Письма в ЖЭТФ, том 114, вып. 7, с. 437 – 443 © 2021 г. 10 октября

Оптико-терагерцовые солитоны с наклонными фронтами

С. В. Сазонов[+ * × 1)], *Н. В. Устинов*[* ∘]

[+] *Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

[*] *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 191991 Москва, Россия*

[×] *Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), 125993 Москва, Россия*

[∘] *Калининградский институт управления, 236003 Калининград, Россия*

Поступила в редакцию 25 августа 2021 г.
После переработки 28 августа 2021 г.
Принята к публикации 29 августа 2021 г.

Исследован солитоноподобный режим генерации терагерцового излучения оптическими импульсами с наклонными волновыми фронтами в квадратично-нелинейной среде. Показано, что при положительном параметре дисперсии групповой скорости, превышающем определенное критическое значение, которое зависит от угла наклона, и при отрицательной нелинейной восприимчивости в оптическом диапазоне формирование оптико-терагерцового солитона сопровождается генерацией распространяющегося в другом направлении сугубо терагерцового униполярного солитона.

DOI: 10.31857/S1234567821190022

1. Введение. Одним из наиболее эффективных методов генерации терагерцового излучения является метод, основанный на эффекте оптического выпрямления субпикосекундных и фемтосекундных лазерных импульсов в кристаллах с квадратичной оптической нелинейностью [1–6].

Для генерации терагерцового излучения оптическим методом необходимо выполнение черенковского условия [7]

$$v_g \cos\theta = \frac{c}{n_T}, \tag{1}$$

где $v_g = c/(n_\omega + \omega\partial n_\omega/\partial\omega)$ – групповая скорость оптического импульса на несущей частоте ω, c – скорость света в вакууме, n_T и n_ω – показатель преломления среды в терагерцовой области спектра и на частоте ω соответственно, θ – угол между направлениями распространения оптического импульса и генерируемого терагерцового сигнала.

Из (1) следует, что $v_g \geq c/n_T$. Данное неравенство обычно выполняется в различных одноосных кристаллах.

При условии (1) оптический и терагерцовый импульсы распространяются в разные стороны, отрываясь друг от друга. В результате ослабевает эффективность генерации. В работах [8–11] для повышения данной эффективности использовалась техника наклонных фронтов оптических сигналов. В этом случае θ есть угол между групповыми и фазовыми волновыми фронтами оптического импульса. Здесь терагерцовый сигнал постоянно подпитывается энергией оптического импульса, что приводит к существенному повышению эффективности генерации.

В настоящее время эффективность генерации по энергии данным методом достигает единиц процентов. Интенсивности генерируемых терагерцовых сигналов составляют порядка $\sim 10^8$ Вт/см^2 [12]. Следовательно, появилась настоятельная необходимость в развитии нелинейной "терагерцовой оптики" [13–18].

Генерируемые оптическим способом терагерцовые импульсы содержат порядка одного периода электромагнитных колебаний, являясь в спектральном смысле широкополосными. Таким образом, они обладают свойствами предельно коротких импульсов. Поэтому при теоретических исследованиях взаимодействия таких импульсов с веществом неприменимо стандартное для квазимонохроматических сигналов приближение медленно меняющихся огибающих (ММО) [19]. В то же время оптический импульс является казимонохроматическим. Поэтому для него приближение ММО является справедливым.

В коллинеарном режиме ($\theta = 0$), когда оптический и терагерцовый импульсы распространяются в одном и том же направлении, а групповые и фазовые фронты оптического импульса параллельны друг другу, равенство (1) принимает вид $v_g = c/n_T$. В теории нелинейных волн данное равенство называется условием Захарова–Бенни (ЗБ) [20]. В этом случае основные особенности генерации терагерцо-

1) e-mail: sazonov.sergey@gmail.com

вого излучения хорошо описываются солитонными решениями нелинейной системы уравнений Ядзимы–Ойкавы (ЯО) для огибающей ψ поля оптического импульса и электрического поля E терагерцовой компоненты [21].

Для теоретического описания процесса генерации при наклонных фронтах оптического импульса необходимо обобщить систему ЯО и проанализировать солитонные решения данной обобщенной системы, чему и посвящена настоящая работа.

2. Система Ядзимы–Ойкавы–Кадомцева–Петвиашвили. Пусть оптический импульс и генерируемый им терагерцовый сигнал распространяются в плоскости (z, x) декартовой системы координат. При этом ось x совпадает с оптической осью одноосного кристалла. В этом случае рассматриваемая плоскость (z, x) называется плоскостью главного сечения [22]. Будем считать также, что на входе в кристалл импульс поляризован в плоскости главного сечения, т.е. его электрическое поле E_Σ совпадает с полем необыкновенной волны. При этом фазовые волновые фронты оптического импульса распространяются вдоль оси z, перпендикулярной к оптической оси x одноосного кристалла. В данной ситуации направление электрического поля импульса в кристалле не изменяется [23]. В соответствии с этим при описании распространения импульса можно пользоваться скалярной (однокомпонентной) моделью. Поэтому для суммарного электрического поля E_Σ оптико-терагерцового сигнала справедливо уравнение

$$\frac{\partial^2 E_\Sigma}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_\Sigma}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_\Sigma}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E_\Sigma}{\partial x^2}, \qquad (2)$$

где c – скорость света в вакууме, P_Σ – суммарный поляризационный отклик кристалла на воздействие электрического поля E_Σ.

При этом электрическое поле E_Σ представим в виде

$$E_\Sigma(z,x,t) = \psi(z,x,t)e^{i(\omega t - kz)} + \\ + \psi^*(z,x,t)e^{-i(\omega t - kz)} + E(z,x,t), \qquad (3)$$

где ψ – медленно меняющаяся огибающая оптической компоненты, k – волновое число, соответствующее несущей частоте ω.

Учитывая временную дисперсию, а также предполагая, что среда является прозрачной (не поглощающей) как в оптическом, так и в терагерцовом диапазонах, запишем поляризационный отклик P_Σ в виде суммы его линейной и нелинейной частей

$$P_\Sigma = \int\limits_0^\infty \chi_1(t')E_\Sigma(z,x,t-t')dt' + \\ + \int\limits_0^\infty\int\limits_0^\infty \chi_2(t_1't_2')E_\Sigma(z,x,t-t_1')E_\Sigma(z,x,t-t_2')dt_1'dt_2', \quad (4)$$

где $\chi_1(t')$ и $\chi_2(t_1', t_2')$ – соответственно линейная и нелинейная временные восприимчивости.

Считая теперь дисперсию и нелинейность относительно слабыми (что справедливо вдали от линий резонансного поглощения), в линейной части поляризационного отклика используем разложения

$$E(z,x,t-t') = E(z,x,t) - t'\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{t'^2}{2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \ldots, \quad (5)$$

$$\psi(z,x,t-t') = \psi(z,x,t) - t'\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{t'^2}{2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \ldots, \quad (5a)$$

а в нелинейной части положим

$$E(z,x,t-t_{1,2}') \approx E(z,x,t), \quad \psi(z,x,t-t_{1,2}') \approx \psi(z,x,t). \quad (6)$$

Будем полагать также, что значения скоростей v_g и c/n_T настолько близки друг другу, что угол θ можно считать достаточно малым (см. (1)). Поэтому направления распространения обеих комопонент (оптической и терагерцовой) близки к направлению оси z. Влияние зависимости поля от поперечной координаты x учтем в параксиальном приближении. В результате, используя для оптической составляющей стандартное приближение ММО [19], а для терагерцовой компоненты – приближение квазиоднонаправленного распространения вдоль оси z [24], придем к системе уравнений

$$i\frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{\beta}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial \tau^2} + \alpha E\psi + \frac{c}{2n_\omega\omega}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\partial E}{\partial z} + \delta\frac{\partial E}{\partial \tau} - \gamma\frac{\partial^3 E}{\partial\tau^3} + \mu E\frac{\partial E}{\partial\tau} + \sigma\frac{\partial}{\partial\tau}|\psi|^2\right) = \\ = \frac{c}{2n_T}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}. \qquad (8)$$

Здесь $\tau = t - z/v_g$, $v_g = c/(n_\omega + \omega\partial n_\omega/\partial\omega)$, $n_\omega = \sqrt{1+4\pi\chi(\omega)}$, $\chi(\omega) \equiv \int\limits_0^\infty \chi_1(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau$ – линейная восприимчивость среды, соответствующая частоте ω, $\beta = \partial^2 k/\partial\omega^2$ – параметр дисперсии группового скорости (ДГС) оптической компоненты, $k = n_\omega\omega/c$, $\gamma = 2\pi(\partial^2\chi/\partial\omega^2)_{\omega=0}/cn_T$ – параметр дисперсии терагерцовой составляющей, $n_T = \sqrt{1+4\pi\chi_T}$, $\chi_T \equiv \chi(0) = \int\limits_0^\infty \chi_1(\tau)d\tau$ – терагерцовая восприимчивость среды, $\delta = n_T/c - 1/v_g$ – отстройка обратных скоростей от условия ЗБ, коэффициенты квадратичной нелинейности α, μ и σ выражаются через нелинейные частотные восприимчивости второго порядка $\chi^{(2)}(\omega_1;\omega_2) = \int\limits_0^\infty \chi_2(t_1',t_2')e^{-i(\omega_1 t_1'+\omega_2 t_2')}dt_1'dt_2'$ соотношениями: $\alpha = 4\pi\omega\chi^{(2)}(\omega;0)v_g/c^2$, $\mu = 4\pi\chi^{(2)}(0;0)/cn_T$, $\sigma = 4\pi\chi^{(2)}(\omega;-\omega)/cn_T$.

Как линейные, так и нелинейные восприимчивости в оптическом и терагерцовом диапазонах имеют, вообще говоря, различную физическую природу. В оптическом диапазоне восприимчивости среды при воздействии на них фемтосекундных импульсов обусловлены электронно-оптическими квантовыми переходами в атомах или молекулах. В терагерцовом же диапазоне восприимчивости формируются, главным образом, в результате взаимодействия импульса с оптическими колебательными модами ионов в узлах кристаллической решетки.

Для линейных и нелинейных восприимчивостей в оптическом диапазоне наработан достаточный экспериментальный материал [25–27]. Поэтому рассмотрим детальнее линейные и нелинейные восприимчивости в терагерцовом диапазоне. Для этого воспользуемся классическим уравнением Лоренца, дополненным квадратичным ангармонизмом:

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \omega_T^2 q - \mu q^2 = \frac{e}{N}E, \tag{9}$$

где q – относительное смещение ионов из положения равновесия в узле кристаллической решетки в направлении электрического поля терагерцовой компоненты, ω_T – характерная собственная частота оптической колебательной моды, e – элементарный электрический заряд, M – приведенная масса ионов, параметр нелинейности μ выражается через коэффициент линейного теплового расширения α_t в направлении оптической оси с помощью соотношения [28]

$$\mu = a_1\frac{M\omega_T^4}{k_B}\alpha_t.$$

Здесь a_1 – постоянная кристаллической решетки, k_B – постоянная Больцмана.

Пусть характерные частоты спектра терагерцового импульса длительностью τ_T лежат ниже резонансной частоты ω_T, так что выполняется условие $(\omega_T\tau_T)^2 \gg 1$. Тогда первое слагаемое в левой части (9) является малым по сравнению со вторым слагаемым, а уравнение (9) удобно переписать в виде

$$q = \frac{e}{M\omega_T^2}E + \frac{\mu}{\omega_T^2}q^2 - \frac{1}{\omega_T^2}\frac{\partial^2 q}{\partial t^2}. \tag{9a}$$

Отсюда в первом приближении по малым второму и третьему слагаемым в правой части будем иметь

$$q = \frac{e}{M\omega_T^2}E + \frac{e^2\mu}{M^2\omega_T^6}E^2 - \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}.$$

Таким образом, для терагерцового поляризационного отклика $P_T = enq$, где n – концентрация узлов кристалла, находим

$$P_T = \chi_T E + \chi^{(2)}(0;0)E^2 - \frac{\chi_T}{\omega_T^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2},$$

где $\chi_T = \frac{\omega_p^2}{4\pi\omega_T^2}$, $\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{M}}$ – ионная плазменная частота,

$$\chi^{(2)}(0;0) = ea_1\frac{\alpha_t\chi_T}{k_B} > 0. \tag{10}$$

Легко видеть, что $\chi_T/\omega_T^2 = (\partial^2\chi/\partial\omega^2)_{\omega=0}$. Тогда выражение для коэффициента γ в уравнении (8) имеет вид

$$\gamma = \frac{2\pi\chi_T}{cn_T\omega_T^2} > 0. \tag{11}$$

Пренебрегая в (7) и (8) зависимостью от поперечной координаты, после интегрирования (8) получим

$$i\frac{\partial\psi}{\partial z} = -\frac{\beta}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2} + \alpha E\psi, \tag{12}$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \delta\frac{\partial E}{\partial\tau} - \gamma\frac{\partial^3 E}{\partial\tau^3} + \mu E\frac{\partial E}{\partial\tau} + \sigma\frac{\partial}{\partial\tau}|\psi|^2 = 0. \tag{13}$$

Полагая здесь $\delta = \gamma = \mu = 0$, будем иметь систему ЯО, описывающую солитонный режим генерации терагерцового излучения в случае коллинеарного распространения оптического и терагерцового импульсов [21]. При $\psi = 0$ уравнения (7) и (12) обращаются в тождество $0 = 0$. В то же время (13) и (8) переходят, соответственно, в уравнения Кортевега–де Вриза (КдВ) и Кадомцева–Петвиашвили (КП) [29].

Ниже уравнения (7), (8) будем называть системой Ядзимы–Ойкавы–Кадомцева–Петвиашвили (ЯО–КП), а уравнения (12), (13) – системой Ядзимы–Ойкавы–Кортевега–де Вриза (ЯО–КдВ).

3. Физический анализ решений в виде "косых" солитонов. В работах [30, 31] было найдено солитоноподобное решение системы ЯО–КдВ. Обобщая его на случай зависимости поля от поперечной координаты, найдем решение системы ЯО–КП (7), (8) в виде "косого" солитона:

$$\psi = \psi_m e^{i(\kappa z - \Omega\tau)}\mathrm{sech}^2\left[\frac{t-(z\cos\theta + x\sin\theta)/v}{2\tau_p}\right], \tag{14}$$

$$E_s = -E_{ms}\mathrm{sech}^2\left[\frac{t-(z\cos\theta + x\sin\theta)/v}{2\tau_p}\right], \tag{15}$$

где амплитуды компонент

$$\psi_m = \frac{3}{4\alpha\tau_p^2} \times \tag{16}$$

$$\times\sqrt{\frac{1}{2\sigma}\left(\beta - \frac{c}{n_\omega\omega}\frac{\sin^2\theta}{v^2}\right)\left[4\alpha\gamma - \mu\left(\beta - \frac{c}{n_\omega\omega}\frac{\sin^2\theta}{v^2}\right)\right]},$$

$$E_{ms} = \frac{3}{4\alpha\tau_p^2}\left(\beta - \frac{c}{n_\omega\omega}\frac{\sin^2\theta}{v^2}\right). \tag{17}$$

При этом групповая скорость солитона и параметр κ определяются соответственно выражениями

$$v = \frac{v_g\cos\theta}{1 - v_g\beta\Omega}, \tag{18}$$

$$\kappa = \frac{\beta}{2}\left[\frac{1}{\tau_p^2}\left(1 - \frac{c}{n_\omega\omega\beta}\frac{\sin^2\theta}{v^2}\right) - \Omega^2\right]. \tag{19}$$

Сдвиг Ω несущей частоты оптической компоненты, угол θ между фазовыми и групповыми фронтами оптического импульса и временная длительность τ_p импульса связаны между собой соотношением

$$\beta\Omega = -\delta + \frac{\gamma}{\tau_p^2} + \frac{c}{2n_T}\frac{\sin^2\theta}{v^2}. \tag{20}$$

Электрическое поле терагерцовой компоненты в (15) мы снабдили нижним индексом “s”, чтобы подчеркнуть, что эта компонента захвачена в оптико-терагерцовый солитон.

Солитоноподобное решение (14)–(20) обладает двумя свободными параметрами, в качестве которых можно выбрать, например, угол θ и частотный сдвиг Ω. Зная эти параметры, с помощью выражения (18) найдем скорость солитона. Далее с помощью (18) и (20) определяется временная длительность τ_p. Из (16) и (17) находятся амплитуды обеих компонент солитона.

Терагерцовая компонента солитона является униполярной, поэтому его “электрическая площадь” $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} E_s dt \neq 0$.

Следует отметить, что многие известные оптические эффекты проявляют себя самым неожиданным образом при использовании униполярных импульсов [32, 33]. Кроме того, оптика униполярных импульсов может найти и многие оригинальные приложения [32, 34].

Интегрируя (8) по τ и учитывая, что на бесконечности поле исчезает вместе со всеми своими производными, будем иметь $\frac{\partial^2}{\partial x^2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} E d\tau = 0$. Отсюда $S \equiv$ $\equiv \int\limits_{-\infty}^{+\infty} E d\tau = f_1(z)x + f_2(z)$, где $f_1(z)$ и $f_2(zx)$ – некоторые функции. После интегрирования по τ уравнение (8) может быть переписано в виде закона сохранения $\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{\partial j_\tau}{\partial \tau} + \frac{\partial j_x}{\partial x} = 0$, где $j_\tau = \delta E - \gamma\frac{\partial^2 E}{\partial \tau^2} + \frac{\mu}{2}E^2 + \sigma|\psi|^2$, $j_x = \frac{c}{2n_T}\frac{\partial}{\partial x}\int\limits_{-\infty}^{\tau} E d\tau$. Отсюда, учитывая, что на бесконечности $j_\tau = j_x = 0$, получим $\frac{d}{dz}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dx \int\limits_{-\infty}^{+\infty} E d\tau =$ $= \frac{d}{dz}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} S dx = 0$. Следовательно, $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} S dx = \mathrm{const}$. Учитывая полученное выше выражение для S, запишем $f_1(z)x^2/2 + f_2(z)x = \mathrm{const}$. Очевидно, это возможно, только если $f_1(z) = f_2(z) = \mathrm{const} = 0$. Таким образом,

$$S \equiv \int\limits_{-\infty}^{+\infty} E dt = 0. \tag{21}$$

Данное равенство отмечалось в работах [35, 36]. Заметим, что оно является частным случаем общего правила сохранения “электрической площади”, вытекающего из уравнений Максвелла [37, 38].

Здесь равенство нулю “электрической площади” терагерцовой компоненты объясняется тем, что на входе в среду терагерцовая компонента отсутствует. Ее генерация происходит в среде.

Как замечено выше, “электрическая площадь” импульса (15) отлична от нуля. Поэтому в данном солитоноподобном решении недостает еще какой-то части терагерцовой компоненты. Численные эксперименты, проведенные в [36] с одномерной системой (12), (13) при $\mu = 0$, показали, что помимо терагерцовой компоненты, захваченной оптическим импульсом в оптико-терагерцовый солитон, появляется еще одна терагерцовая составляющая противоположной полярности. Данная составляющая не захватывается оптическим импульсом, а распространяется в свободном режиме. Поэтому, чтобы описать динамику этой терагерцовой компоненты, следует в (8) положить $\psi = 0$. В результате будем иметь уравнение КП, решение которого в виде сугубо терагерцового “косого” солитона имеет вид [29, 39]

$$E_T = -E_{mT}\,\mathrm{sech}^2\left[\frac{t - (z\cos\theta_T + x\sin\theta_T)/v_T}{2\tau_T}\right], \tag{22}$$

где

$$E_{mT} = \frac{3\gamma}{\mu\tau_T^2}, \tag{23}$$

а скорость v_T связана с временной длительностью τ_T и углом θ_T с помощью соотношения

$$\frac{\gamma}{\tau_T^2} = \frac{n_T}{c} - \frac{\cos\theta_T}{v_T} - \frac{c}{2n_T}\frac{\sin^2\theta_T}{v_T^2}. \tag{24}$$

Теперь мы можем с хорошей точностью записать для терагерцовой компоненты $E = E_s + E_T$. "Электрическая площадь" данной суммарной терагерцовой компоненты должна обращаться в нуль. Тогда из (21), (15), (17), (22), а также из выражений для μ и α приходим к равенству, которое связывает длительности терагерцовой компоненты, захваченной в оптико-терагерцовый солитон, и компоненты, распространяющейся в свободном солитонном режиме:

$$\frac{\tau_p}{\tau_T} = -\frac{\chi^{(2)}(0;0)}{4\chi^{(2)}(\omega;0)\gamma\omega}\left(\beta - \frac{c}{n_\omega\omega}\frac{\sin^2\theta}{v^2}\right). \quad (25)$$

Для выполнения данного условия правая часть в (25) должна быть положительной. Вместе с этим подкоренное выражение в (16) также должно быть положительным.

Пусть вначале

$$\beta > \frac{c}{n_\omega\omega}\frac{\sin^2\theta}{v^2} \approx \frac{c}{n_\omega\omega v_g^2}\,\mathrm{tg}^2\,\theta. \quad (26)$$

Тогда, как видно из (25), нелинейные восприимчивости $\chi^{(2)}(0;0)$ и $\chi^{(2)}(\omega;0)$ должны иметь противоположные знаки. Такое возможно, так как нелинейные восприимчивости в разных частотных диапазонах имеют, как было замечено выше, различную физическую природу. Квадратичная нелинейность, определяемая восприимчивостью $\chi^{(2)}(\omega;0)$, формируется в оптическом диапазоне и вызвана электронно-оптическими переходами. В свою очередь терагерцовая нелинейная восприимчивость $\chi^{(2)}(0;0)$ формируется за счет ангармонизма оптических колебательных мод ионов в кристалле. Согласно выражению (10), $\chi^{(2)}(0;0) > 0$. Следовательно, необходимо, чтобы $\chi^{(2)}(\omega;0) < 0$. Тогда, как видно из (16), подкоренное выражение положительно, если $\sigma \sim \chi^{(2)}(\omega;-\omega) < 0$. Такая ситуация реализуется, например, в кристалле $\mathrm{LiNbO_3}$ [25–27]. Полагая в (2) $\beta \sim (\omega v_g)^{-1}$, запишем $\frac{c}{n_\omega v_g}\,\mathrm{tg}^2\,\theta < 1$. Таким образом, условие (25) может быть выполнено при достаточно малых углах θ. Пусть, например, $\frac{c}{n_\omega v_g}\,\mathrm{tg}^2\,\theta \ll 1$. Тогда равенство (24) примет вид

$$\frac{\tau_p}{\tau_T} \approx -\frac{\beta\chi^{(2)}(0;0)}{4\gamma\omega\chi^{(2)}(\omega;0)}. \quad (25a)$$

Учитывая (11), а также использованное выше оценочное выражение для β, запишем

$$\frac{\tau_p}{\tau_T} \sim \left(\frac{\omega_T}{\omega}\right)^2 \frac{\chi^2(0;0)}{\chi_T|\chi^{(2)}(\omega;0)|}.$$

Подставляя в (10) для ниобата лития $a_1 \approx 5 \times 10^{-8}$ см, $\alpha_t \sim 10^{-5}/°$C, $\chi_T \sim 1$ [25–27, 40], найдем $\chi^{(2)}(0;0) \sim 10^{-6}$ СГСЭ. В то же время $\chi^{(2)}(\omega;0) \sim 10^{-7}$ СГСЭ. Учитывая также, что $\omega_T \sim 5\cdot10^{13}\,\mathrm{c}^{-1}$, $\omega \sim 10^{15}\,\mathrm{c}^{-1}$, будем иметь $\tau_p/\tau_T \sim 10^{-2}$. Таким образом, длительность сугубо терагерцового солитона в кристалле ниобата лития оказывается на два порядка больше длительности оптико-терагерцового солитона.

При принятых выше условиях из (16), (17) и (23) находим

$$\psi_m \sim \frac{1}{\tau_p^2}\sqrt{\frac{\beta\gamma}{\alpha\sigma}} \sim$$
$$\sim \frac{1}{\omega\omega_T\tau_p^2\sqrt{\chi^{(2)}(\omega;0)\chi^{(2)}(\omega;-\omega)}} \sim 10^6\,\text{СГСЭ},$$
$$E_{ms} \sim \frac{\beta}{\alpha\tau_p^2} \sim \frac{1}{4\pi(\omega\tau_p)^2\chi^{(2)}(\omega;0)} \sim 10^2\,\text{СГСЭ},$$
$$E_{mT} \sim \frac{\gamma}{\mu\tau_T^2} \sim \frac{\chi_T}{(\omega_T\tau_T)^2\chi^{(2)}(0;0)} \sim 10\,\text{СГСЭ}.$$

Отсюда для пиковых интенсивностей имеем $I_o \sim c\psi_m^2/4\pi \sim 10^{10}\,\text{Вт/см}^2$, $I_s \sim cE_{ms}^2/4\pi \sim 10^6\,\text{Вт/см}^2$, $I_T \sim cE_{mT}^2/4\pi \sim 10^4\,\text{Вт/см}^2$.

Оценим дистанции, на которых могут сформироваться рассмотренные солитоны. Эти дистанции по порядку величины равны дисперсионным длинам. Для дисперсионной длины оптико-терагерцового солитона получаем $l_{ds} \sim \tau_p^2/\beta \sim c\tau_p\omega\tau_p \sim 10^{-1}$ см. В то же время дисперсионная длина сугубо терагерцового солитона $l_{dt} \sim \tau_T^3/\gamma \sim c\tau_T(\omega_T\tau_T)^2 \sim 10$ м. Таким образом, дистанции, на которых способен сформироваться сугубо терагерцовый солитон, на четыре порядка превышают дистанции формирования оптико-терагерцового солитона.

На рисунке 1 схематически изображено распространение оптико-терагерцового и сугубо терагерцового солитонов.

Положив в (24) $\theta_T = 0$, получим следующее выражение для скорости сугубо терагерцового солитона: $v_T = \frac{c/n_T}{1-c\gamma/n_T\tau_T^2}$. Отсюда и из (18) приходим к выводу, что скорости распространения обоих солитонов вдоль своих осей равны, если

$$\frac{v_g\cos\theta}{1 - v_g\beta\Omega} = \frac{c/n_T}{1 - c\gamma/n_T\tau_T^2}. \quad (27)$$

Пренебрегая в знаменателях малыми нелинейными поправками в сравнении с единицей, придем к равенству (1).

Пусть теперь

$$\beta < \frac{c}{n_\omega\omega}\frac{\sin^2\theta}{v^2} \approx \frac{c}{n_\omega\omega v_g^2}\,\mathrm{tg}^2\,\theta. \quad (28)$$

В этом случае условия положительности правой части в (25) и подкоренного выражения в (16) совместны только, если $\sigma \sim \chi^{(2)}(\omega;-\omega) < 0$ и $\alpha \sim \chi^{(2)}(\omega;0) > 0$. Таким образом, две нелинейные

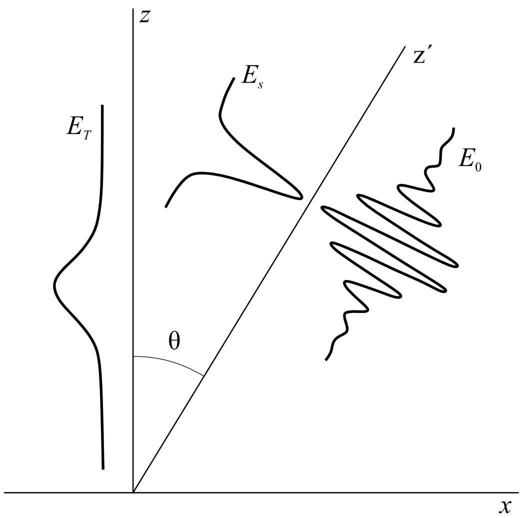

Рис. 1. Схематическое изображение распространения оптико-терагерцовых и сугубо терагерцовых импульсов при угле θ между фазовой и групповой скоростями оптического сигнала; фазовые фронты распространяются в направлении оси z, а групповые – в направлении оси $z' = z\cos\theta + x\sin\theta$; при условии (26) формируются распространяющиеся в различных направлениях оптико-терагерцовый $E_0 + E_s$, где $E_0 = \psi(z,x,t)e^{i(\omega t-kz)} + \text{c.c}$ (см. (3)), и сугубо терагерцовый E_T солитоны

восприимчивости, формируемые в оптическом диапазоне, должны быть противоположных знаков. Такая ситуация вряд ли возможна в реальном эксперименте. Таким образом, при условии (25), вбирающем в себя случай аномальной ДГС ($\beta < 0$), полярности солитонных решений (15) и (22) совпадают. Это противоречит условию (21). Следовательно, при условии (28) терагерцовый солитон (22) сформироваться не может. Данный случай требует отдельного рассмотрения, выходящего за рамки настоящей работы.

4. Заключение. Таким образом, в настоящей работе на основе предложенного подхода исследован солитоноподобный режим генерации терагерцового излучения оптическими импульсами с наклонными фронтами. Условие (21) равенства нулю электрической площади терагецового излучения позволило прийти к выводу о том, что помимо оптико-терагерцового солитона при условии (26) должен также генерироваться отдельный сугубо терагерцовый сигнал. При этом временная длительность терегерцового солитона может на порядки быть больше, а интенсивность – на порядки меньше, чем соответственно длительность и интенсивность оптико-терагерцового солитона. Дистанция формирования терагерцового солитона также на порядки превышает дистанцию, на которой формируется оптико-терагерцовый солитон.

Рассмотренные здесь оптико-терагерцовые солитоны с наклонными волновыми фронтами, скорее всего, не являются солитонами в строгом математическом смысле, связанным с вопросом интегрируемости [19, 28, 38, 41]. По всей видимости, система ЯО–КП (7), (8), как и система ЯО–КП (12), (13), не является интегрируемой. Однако, следуя уже сложившейся в нелинейной оптике традиции [42], мы называем здесь солитонами локализованные решения, не вдаваясь в вопрос интегрируемости уравнений, их порождающих.

Очень важным является вопрос об устойчивости рассмотренных здесь солитонов по отношению к поперечным возмущениям. Речь здесь прежде всего идет о возможном развитии модуляционной и изгибной неустойчивостях. Соответствующее исследование, которое мы планируем провести отдельно, может быть основано на методе усредненного лагранжиана, наподобие того, как это проделано в работе [43] для системы ЯО.

Не исключено, что отмеченная здесь корреляция параметров оптико-терагерцовых и сугубо терагерцовых сигналов может рассматриваться как одно из проявлений корреляций между угловыми модами оптико-терагерцового поля при сильноневырожденном спонтанном параметрическом рассеянии, исследованном в работе [44] для бифотонов. Разумеется, для строгого анализа здесь необходимо рассмотрение с позиций квантования электромагнитного поля.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 19-02-00234).

1. У. А. Абдуллин, Г. А. Ляхов, О. В. Руденко, А. С. Чиркин, ЖЭТФ **66**, 1295 (1974) U. A. Abdullin, G. A. Lyakhov, O. V. Rudenko, and A. S. Chirkin, Sov. Phys. JETP **39**, 633 (1974)].
2. Д. А. Багдасарян, А. О. Макарян, П. С. Погосян, Письма в ЖЭТФ **37**, 498 (1983) [D. A. Bagdasaryan, A. O. Makaryan, and P. S. Pogosyan, JETP Lett. **37**, 594 (1983)].
3. D. H. Auston, K. P. Cheung, J. A. Valdmanis, and D. A. Kleinman, Phys. Rev. Lett. **53**, 1555 (1984).
4. С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **96**, 281 (2012) [S. V. Sazonov, JETP Lett. **96**, 263 (2012)].
5. А. Н. Бугай, ЭЧАЯ **50**, 185 (2019) [A. N. Bugay, Physics of Particles and Nuclei **50**, 210 (2019)].
6. А. Н. Тучак, Г. Н. Гольцман, Г. Х. Китаева, А. Н. Пенин, С. В. Селиверстов, М. И. Финкель, А. В. Шепелев, П. В. Якунин, Письма в ЖЭТФ **96**, 97 (2012) [A. N. Tuchak, G. N. Gol'tsman, G. Kh. Kitaeva, A. N. Penin, S. V. Seliverstov,

M. I. Finkel, A. V. Shepelev, and P. V. Yakunin, JETP Lett. **96**, 94 (2012)].
7. G. Kh. Kitaeva, Laser Phys. Lett. **5**, 559 (2008).
8. J. Hebling, G. Almasi, I. Z. Kozma, and J. Kuhl, Opt. Express **10**, 1161 (2002).
9. А. Г. Степанов, А. А. Мельников, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, Письма в ЖЭТФ **85**, 279 (2007) [A. G. Stepanov, A. A. Mel'nikov, V. O. Kompanets, and S. V. Chekalin, JETP Lett. **85**, 227 (2007)].
10. M. I. Bakunov, S. B. Bodrov, and V. V. Tsarev, J. Appl. Phys. **104**, 073105 (2008).
11. J. Hebling, K.-L. Yeh, M. C. Hoffmann, B. Barta, and K. A. Nelson, JOSA B **25**, 6 (2008).
12. A. N. Tcypkin, M. V. Melnik, M. O. Zhukova, I. O. Vorontsova, S. E. Putilin, S. A. Kozlov, and X.-Ch. Zhang, Opt. Express **27**, 10419 (2019).
13. С. В. Сазонов, ЖЭТФ **146**, 483 (2014) [S. V. Sazonov, JETP **119**, 423 (2014)].
14. С. В. Сазонов, Н. В. Устинов, ЖЭТФ **151**, 249 (2017) [S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, JETP Lett. **124**, 213 (2017)].
15. С. В. Сазонов, Н. В. Устинов, Письма в ЖЭТФ **112**, 30 (2020) [S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, JETP Lett. **112**, 24 (2020)].
16. А. Г. Казарян, ЖЭТФ **159**, 952 (2021) [A. G. Ghazaryan, JETP **132**, 843 (2021)].
17. И. С. Абрамов, Е. Д. Господчиков, А. Г. Шалашов, ЖЭТФ **159**, 270 (2021) [I. S. Abramov, E. D. Gospodchikov, and A. G. Shalashov, JETP **132**, 223 (2021)].
18. С. А. Шленов, Е. В. Васильев, С. В. Чекалин, В. О. Компанец, Р. В. Скиданов, ЖЭТФ **159**, 400 (2021) [S. A. Shlenov, E. V. Vasilyev, S. V. Chekalin, V. O. Kompanets, and R. V. Skidanov, JETP **132**, 334 (2021)].
19. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, М. (1988).
20. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис, *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*, Мир, М. (1988) [R. K. Dodd, J. C. Eilbeck, J. Gibbon, and H. C. Morris, *Solitons and Nonlinear Wave Equations*, Academic Press, N.Y. (1982)].
21. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, Письма в ЖЭТФ **75**, 746 (2002) [S. V. Sazonov and A. F. Sobolevskii, JETP Lett. **75**, 621].
22. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, М. (1973) [M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, N.Y. (1968)].
23. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, ЖЭТФ **123**, 1160 (2003) [S. V. Sazonov and A. F. Sobolevskii, JETP **96**, 1019 (2003)].
24. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, Письма в ЖЭТФ **100**, 252 (1990) [E. M. Belenov and A. V. Nazarkin, JETP Lett. **51**, 288 (1990)].
25. D. N. Nikogosyan, *Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey*, Springer, N.Y. (2005).
26. Д. В. Сизмин, *Нелинейная оптика*, Саровский физико-технический институт-филиал НИЯУ МИФИ, Саров (2015).
27. R. W. Boyd, *Nonlinear optics*, Elsevier Inc., Amsterdam (2008).
28. K. Dolgaleva, D. V. Materikina, R. W. Boyd, and S. A. Kozlov, Phys. Rev. A **92**, 023809 (2015).
29. В. Е. Захаров, С. В. Манаков, С. П. Новиков, Л. П. Питаевский, *Теория солитонов: метод обратной задачи*, Наука, М. 1980 [V. E. Zakharov, S. V. Manakov, S. P. Novikov, and L. P. Pitaevskii, *Theory of Solitons: The Inverse Scattering Method*, Consultants Bureau, N.Y. (1984)].
30. E. Gromov and B. Malomed, Chaos **27**, 113107 (2017).
31. L. A. Cisneros-Ake and J. F. Solano Pelaez, Physica D **346**, 20 (2017).
32. Р. М. Архипов, Письма в ЖЭТФ **113**, 636 (2021) [R. M. Arkhipov, JETP Lett. **113**, 611 (2021)].
33. М. В. Бастракова, Н. В. Кленов, А. М. Сатанин, ЖЭТФ **158**, 579 (2020) [M. V. Basrakova, N. V. Klenov, and A. M. Satanin, JETP **131**, 507 (2020)].
34. Н. Н. Розанов, Н. В. Высотина, ЖЭТФ **157**, 63 (2020) [N. N. Rosanov and N. V. Vysotina, JETP **130**, 52 (2020)].
35. С. А. Козлов, С. В. Сазонов, ЖЭТФ **111**, 404 (1997) [S. A. Kozlov and S. V. Sazonov, JETP **84**, 221 (1997)].
36. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **87**, 470 (2008) [A. N. Bugai and S. V. Sazonov, JETP Lett. **87**, 403 (2008)].
37. Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **107**, 761 (2009) [N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **107**, 721 (2009)].
38. Н. Н. Розанов, Р. М. Архипов, М. В. Архипов, УФН **188**, 1347 (2018) [N. N. Rosanov, R. M. Arkhipov, and M. V. Arkhipov, Phys.-Uspekhi **61**, 1227 (2018)].
39. М. Абловиц, Х. Сигур, *Солитоны и метод обратной задачи*, Мир, М. (1987) [M. J. Ablowitz and H. Segur, *Solotons and Inverse Scattering Transform*, SIAM, Philadelfia (1981)].
40. М. А. Окатов, *Справочник технолога-оптика*, Политехника, СПб. (2004).
41. А. И. Конюхов, Е. В. Щуркин, Л. А. Мельников, А. А. Сысолятин, К. С. Гочелашвили, ЖЭТФ **155**, 446 (2019) [A. I. Konyukhov, E. V. Shchurkin, L. A. Mel'nikov, A. A. Sysolyatin, and K. S. Gochelashvili, JETP **128**, 384 (2019)].
42. Ю. С. Кившарь, Г. П. Агравал, *Оптические солитоны: от волоконных световодов к фотонным кристаллам*, Физматлит, М. (2005) [Yu. S. Kivshar and G. P. Agrawal, *Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals*, Academic Press, N.Y. (2003)].
43. С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **112**, 305 (2020) [S. V. Sazonov, JETP Lett. **112**, 283 (2020)].
44. П. А. Прудковский, Письма в ЖЭТФ **114**, 204 (2021).