\mu \left(p_{K^0} - p_{K^-}\right)^\mu, \end{aligned} \tag{17}$$

где

$$T_K^{(\omega)} = 1 - \frac{I_{11}^{K_1K\omega} I_{11}^{K_1K}}{I_{11}^{KK\omega}} \frac{(m_s+m_u)^2}{M_{K_{1A}}^2},$$
$$T_K^{(\phi)} = 1 - \frac{I_{11}^{K_1K\phi} I_{11}^{K_1K}}{I_{11}^{KK\phi}} \frac{(m_s+m_u)^2}{M_{K_{1A}}^2},$$

$$I_{2M}^{(\rho)} = \frac{-i}{(2\pi)^4} \int \frac{\theta(\Lambda_M^2+k^2)}{(M_\rho^2-k^2)(M_K^2-k^2)} \mathrm{d}^4k = \\ = \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{1}{M_\rho^2-M_K^2} \times \\ \times \left[M_\rho^2 \ln\left(\frac{\Lambda_M^2}{M_\rho^2}+1\right) - M_K^2 \ln\left(\frac{\Lambda_M^2}{M_K^2}+1\right)\right],$$

$$I_{2M}^{(\omega)} = \frac{-i}{(2\pi)^4} \int \frac{\theta(\Lambda_M^2+k^2)}{(M_\omega^2-k^2)(M_K^2-k^2)} \mathrm{d}^4k = \\ = \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{1}{M_\omega^2-M_K^2} \times \\ \times \left[M_\omega^2 \ln\left(\frac{\Lambda_M^2}{M_\omega^2}+1\right) - M_K^2 \ln\left(\frac{\Lambda_M^2}{M_K^2}+1\right)\right],$$

$$I_{2M}^{(\phi)} = \frac{-i}{(2\pi)^4} \int \frac{\theta(\Lambda_M^2+k^2)}{(M_\phi^2-k^2)(M_K^2-k^2)} \mathrm{d}^4k = \\ = \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{1}{M_\phi^2-M_K^2} \times \\ \times \left[M_\phi^2 \ln\left(\frac{\Lambda_M^2}{M_\phi^2}+1\right) - M_K^2 \ln\left(\frac{\Lambda_M^2}{M_K^2}+1\right)\right],$$

$$I_{1M}^{(\rho)} = \frac{-i}{(2\pi)^4} \int \frac{\theta(\Lambda_M^2+k^2)}{(M_\rho^2-k^2)} \mathrm{d}^4k = \\ = \frac{1}{(4\pi)^2} \left[\Lambda_M^2 - M_\rho^2 \ln\left(\frac{\Lambda_M^2}{M_\rho^2}+1\right)\right],$$

$$I_{1M}^{(\omega)} = \frac{-i}{(2\pi)^4} \int \frac{\theta(\Lambda_M^2+k^2)}{(M_\omega^2-k^2)} \mathrm{d}^4k = \\ = \frac{1}{(4\pi)^2} \left[\Lambda_M^2 - M_\omega^2 \ln\left(\frac{\Lambda_M^2}{M_\omega^2}+1\right)\right],$$

$$I_{1M}^{(\phi)} = \frac{-i}{(2\pi)^4} \int \frac{\theta(\Lambda_M^2+k^2)}{(M_\phi^2-k^2)} \mathrm{d}^4k = \\ = \frac{1}{(4\pi)^2} \left[\Lambda_M^2 - M_\phi^2 \ln\left(\frac{\Lambda_M^2}{M_\phi^2}+1\right)\right]. \quad (18)$$

Выражение в фигурных скобках содержит вклады от мезонных треугольников. Вклады от треугольников с обменом ρ и ω мезонами приближенно сокращают друг друга, и основной вклад идет от треугольника с обменом ϕ мезоном.

В результате учета взаимодействия в конечном состоянии появился новый параметр – обрезание по мезонной петле Λ_M.

В предыдущей главе в рамках расширенной модели НИЛ была вычислена парциальная ширина распада $\tau \to KK\nu_\tau$ в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными в пределах ошибок, допустимых в нашей модели. Учитывая взаимодействие мезонов в конечном состоянии и принимая $\Lambda_M = 610$ МэВ, можно получить полное согласие с экспериментом. Заметим, что это обрезание близко к тому, которое использовалось при описании распада $\tau \to \pi\pi\nu_\tau$ (740 МэВ) и было получено при помощи родственного процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-$ [1]. Однако в том процессе учет взаимодействия в конечном состоянии играл очень важную роль и давал весьма существенную поправку. В нашем же случае эта поправка существенно меньше и лежит в пределах погрешности модели НИЛ. Поправки такого же порядка можно получить, меняя ширину промежуточного радиально возбужденного мезона в пределах допустимых экспериментальных ошибок. Также интересно отметить, что при описании родственного процесса $e^+e^- \to K^+K^-$ в рамках расширенной модели НИЛ также получалось вполне удовлетворительное согласие с экспериментом без учета взаимодействия мезонов в конечном состоянии [17].

5. Заключение. В последних наших работах были описаны все возможные распады тау лептона на два псевдоскалярных мезона. Вычисления показали, что учет взаимодействия в конечном состоянии играет важную роль в таких процессах, как $\tau \to \pi\pi\nu_\tau$ и $\tau \to K\pi\nu_\tau$ и составляет порядка 30 %. При этом следует заметить, что в указанных распадах в векторном канале учитывался вклад основного состояния, в то время как влияние промежуточных радиально возбужденных векторных мезонов было не существенно. В распадах $\tau \to K\eta\nu_\tau$ и $\tau \to KK\nu_\tau$ при возрастании суммарной массы рожденных мезонов роль взаимодействия в конечном состоянии заметно снижалась. В распаде $\tau \to K\eta\nu_\tau$ вклад от взаимодействия в конечном состоянии уменьшился до 15 %, а в распаде $\tau \to KK\nu_\tau$ составил порядка 6 %, что не выходит за пределы погрешности модели. При этом интересно отметить, что в данных процессах резко увеличилась роль промежуточных возбужденных мезонов в векторном канале. Вполне возможно, что это связано с уменьшением роли взаимодействия в конечном состоянии. Как было показано в гл. 3, одно только изменение ширины промежуточного возбужденного мезона оказывает большее влияние на результат, чем учет взаимодействия в конечном состоянии. Природа взаимного влияния на ширину распада учета радиально возбужденных промежуточных состояний и учета взаимодействия в конечном состоянии требует более тщательного исследования.

Авторы выражают благодарность К. Нурлану за интерес к работе и полезные обсуждения.

1. M. K. Volkov, A. B. Arbuzov, and A. A. Pivovarov, JETP Lett. **112**(8), 457 (2020).
2. M. K. Volkov and A. A. Pivovarov, Pisma v ZhETF **113**(12), 777 (2021).
3. M. K. Volkov and A. A. Pivovarov, arXiv:2107.03725 [hep-ph].
4. M. K. Volkov, Sov. J. Part. Nucl. **17**, 186 (1986).
5. M. K. Volkov and A. E. Radzhabov, Phys.-Uspekhi **49**, 551 (2006).
6. S. Ryu, I. Adachi, H. Aihara et al. (Belle), Phys. Rev. D **89**(7), 072009 (2014).
7. J. P. Lees, V. Poireau, V. Tisserand et al. (BaBar), Phys. Rev. D **98**(3), 032010 (2018).
8. B. A. Li, Phys. Rev. D **55**, 1436 (1997).
9. S. Dubnička and A. Z. Dubničková, Acta Phys. Slov. **60**(1), 1 (2010).
10. L. R. Dai, R. Pavao, S. Sakai, and E. Oset, Eur. Phys. J. A **55**(2), 20 (2019).
11. S. Gonzàlez-Solís, A. Miranda, J. Rendón, and P. Roig, Phys. Rev. D **101**(3), 034010 (2020).
12. M. K. Volkov and C. Weiss, Phys. Rev. D **56**, 221 (1997).
13. M. K. Volkov, Phys. Atom. Nucl. **60**, 1920 (1997).
14. M. K. Volkov and A. B. Arbuzov, Phys.-Uspekhi **60**(7), 643 (2017).
15. M. K. Volkov, K. Nurlan, and A. A. Pivovarov, Int. J. Mod. Phys. A **34**(24), 1950137 (2019).
16. P. A. Zyla, R. M. Barnett, J. Beringer et al. (Particle Data Group), PTEP **2020**(8), 083C01 (2020).
17. M. K. Volkov, K. Nurlan, and A. A. Pivovarov, Phys. Rev. C **98**(1), 015206 (2018).