Письма в ЖЭТФ, том 114, вып. 9, с. 579 – 585 © 2021 г. 10 ноября

Температурная зависимость пропагаторов глюонов и ду́хов в подходе Дайсона–Швингенра в приближении радуги

Л. П. Каптарь[+1)], *Б. Кэмпфер*[*×1), 2)]

[+]*Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия*

[*]*Helmholtz–Zentrum Dresden–Rossendorf, PF 510119, 01314 Dresden, Germany*

[×]*Institut für Theoretische Physik, TU Dresden, 01062 Dresden, Germany*

Поступила в редакцию 26 августа 2021 г.
После переработки 26 августа 2021 г.
Принята к публикации 24 сентября 2021 г.

Исследуется температурная зависимость глюонных и ду́ховых пропагаторов в рамках модели, основанной на решениях уравнений Дайсона–Швингера в приближении радуги в калибровке Ландау. Рассмотрение проводится в пространстве Евклида в мацубаровском формализме мнимого времени, в рамках которого глюонный пропагатор больше не является O(4)-симметричной функцией, а приобретает дискретный спектр по четвертой компоненте импульсов. Это приводит к необходимости различной трактовки поперечных и продольных (по отношению к термостату) составляющих пропагаторов. Соответственно, уравнение Дайсона–Швингера для глюонов также расщепляется на два уравнения. Полученная система связанных уравнений для продольных, поперечных и ду́ховых пропагаторов решается численно в приближении радуги. Решения получены как функции температуры T, мацубаровской частоты Ω_n и квадрата пространственного импульса $\mathbf{k}^2$. Эффективные параметры модели взяты из предыдущего анализа уравнений Дайсона–Швингера при описании результатов решеточных расчетов при нулевой температуре. Показано, что для нулевой частоты Мацубары поведение соответствующих пропагаторов как функции пространственного импульса $\mathbf{k}^2$ не чувствительно к температуре T, в то время как при $\mathbf{k}^2 = 0$ их зависимость от T довольно заметна. Также исследуется зависимость решений от мацубаровской частоты Ω_n.

DOI: 10.31857/S1234567821210011

I. Введение. В настоящее время изучение поведения адронов в горячей и плотной ядерной материи является одной из наиболее интересных и сложных проблем, интенсивно исследуемых теоретиками и экспериментаторами. Большая часть проводимых и планируемых экспериментов в различных исследовательских центрах, например, в Belle (Япония), BESIII (Пекин, Китай), LHC (ЦЕРН), GlueX (JLAB, США), NICA (Дубна, Россия), HIAF (Китай), FAIR (GSI, ФРГ) и т.д., включает в свои исследовательские программы всесторонние исследования свойств адронов при высоких температурах и возможный переход горячей ядерной материи в кварк-глюонную плазму. Среди методов изучения свойств кварков и глюонов в вакууме и при конечных температурах следует отметить подходы, основанные на решеточных КХД расчетах [1–9], дополненные функционально ренормгрупповыми (ФРГ) подходами [10, 11], а также модели, основанные на правилах сумм КХД [12, 13] и на уравнениях Дайсона–Швингера [14] (для более полного обзора различных методов исследования калибровочных бозонов при нулевой и конечной температуре см., например, [15]). Несмотря на довольно строгую теоретическую основу, вышеуказанные подходы довольно сложны и громоздки для дальнейшего применения при попытках описания температурной зависимости физических связанных состояний, такие как мезоны и/или глюболы. Поэтому появляется необходимость разработки более простых и прозрачных моделей, которые, с одной стороны, являются простыми и физически понятными, с другой стороны, охватывают основные характеристики изучаемых явлений. С этой целью, в этом письме мы обобщаем хорошо известное приближение радуги к уравнениям Дайсона–Швингера в вакууме [16–19] для конечных температур в евклидовом пространстве в формализме мнимого времени Мацубары [19–23].

[1)]e-mail: kaptari@theor.jinr.ru; kaempfer@hzdr.de
[2)]B. Kämpfer.

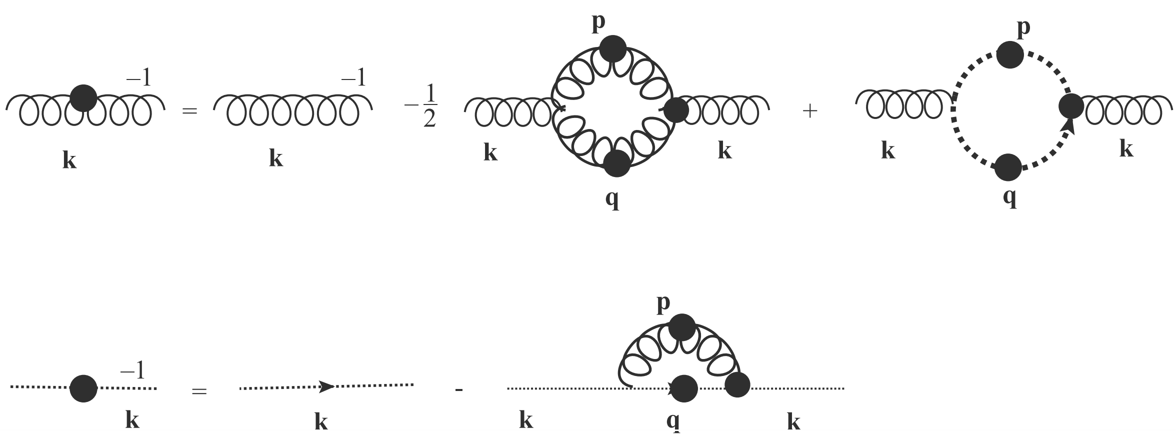

Рис. 1. Схематическое представление рассматриваемых уравнений Дайсона–Швингера для пропагаторов глюона (верхняя строка) и ду́хов (нижняя строка). Волнистые и пунктирные линии обозначают полные пропагаторы, отмеченые черными кружками. Таким же образом отмечены и полные неприводимые одно-частичные вершины. В настоящем подходе в уравнениях Дайсона–Швингера члены с четырьмя глюонными вершинами и кварковыми петлями были опущены

II. Система уравнений Дайсона–Швингера для ду́хов и глюонов. Отметим, что в принципе полная система связанных уравнений Дайсона–Швингера для "одетых" кварковых, глюонных и ду́ховых пропагаторов, а также вершинных функций может рассматриваться как точная интегральная формулировка КХД, полностью эквивалентной теоретико-полевому подходу. Однако, очевидно, что попытки точно решить (хотя бы численно) эту систему, которая взаимосвязывает n-точечные и $n+1$-точечные функции, образуя, таким образом, бесконечную систему связанных уравнений, обречены на неудачу. Следовательно, для практических целей необходимы некоторые приближения. Обычно бесконечная система уравнений на каком-то этапе обрезается, ограничиваясь лишь несколькими первыми диаграммами Фейнмана. Как правило, такая усеченная система включает только одно-петлевые диаграммы, однако с уже одетыми пропагаторами и вершинами, как показано на рис. 1 (см., например, [24]). Такая система известна как усеченные уравнения Дайсона–Швингера, tDSE (truncated Dyson-Schwinger equations). Следует отметить, что набор диаграмм на рис. 1 уже сильно упрощен по сравнению с набором диаграмм, обсуждаемом, в более широком контексте, например, в работе [14] и даже относительно полной подсистемы одно-петлевых диаграмм. Этот набор не содержит независящие от импульса четырех-глюонные вершины (диаграммы типа "головастики"), а также кварк-глюонные петли. Как известно, диаграммы типа "головастики" пертурбативно исчезают в калибровке Ландау. Что касается кварковых диаграмм, то они в инфракрасной области существенно меньше лидирующих членов, см. [24], и могут быть игнорированы. В нашем случае это может быть дополнительно оправдано тем, что в tDSE их вклад в формировании динамических кварковых масс пренебрежительно мал [5, 6, 25]. В глюонной же части tDSE вклад кварковых петель в собственно-энергетическую часть заметен только при значениях импульса вблизи максимума $k \sim 0.85{-}1.0$ ГэВ/с, где эффект экранировки из-за рождения кварк-антикварковых пар из вакуума слегка уменьшает ее значение. В нашем подходе этот эффект неявно учитывается при подборе феноменологических параметров, которые находятся из сравнения численного решения tDSE с полными решеточными расчетами, учитывающими также кварковые степени свободы (см., например, решеточные SU(2) КХД расчеты [1, 2]).

Прямое вычисление диаграмм Фейнмана на рис. 1 приводит к следующей системе связанных уравнений:

$$D^{-1}_{\mu\nu}(k_4^2,\mathbf{k}^2) = Z_3 D^{-1}_{0\,\mu\nu}(k^2) + \\ + \Sigma^{\rm gluon}_{\mu\nu}(k_4^2,\mathbf{k}^2) + \Sigma^{\rm ghost}_{\mu\nu}(k_4^2,\mathbf{k}^2), \tag{1}$$

$$D_G^{-1}(k_4^2,\mathbf{k}^2) = \tilde{Z}_3 D^{-1}_{G0}(k^2) + S^{\rm ghost}(k_4^2,\mathbf{k}^2), \tag{2}$$

где Z_3 и $\tilde{Z}_3$ обозначают глюоные и ду́ховые константы перенормировки, $D_{0\,\mu\nu}(k^2)$ и $D_{G0}(k^2)$ обозначают соответствующие свободные пропагаторы, а четырехмерный импульс k в пространстве Евклида записывается как $k^2 = k_4^2 + \mathbf{k}^2$. Как упоминалось выше, в евклидовом пространстве в формализме Мацубары ду́ховые и глюонные пропагаторы обладают дискретным спектром по четвертой составляющей импульса, $k_4 = \Omega_n$ ($n \subset \mathbb{Z}$), где $\Omega_n = 2\pi n T$ для бозонов и $\Omega_n = \pi(2n+1)T$ для фермионов. В калибровке Ландау пропагатор глюонов $\mathcal{D}^{ab}_{\mu\nu}(k_4, \mathbf{k})$ и ду́ховой пропагатор $\mathcal{D}^{ab}_G(k_4, \mathbf{k})$ выражаются через "одевающие" функции $Z(k_4, \mathbf{k})$ и $G(k_4, \mathbf{k})$ следующим образом:

$$\mathcal{D}^{ab}_{\mu\nu}(k) = \delta^{ab} D_{\mu\nu}(k_4, \mathbf{k}) =$$
$$= \delta^{ab}\left\{\frac{Z_T(k_4,\mathbf{k})}{k^2}\mathcal{P}^T_{\mu\nu}(\mathbf{k}) + \frac{Z_L(k_4,\mathbf{k})}{k^2}\mathcal{P}^L_{\mu\nu}(k_4,\mathbf{k})\right\}, \quad (3)$$

$$\mathcal{D}^{ab}_G(k_4,\mathbf{k}) = -\delta^{ab} D_G(k_4,\mathbf{k}) = -\delta^{ab}\frac{G(k_4,\mathbf{k})}{k^2}, \quad (4)$$

где a and b обозначают цветовые индексы, а $\mathcal{P}^L_{\mu\nu}(k_4,\mathbf{k})$, и $\mathcal{P}^T_{\mu\nu}(\mathbf{k})$ являются продольными и поперечными (в 3-D пространстве) проекционными операторами,

$$\mathcal{P}^T_{\mu\nu}(\mathbf{k}) = \begin{cases} 0, & \mu \text{ и/или } \nu = 4, \\ \delta_{\alpha\beta} - \dfrac{k_\alpha k_\beta}{\mathbf{k}^2}; & \mu,\nu = \alpha,\beta = 1,2,3, \end{cases}$$
$$\mathcal{P}^L_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} - \mathcal{P}^T_{\mu\nu}(\mathbf{k}). \quad (5)$$

Следует отметить, что оба эти проекционных оператора являются поперечными в четырехмерном пространстве и обладают следующими полезными свойствами

$$\begin{gathered}\mathcal{P}^T\mathcal{P}^T = \mathcal{P}^T,\ \mathcal{P}^L\mathcal{P}^L = \mathcal{P}^L,\ \mathcal{P}^T\mathcal{P}^L = \mathcal{P}^L\mathcal{P}^T = 0, \\ \mathcal{P}^T_{\mu\nu}\mathcal{P}^T_{\mu\nu} = Tr\left(\mathcal{P}^T\right) = 2,\ \mathcal{P}^L_{\mu\nu}\mathcal{P}^L_{\mu\nu} = Tr\left(\mathcal{P}^L\right) = 1.\end{gathered} \quad (6)$$

которые широко применяются при выводе уравнений для $Z_{(T,L)}$ из (3)–(4).

Собственно-энергетические суммы $\Sigma^{\text{gluon}}_{\mu\nu}(k_4,\mathbf{k})$, $\Sigma^{\text{ghost}}_{\mu\nu}(k_4,\mathbf{k})$ и $S^{\text{ghost}}(k_4,\mathbf{k})$ в уравнениях (1)–(2) соответствуют трем петлевым диаграммам на рис. 1. Свертка по цветовым индексам приводит к

$$\Sigma^{\text{gluon}}_{\mu\nu}(\Omega_n,\mathbf{k}) = \frac{1}{2}\frac{3T}{2\pi^2}\times$$
$$\times\sum_m\int d^3q\frac{Z_T(\Omega_m,\mathbf{q})\mathcal{P}^T_{\alpha\beta}(\mathbf{q}) + Z_L(\Omega_m,\mathbf{q})\mathcal{P}^L_{\alpha\beta}}{q^2}\times$$
$$\times\left[\frac{g^2}{4\pi}\Gamma^{(0)}_{\mu\rho\alpha}(k,p,-q)[D_T(\Omega_n-\Omega_m,\mathbf{p})\mathcal{P}^T_{\rho\sigma}(\mathbf{q}) + \right.$$
$$\left. + D_L(\Omega_n-\Omega_m,\mathbf{p})\mathcal{P}^L_{\rho\sigma}(q)]\Gamma_{\beta\sigma\nu}(q,-p,-k)\right], \quad (7)$$

$$\Sigma^{\text{ghost}}_{\mu\nu}(\Omega_n,\mathbf{k}) = -\frac{3T}{2\pi^2}\sum_m\int d^3q\frac{G(\Omega_m,\mathbf{q})}{q^2}\times$$
$$\times\Gamma^{(0)}_\mu(q)\left[\frac{g^2}{4\pi}D_G(\Omega_n-\Omega_m,\mathbf{p})\Gamma_\nu(p)\right], \quad (8)$$

$$S^{\text{ghost}}(\Omega_n,\mathbf{k}) = \frac{3T}{2\pi^2}\times$$
$$\times\int d^3q\left[\frac{g^2}{4\pi}\Gamma^{(0)}_\mu(q)D_{\mu\nu}(p^2)\Gamma_\nu(k,q,p)\right]\frac{G(\Omega_m,\mathbf{q})}{q^2}, \quad (9)$$

где термины, заключенные в квадратных скобках, определяют ядро взаимодействия соответствующего интегрального уравнения. Явный вид уравнений для функций $Z_{T,L}$ получается из tDSE (1) подстановкой выражений (7)–(8) в уравнение (1), последовательным умножением левых и правых частей на $\mathcal{P}^T(\Omega_n,\mathbf{k})$ и $\mathcal{P}^L(\Omega_n,\mathbf{k})$ и, наконец, сворачиванием всех Лоренц-индексов. В результате получается скалярная, не зависящая от Лоренц-индексов, система интегральных уравнений.

В принципе, константы перенормировки $Z_{3(T,L)}$ могут быть различными для поперечных и продольных пропагаторов и, соответственно, должны определяться независимо друг от друга. Однако, в настоящей работе для упрощения вычислений мы принимаем их одинаковыми как для поперечной, так и для продольной части. Более того, конкретные числовые значения для обеих констант Z_3 и $\tilde{Z}_3$ берутся из предыдущего фита [26] вакуумных решений tDSE к решеточным КХД данным, $Z_3 = \tilde{Z}_3 \approx 1.065$.

III. Приближение радуги для ду́хов и глюонов. Попытки непосредственного решения полученной системы уравнений с использованием известных правил Фейнмана сталкиваются с трудностями, связанными с расходящимися петлевыми интегралами и симметрийными ограничениями, налагаемые на глюон-ду́ховых и глюон-глюонных вершинах, такими как, например, требование удовлетворения тождества Славнова–Тейлора. Очевидно, что для конкретных вычислений необходимы дальнейшие приближения. Простейшее из них состоит в замене полностью одетых вершин и пропагаторов на их голые значения, известное как приближение Мандельстама [27–29]. К этому приближению возможны дополнительные упрощения угловой зависимости $Z(k^2)$ и $G(k^2)$, которые позволяют вычислить интегралы по углам в (7)–(9) аналитически. Полученные в этом случае одномерные интегральные уравнения решаются численно. Такой подход известен в литературе как y-max приближение [30]. В дальнейшем уравнения Дайсона–Швиегера исследовались в рамках более строгих подходов с учетом упомянутых выше требований симметрий и регуляризаций расходящихся интегралов [31, 24] (см. также обзор [32] и приведенные в нем ссылки). Отмеченные подходы приводят к довольно громоздким выражениям для системы tDSE, которые вызывают трудности в нахождении численных решений и их использования в дальнейших применениях. Еще больше трудностей возникает при попытках обобщения tDSE на конечные температуры. Эти трудности можно преодолеть, если допустить разумные приближения к ядрам взаимодействия в интегральных уравнениях, чтобы обеспечить сходимость интегралов и аналитическое интегрирование по углам. В настоящей заметке с этой целью мы используем хорошо известное приближение радуги [16, 17, 21–23] для ядер в (7)–(9). Суть такого приближения состоит в замене в интегральных ядрах взаимодействия полных одетых вершин, совместно с обменными пропагаторами, их голыми аналогами, умноженными на некоторые эффективные форм-факторы:

$$\left[\frac{g^2}{4\pi}\Gamma^{(0)}_{\mu\rho\alpha}(k,p,-q)D_{\rho\sigma}(p^2)\Gamma_{\beta\sigma\nu}(q,-p,-k)\right] = \\ =\Gamma^{(0)}_{\mu\rho\alpha}(k,p,-q)\left[\mathcal{P}^T_{\rho\sigma}(\mathbf{p})F^T_1(\mathbf{p}^2)+\mathcal{P}^L_{\rho\sigma}(p)F^L_1(p^2)\right]\times \\ \times\Gamma^{(0)}_{\beta\sigma\nu}(q,-p,-k), \tag{10}$$

$$\left[\frac{g^2}{4\pi}\Gamma^{(0)}_{\mu}(q)D_G(p^2)\Gamma_{\nu}(p)\right] = \Gamma^{(0)}_{\mu}(q)F_2(p^2)\Gamma^{(0)}_{\nu}(p^2), \tag{11}$$

$$\left[\frac{g^2}{4\pi}\Gamma^{(0)}_{\mu}(q)D_{\mu\nu}(p^2)\Gamma_{\nu}(k,q,p)\right] = \\ =\Gamma^{(0)}_{\mu}(q)\left[\mathcal{P}^T_{\mu\nu}(\mathbf{p})F^T_3(\mathbf{p}^2)+\mathcal{P}^L_{\mu\nu}(p)F^L_3(p^2)\right]\Gamma^{(0)}_{\nu}, \tag{12}$$

где верхний индекс (0) у вершин Γ обозначает голые вершины взаимодействия 3-х глюонов и глюонов с ду́хами (более детальное обсуждение можно найти в работе [26]). Как и в работе [26], в данном письме мы используем для форм-факторов $F_{1-3}(p^2)$ гауссовскую форму с двумя членами для каждого из них. Этого вполне достаточно для получения надежного решения системы уравнений tDSE при $T=0$, когда O(4)-симметрия выполняется строго и, следовательно, продольная и поперечная части пропагатора совпадают. В явном виде, в евклидовом пространстве эффективные форм-факторы выбираются как

$$F^{T,L}_1(p^2) = D^{T,L}_{11}\frac{p^2}{(\omega^{T,L}_{11})^6}e^{-p^2/(\omega^{T,L}_{11})^2}+ \\ +D^{T,L}_{12}\frac{p^2}{(\omega^{T,L}_{12})^6}e^{-p^2/(\omega^{T,L}_{12})^2}, \tag{13}$$

$$F_2(p^2) = \frac{D_{21}}{\omega^4_{21}}e^{-p^2/\omega^2_{21}}+\frac{D_{22}}{\omega^4_{22}}e^{-p^2/\omega^2_{22}}, \tag{14}$$

$$F^{T,L}_3(p^2) = D^{T,L}_{31}\frac{p^2}{(\omega^{T,L}_{31})^6}e^{-p^2/(\omega^{T,L}_{31})^2}+ \\ +D^{T,L}_{32}\frac{p^2}{(\omega^{T,L}_{32})^6}e^{-p^2/(\omega^{T,L}_{32})^2}, \tag{15}$$

где эффективные феноменологические параметры D_i и ω_i находятся из условия хорошего описания данных расчетов на SU(2) решетке при нулевой температуре (см. [26]).

IV. Результаты и обсуждения. Использование эффективного взаимодействия (10)–(15) позволяет провести интегрирование по углам в аналитическом виде [26], что в конечном итоге приводит к системе линейных алгебраических уравнений относительно частот Мацубары и одномерных интегральных уравнений относительно пространственных импульсов $|\mathbf{k}|$ в евклидовом пространстве. Результат интегрирования по углам включает в себя модифицированные функции Бесселя $I_l(|\mathbf{q}|,|\mathbf{k}|)$ и экспоненциальные интегральные функции $Ei(1,|\mathbf{q}|,|\mathbf{k}|)$, умноженные на некоторые члены, зависящие от частот Мацубары Ω_n и Ω_m, и пространственных моментов $|\mathbf{q}|$ и $|\mathbf{k}|$. В дальнейшем эта система решается численно. С этой целью одномерные интегралы аппроксимируются соответствующими гауссовыми квадратурными формулами, что в конечном итоге приводит к системе алгебраических уравнений относительно частот Мацубары и узлов квадратурной формулы. Затем такая система решается с помощью итерационной процедуры. В принципе, эффективные параметры в уравнениях (13)–(15) могут различаться для поперечных (T) и продольных (L) частей. Кроме того, все параметры, включая константы перенормировки $\tilde{Z}_3$ и Z_3, могут зависеть от температуры T и частоты Мацубары Ω_n, см. работу [33]. Однако, как было показано в работах [20, 34], при относительно небольших температурах ядра взаимодействия в интегральных уравнениях слабо зависят от температуры, и в первом приближении они могут быть взяты такими же, как при $T=0$ с $D^T=D^L$ и $\omega^T_i=\omega^L_i$. При более высоких температурах такой выбор эффективных параметров для поперечных и продольных частей менее оправдан. В настоящей заметке мы используем одни и те же значения эффективных параметров для всего диапазона рассмотренных температур. Конкретные значения соответствуют набору параметров, ранее найденных путем фитирования решений tDSE в вакууме, как указано в [26]: $D^T_{11}=D^L_{11}=0.462\,\text{ГэВ}^2$, $D^T_{12}=D^L_{12}=0.116\,\text{ГэВ}^2$,

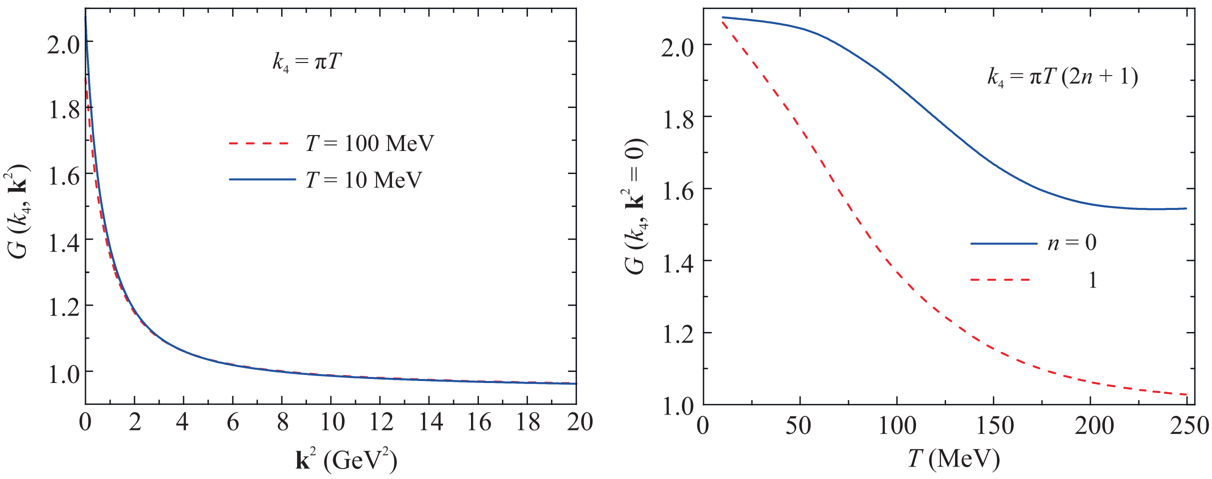

Рис. 2. (Цветной онлайн) Решение уравнения Дайсона–Швингера для ду́хов $G(k_4, \mathbf{k}^2)$. Левая панель: зависимость решения от квадрата пространственного импульса $\mathbf{k}^2$ при нулевой частоте Мацубары, $n = 0$, для двух значений температуры $T = 10$ МэВ (сплошная кривая) и $T = 100$ МэВ (штриховая кривая). Правая панель: температурная зависимость $G(k_4, \mathbf{k}^2)$ при нулевом трехмерном импульсе $\mathbf{k}^2 = 0$ и при двух значениях частоты Мацубары, $n = 0$ (сплошная кривая) и $n = 1$ (штриховая кривая)

$\omega_{11}^T = \omega_{11}^L = 1.095$ ГэВ, $\omega_{12}^T = \omega_{12}^L = 2.15$ ГэВ для 3-х глюонных петель, $D_{21}^T = D_{11}^L = 7.7$ ГэВ^2, $D_{22}^T = D_{22}^L = 0.25$ ГэВ^2, $\omega_{21}^T = \omega_{21}^L = 0.58$ ГэВ, $\omega_{22}^T = \omega_{22}^L = 4.5$ ГэВ для ду́ховых петель и $\omega_{31}^T = \omega_{31}^L = 0.73$ ГэВ, $\omega_{32}^T = \omega_{32}^L = 2.16$ ГэВ, $D_{31}^T = D_{31}^L = 0.39\pi$ ГэВ^2, $D_{32}^T = D_{32}^L = 0.1\pi$ ГэВ^2 для ду́х-глюонной петли (см. три петлевые диаграммы на рис. 1). [3] Следует подчеркнуть, что при сохранении эффективных параметров независимыми от температуры и по величине такими же, как в вакууме, можно ожидать достаточно надежного решения tDSE лишь при низких и умеренных температурах, $T \leq 200$ МэВ. Очевидно, что при более высоких температурах эффективные параметры должны быть T- и n-зависимыми (см., например, [22, 20, 33]) и, вероятно, совершенно разными для поперечных и продольных частей tDSE.

Полученная алгебраическая система уравнений решалась итерационным методом. В конкретных расчетах мацубаровские частоты брались в интервале $(-30 \leq n \leq 30)$, гауссовская сетка для интегрирования по пространственной переменной $|\mathbf{k}|^2$ содержала 72 узла, а сама пространственная переменная ограничивалась максимальным значением $|\mathbf{k}|^2 \sim 220$ ГэВ$^2/c^2$. Для получения более плотного распределения гауссовых узлов при низких $|\mathbf{k}|^2$ была использована масштабированная замена переменных, см. [23].

Результаты расчетов представлены на рис. 2 и 3. На рисунке 2 приведена температурная зависимость ду́хвой функции $G(k_4, \mathbf{k}^2)$. Левая панель иллюстрирует ее поведение при нулевой частоте Мацубары, $n = 0$, как функция пространственных импульсов $\mathbf{k}^2$ и двух значениях температуры, $T = 10$ МэВ и $T = 100$ МэВ. Как и ожидалось, температурная зависимость довольно слабая для всех значений $\mathbf{k}^2$ и очень похожа на поведение $G(k^2)$ при $T = 0$, см. работу [26]. На правой панели мы показываем функцию $G(k_4, \mathbf{k}^2)$ при $\mathbf{k}^2 = 0$ и двух значениях частот Мацубары. Поскольку четвертая составляющая импульса сильно зависит от частоты Мацубары, $k_4^2 = [\pi(2n+1)T]^2$, функция $G(k_4, 0)$ довольно чувствительна к значениям температуры T.

Аналогичный анализ для глюонного пропагатора представлен на рис. 3, где для определенности рассматривается только его поперечная часть (T). Поведение продольного пропагатора качественно такое же и в данной статье не приводится. На левой панели зависимость поперечного пропагатора отображается как функция квадрата пространственного импульса $\mathbf{k}^2$ при двух значениях частоты Мацубары, $n = 0$ и $n = 1$, и двух значениях температуры, $T = 10$ МэВ и $T = 100$ МэВ. Как и в случае ду́хов, зависимость глюонного пропагатора от температуры довольно сла-

[3] Отметим, что в настоящей статье каждая из трех петель на рис. 1 параметризуется двумя гауссовскими членами, в то время как в работе [26] ду́ховая петля параметризовалась всего лишь одним. Введенный дополнительный член не влияет на качество фитирования вакуумных решеточных данных и в настоящей работе используется исключительно для сохранения единообразия в параметризации петель. Соответственно, нынешние обозначения слегка отличаются от обозначений, используемых в работе [26].

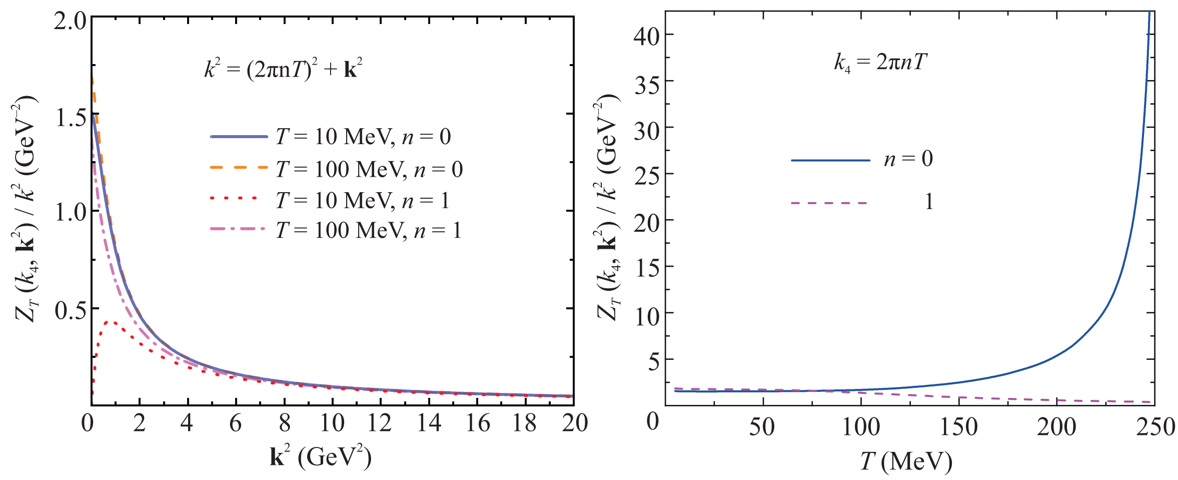

Рис. 3. (Цветной онлайн) Решение уравнения Дайсона–Швингера для поперечной части глюонного пропагатора $Z_T(k_4, \mathbf{k}^2)/k^2$. Левая панель: зависимость от квадрата трехмерного импульса $\mathbf{k}^2$ при двух значениях частоты Мацубары и двух значениях температуры. Сплошные и штриховые кривые соответствуют $n = 0$, $T = 10$ МэВ и $T = 100$ МэВ соответственно. Пунктирные и штрих-пунктирные кривые соответствуют $n = 1$, $T = 10$ МэВ и $T = 100$ МэВ. Правая панель: температурная зависимость пропагатора глюонов при нулевом трехмерном импульсе $\mathbf{k}^2 = 0$ и при двух значениях частоты Мацубары, $n = 0$ (сплошная кривая) и $n = 1$ (штриховая кривая)

бая (ср. сплошную, $T = 10$ МэВ, и штрихованную, $T = 100$ МэВ, кривую). Зависимость от T более выражена при малых значениях $\mathbf{k}^2$ для ненулевой (например, для $n = 1$) частоты Мацубары, что хорошо видно из сравнения пунктирной ($T = 10$ МэВ) с штрих-пунктирной кривой ($T = 100$ МэВ). Это связано с тем, что при малых значениях пространственного импульса, $\mathbf{k}^2 \sim 0$, значения 4-импульса $k^2 \sim k_4^2$ становятся прямо пропорциональны квадрату температуры, $k_4^2 = 4\pi^2 T^2$, и при $T = 10$ МэВ и $T = 100$ МэВ значения k^2 отличаются почти на два порядка. (Значение глюонного пропагатора при $\mathbf{k}^2 = 0$ и $n = 0$ определяет эффективную массу глюона, $Z_T/k^2 \sim 1/(k^2 + m_{\text{eff}}^2)$. Из наших расчетов мы делаем вывод, что в нашей модели $m_{\text{eff}}^2 \sim 0.6$ ГэВ^2.)

На правой панели рис. 3 приводится зависимость от температуры T глюонного пропагатора при $\mathbf{k}^2 = 0$ и двух значениях частоты Мацубары, $n = 0$ и $n = 1$. Отличие при средних и высоких температурах в поведении пропагатора обусловлено величиной четвертой составляющей импульса k_4, которая равна нулю при $n = 0$ и конечна, $k_4^2 = 4\pi^2 T^2$, для $n = 1$. Поскольку в уравнениях tDSE с гауссовыми ядрами взаимодействия (13)–(15) четвертые компоненты k_4 входят как $\exp(-k_4^2/\omega^2)$, значения соответствующих пропагаторов при ненулевых мацубаровских частотах и больших температурах, $T \sim 250$ МэВ существенно подавляются. В интервале температур $0 \le T \le 250$ МэВ наши расчеты находятся в довольно хорошем качественном согласии с результатами, полученными в рамках функционально ренормгрупповых подходах (см. работы [10, 35, 11, 15] и приведенные в них ссылки) или в подходах, основанных на КХД решеточных расчетах [3, 4]. Здесь следует подчеркнуть, что предложенный в этой статье упрощенный подход с параметрами, независящими от температуры, не может быть надежно применен для температур $T \gtrsim 200$ МэВ, и поэтому сравнение с подходами ФРГ и/или решеточными расчетами при более высоких температурах затруднено.

V. Резюме. Таким образом, в данной работе численно решена система усеченных уравнений Дайсона–Швингера для глюонов и ду́хов в приближении радуги при конечных температурах в рамках формализма мнимого времени. Утверждается, что для нулевых частот Мацубары, $n = 0$, поведение пропагаторов как функций квадрата пространственного импульса $\mathbf{k}^2$ не чувствительно к температуре T практически во всем диапазоне $\mathbf{k}^2$. Напротив, в самом начале координат, $\mathbf{k}^2 = 0$, была обнаружена существенная зависимость пропагаторов от n и T. Такие исследования открывают путь для изучения более сложных явлений, например, изменений характеристих связанных состояний глюонов (глюболов) в сильно нагретой ядерной материи.

---

1. V. G. Bornyakov, E.-M. Ilgenfritz, C. Litwinski, M. Müller-Preussker, and V. K. Mitrjushkin, Phys. Rev. D **92**, 074505 (2015).

2. V.G. Bornyakov, V.K. Mitrjushkin, and M. Müller-Preussker, Phys. Rev. D **81**, 054503 (2010).
3. R. Aouane, V.G. Bornyakov, E.M. Ilgenfritz, V.K. Mitrjushkin, M. Muller-Preussker, and A. Sternbeck, Phys. Rev. D **85**, 034501 (2012).
4. E.M. Ilgenfritz, J.M. Pawlowski, A. Rothkopf, and A. Trunin, Eur. Phys. J. C **78**(2), 127 (2018).
5. P.O. Bowman, U.M. Heller, D.B. Leinweber, M.B. Parappilly, A. Sternbeck, L. von Smekal, A.G. Williams, and J. Zhang, Phys. Rev. D **76**, 094505 (2007).
6. P.O. Bowman, U.M. Heller, D.B. Leinweber, M.B. Parappilly, and A.G. Williams, Phys. Rev. D **70**, 034509 (2004).
7. M. Albanese, F. Costantini, G. Fiorentini et al. (Ape Collaboration), Phys. Lett. B **197**, 400 (1987).
8. Y. Chen, A. Alexandru, S. Dong, T. Draper, I. Horváth, F.X. Lee, K.F. Liu, N. Mathur, C. Morningstar, M. Peardon, S. Tamhankar, B.L. Young, and J.B. Zhang, Phys. Rev. D **73**, 014516 (2006).
9. C.J. Morningstar and M.J. Peardon, Phys. Rev. D **60**, 034509 (1999).
10. N. Dupuis, L. Canet, A. Eichhorn, W. Metzner, J.M. Pawlowski, M. Tissier, and N. Wschebor, Phys. Rep. **910**, 1 (2021).
11. A.K. Cyrol, M. Mitter, J.M. Pawlowski, and N. Strodthoff, Phys. Rev. D **97**, 054015 (2018).
12. M.A. Shifman, A.I. Vainshtein, and V.I. Zakharov, Nucl. Phys. B **147**, 385 (1979).
13. E.V. Shuryak, Nucl. Phys. B **203**, 116 (1982).
14. C. Fischer, Progr. Part. Nucl. Phys. **105**, 1 (2019).
15. A. Maas, Phys. Rept. **524**, 203 (2013).
16. R. Alkofer, P. Watson, and H. Weigel, Phys. Rev. D **65**, 094026 (2002).
17. C. Roberts, V. Bnagwat, A. Holl, and S. Wringht, Eur. Phys. J. ST **140**, 53 (2007).
18. P. Maris and P.C. Tandy, Phys. Rev. C **60**, 055214 (1999).
19. S.M. Dorkin, L.P. Kaptari, and B. Kämpfer, Phys. Rev. C **91**, 055201 (2015).
20. S.-xue, L. Chang, Y.-x. Liu, and C. Roberts, Phys. Rev. D **84**, 014017 (2011).
21. M. Blank and A. Krassnigg, Phys. Rev. D **82**, 034006 (2010).
22. S. Dorkin, L.P. Kaptari, and B. Kämpfer, Few Body Syst. **60**, 20 (2019).
23. S. Dorkin, M. Viebach, L. Kaptari, and B. Kämpfer, J. Mod. Phys. **7**, 2071 (2016).
24. L. von Smekal, A. Hauck, and R. Alkofer, Ann. Phys. **267**, 1 (1998).
25. C.S. Fischer, P. Watson, and W. Cassing, Phys. Rev. D **72**, 094025 (2005).
26. L.P. Kaptari and B. Kämpfer, Few. Body Syst. **61**, 28 (2020).
27. A. Hauck, L. von Smekal, and R. Alkofer, Comput. Phys. Commun. **112**, 149 (1998).
28. S. Mandelstam, Phys. Rev. D **20**, 3223 (1979).
29. K. Buttner and M.R. Pennington, Phys. Rev. D **52**, 5220 (1995).
30. D. Atkinson and J.C.R. Bloch, Phys. Rev. D **58**, 094036 (1998).
31. L. von Smekal, A. Hauck, and R. Alkofer, Phys. Rev. Lett. **79**, 3591 (1997).
32. R. Alkofer and L. von Smekal, Phys. Rept. **353**, 281 (2001).
33. A. Maas, J. Wambach, and R. Alkofer, Eur. Phys. J. C **42**, 93 (2005).
34. A. Cucchieri, A. Maas, and T. Mendes, Phys. Rev. D **75**, 07600 (2007).
35. W.-j. Fu, J.M. Pawlowski, and F. Rennecke, Phys. Rev. D **101**, 054032 (2020).