Письма в ЖЭТФ, том 114, вып. 9, с. 620 – 624

Кулоновский центр в монослое дихалькогенидов переходных металлов

М. М. Махмудиан[+*1)], А. В. Чаплик[+*1)]

[+]Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

[*]Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 12 августа 2021 г.
После переработки 30 сентября 2021 г.
Принята к публикации 30 сентября 2021 г.

Теоретически исследованы электронные процессы с участием заряженной примеси в монослое дихалькогенидов переходных металлов (ДХПМ) и в графене со щелью (gapped graphene). В рамках минимальной двухзонной модели найден спектр связанных состояний, транспортное сечение рассеяния электронов на заряженном донорном центре и вероятность фотоионизации донора. Последнее обладает существенной долинной селективностью.

DOI: 10.31857/S1234567821210084

Введение. Специфическая зонная структура монослоев ДХПМ привлекла к этим объектам большое внимание и стала причиной их интенсивных экспериментальных и теоретических исследований [1–8]. Ряд интересных и необычных физических явлений возможен в этих двумерных полупроводниках. благодаря наличию двух неэквивалентных долин, в которых состояния электронов при одинаковой энергии имеют противоположные по знаку и равные по абсолютной величине средние моменты количества движения. Это приводит к так называемой долинной селективности оптического поглощения циркулярно поляризованного света [6]. С этим же связана собственная (intrinsic) намагниченность ДХПМ [6–8].

Представляется интересным проследить влияние упомянутой особенности зонной структуры на процессы электрон-примесного взаимодействия. В данной работе мы рассматриваем кулоновский примесный центр в монослое ДХПМ в рамках принятой для таких материалов модели с гамильтонианом [8]:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\Delta_c}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\Delta_v}{2} \end{bmatrix} + \gamma \boldsymbol{\sigma}_\tau \hat{\mathbf{p}}, \qquad (1)$$

где $\Delta_c = \Delta + 2\lambda_c\sigma\tau$, $\Delta_v = \Delta - 2\lambda_v\sigma\tau$, Δ – энергетическая щель, λ_c, λ_v – параметры спинового расщепления зоны проводимости (c) и валентной зоны (v), соответственно, γ – межзонная скорость (параметр материала), $\boldsymbol{\sigma}_\tau = (\tau\sigma_x, \sigma_y)$, $\boldsymbol{\sigma}$ – матрицы Паули, $\tau = \pm 1$ – долинный индекс, $\sigma = \pm 1$ – знак проекции спина, $\hat{\mathbf{p}}$ – оператор двумерного импульса. Присутствие кулоновского центра с потенциалом $U(r) = -\alpha/r$ ($\alpha > 0$ в случае притяжения) приводит нас к двумерному варианту задачи о релятивистском атоме водорода, но множитель τ перед σ_x в гамильтониане и асимметрия щели из-за $\Delta_c \neq \Delta_v$ вносят некоторые изменения в детали вычислений (ср. [9]). Двумерная задача о связанных состояниях на кулоновском центре и о резерфордовском рассеянии для дираковских электронов уже рассматривалась в литературе. Работа [10] содержит подробное изложение решения задачи о связанных состояниях двумерного атома водорода. В работах [11, 12] на примере графена исследуется поляризация вакуума безмассовых дираковских электронов и экранировка точечного заряда, в том числе при его сверхкритической величине. Рассеяние на кулоновском потенциале двумерных электронов с релятивистским законом дисперсии, помимо этих же работ [11, 12], рассматривалось в [13, 14]. В этих четырех статьях сечение представлено в виде ряда по угловым гармоникам, а в [14] авторы в области применимости теории возмущений в кулоновском поле приводят замкнутую формулу, содержащую релятивистские поправки порядка $(v/c)^2$ к результату шредингеровской теории. Кулоновский центр в графене со щелью исследован в [15].

Во всех перечисленных работах авторы ведут вычисления для гамильтониана, не учитывающего асимметрию щели и либо вообще не пишут долинный индекс τ, либо приводят результаты лишь для $\tau = 1$ (что по сути одно и тоже). Но в случае ДХПМ

[1)]e-mail: mahmood@isp.nsc.ru; chaplik@isp.nsc.ru

неэквивалентность долин в некоторых случаях приводит к реальным физическим следствиям, которые мы проследим в данной работе.

Волновые функции и спектр связанных состояний. Гамильтониан (1) приводит к системе уравнений для компонент ψ_1, ψ_2 спинорной волновой функции, которые из-за асимметрии щели ($\Delta_c \neq \neq \Delta_v$) лишь постоянными коэффициентами отличаются от хорошо известных уравнений трехмерной задачи (см., например, [9]). Их решения имеют вид ($\hbar = 1$):

$$\psi_1 = r^{x_j - \frac{1}{2}} e^{-\lambda r} \sqrt{\frac{\Delta_v}{2} + E}\ \frac{K_1 + K_2}{2i} e^{i(j - \frac{\tau}{2})\varphi}, \quad (2)$$
$$\psi_2 = \tau r^{x_j - \frac{1}{2}} e^{-\lambda r} \sqrt{\frac{\Delta_c}{2} - E}\ \frac{K_1 - K_2}{2} e^{i(j + \frac{\tau}{2})\varphi}.$$

Функции K_1 и K_2 определяются формулами

$$K_1 = AF\left(\frac{1-\tau}{2} + x_j - y, 1 + 2x_j; 2\lambda r\right),$$
$$K_2 = BF\left(\frac{1+\tau}{2} + x_j - y, 1 + 2x_j; 2\lambda r\right), \quad (3)$$

где $x_j = \sqrt{j^2 - \frac{\alpha^2}{\gamma^2}}$, $y = \frac{\alpha(\delta + 4E)}{4\gamma^2 \lambda}$, $\delta = \Delta_v - \Delta_c$.

Здесь r и φ – цилиндрические координаты, $j = = \pm 1/2, \pm 3/2 \ldots$, $\alpha = e^2/\varepsilon_{\text{eff}}$, где ε_{eff} – эффективная диэлектрическая постоянная, зависящая от конкретной структуры: монослой ДХПМ может лежать на диэлектрической подложке или находиться в структуре типа “сэндвича”.

Уровни энергии получаются из условия $x_j - y = = -n_r$, где $n_r = 0, 1, 2 \ldots$, и даются формулой

$$E(n_r, j) = -\frac{\delta}{4} +$$
$$+ \frac{\Delta_c + \Delta_v}{4} \left(1 + \frac{\alpha^2}{\gamma^2 \left(n_r + \sqrt{j^2 - \frac{\alpha^2}{\gamma^2}}\right)^2}\right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

Известное из 3D задачи ограничение на состояния с нулевым радиальным числом здесь несколько видоизменяется: при $n_r = 0$ должно быть $j\tau > 0$, т.е. $j > 0$ в долине $\tau = +1$ и $j < 0$ в другой долине. Ниже будет показано, что это оказывается существенным для оптических переходов из состояний $n_r = 0$.

Как видно из (4), энергия зависит только от $j^2 = = (m + \tau/2)^2$. Отсюда следует, что совпадают уровни с противоположными орбитальными моментами m лишь для разных долин $E_m^+ = E_m^-$, что отличает ДХПМ от обычных полупроводников, где выполняется $E_m = E_{-m}$. Далее, в разных долинах совпадают уровни с соседними значениями m: $E_m^+ = E_{m+1}^-$ и $E_m^- = E_{m-1}^+$, где верхний знак отвечает значению τ. Это вырождение вполне аналогично совпадению уровней $ns_{1/2}$ и $np_{1/2}$, $np_{3/2}$ и $nd_{3/2}$ и т.д. в тонкой структуре атома водорода, только здесь роль спина играет номер долины.

Известно, что формула типа (4) для дираковского электрона в поле заряда Z имеет смысл в своей точной форме при $Ze^2/\hbar c \sim 1$ и неприменима для $Z > 137$. В нашем случае роль скорости света играет параметр γ. Для соединения MoS_2 $\gamma = 5.6 \cdot 10^7$см/с, т.е. уже при единичном заряде донорного центра радикал в (4) становится мнимым для некоторых значений j. Описание таких состояний требует учета отклонения поля от кулоновского на малых расстояниях. Это хорошо известная проблема сверхтяжелых атомов в теории Дирака. Ее принципиальное решение дано в работе [16], а полный обзор проблемы с библиографией вопроса содержится в обзоре [17]. Показано, что при обрезании кулоновского потенциала на некотором радиусе R_0 исчезает корневая сингулярность в спектре энергий и уровень энергии $E(n_r, j)$, пройдя точку $j = \alpha/\gamma$, продолжает опускаться, пока не дойдет до границы нижнего континиума – в нашем случае это потолок валентной зоны. Результат, однако, теряет универсальность и существенно зависит от способа обрезки закона $1/r$, т.е. не только от радиуса R_0, но и от деталей поведения потенциала при $r < R_0$. В рассматриваемой нами задаче граница применимости кулоновского потенциала R_0 определяется не радиусом заряженного донора, а диэлектрическим экранированием. Оно является следствием различия диэлектрических постоянных (ДП) в трехслойной структуре: монослой ДХПМ (вклад его поляризуемости в изменение электростатического поля можно охарактеризовать некоторой эффективной толщиной и ДП ε [18]) и два окружающих монослой полупространства – ε_1 и ε_2. Область существенного отклонения потенциала от кулоновского становится важной при сильном диэлектрическом контрасте $\varepsilon \gg \varepsilon_1, \varepsilon_2$. Тогда фурье-образ потенциала имеет вид $4\pi e/(\varepsilon k^2 a + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)k)$, где a – толщина промежуточного слоя, а сам потенциал логарифмически зависит от расстояния (см. [19–21]). При малой толщине “a” первое слагаемое в знаменателе, ответственное за отклонение от закона Кулона, становится существенным, если расстояние $r \sim 1/k < a\varepsilon/(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = R_0$. ДП объемного MoS_2 порядка 10, $a \sim 5$ Å, поэтому для сэндвич-структуры $R_0 = 6$ Å, а для монослоя на подложке $R_0 = 10$ Å.

Радиус связанного состояния $\langle r_j \rangle$ при $n_r = 0$ для момента j, вычисленный с функциями (2), равен $|j|(2x_j + 1)\gamma^2/\alpha\Delta = 2.5|j|(2x_j + 1)$ Å для параметров MoS_2; при $\varepsilon_{\text{eff}} = 4$ (сэндвич) отношение α/γ равно 0.98, а в монослое на подложке – 1.56. Отсюда видно, что состояния с $j = 1/2$, $3/2$ не могут быть описаны кулоновскими решениями по двум причинам: сверхкритический "заряд ядра" и отклонение поля от кулоновского из-за диэлектрического экранирования. Применимость изложенного выше расчета при $n_r = 0$ начинается с $j = 5/2$ (с ростом n_r пороговое j уменьшается). Для графена на подложке SiC ($\varepsilon = 7$, $\gamma = 10^8$ см/с, $\Delta = 0.26$ эВ) имеем: R_0 практически такое же, как для MoS_2, $\langle r_j\rangle = 46|j|(2x_j+1)$ Å, $\alpha/\gamma = 0.55$, поэтому кулоновскими являются состояния, начиная с $j = 3/2$.

Резерфордовское рассеяние. В непрерывном спектре параметр λ становится чисто мнимым: $\lambda = -ip$, где $\gamma p = [(E-\Delta_c/2)(E+\Delta_v/2)]^{1/2}$, в волновой функции вклады K_1 и K_2 меняются местами при перемене знака τ. Поэтому связь констант A и B можно представить в виде (тильдой отмечены величины, относящиеся к непрерывному спектру):

$$\frac{A}{B} = \left[\frac{x_j - i\tilde{y}}{j\tau + i\tilde{z}}\right]^{\tau} = e^{-2i\theta_j}, \tag{5}$$

$$\tilde{y} = \frac{\alpha(\delta + 4E)}{4\gamma^2 p}, \quad \tilde{z} = \frac{\alpha(\Delta_c + \Delta_v)}{4\gamma^2 p}.$$

Падающая волна с единичным потоком вдоль оси x описывается спинором

$$\chi_0 = \frac{e^{ipx}}{\sqrt{2\gamma}} \begin{bmatrix} \left(\frac{E+\Delta_v/2}{E-\Delta_c/2}\right)^{1/4} \\ \tau\left(\frac{E-\Delta_c/2}{E+\Delta_v/2}\right)^{1/4} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Разлагая эту функцию по цилиндрическим волнам свободного движения и обычным образом исключая сходящиеся волны, найдем спинорную амплитуду рассеяния:

$$f(\varphi) = \begin{bmatrix} f_1(\varphi) \\ f_2(\varphi) \end{bmatrix} = \frac{e^{-i\pi/4}}{2\sqrt{\pi\gamma p}} \sum_j \left(e^{2i\Phi_j + i\pi j} - 1\right) \times$$
$$\times \begin{bmatrix} \left(\frac{E+\Delta_v/2}{E-\Delta_c/2}\right)^{1/4} e^{i(j-\frac{\tau}{2})\varphi} \\ \tau\left(\frac{E-\Delta_c/2}{E+\Delta_v/2}\right)^{1/4} e^{i(j+\frac{\tau}{2})\varphi} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Здесь фаза Φ_j определена соотношением:

$$e^{2i\Phi_j} = e^{-i\pi x_j + i\theta_j} \frac{\Gamma(1 + x_j - iy)}{\Gamma(1 + x_j + iy)}. \tag{8}$$

(Мы не выписываем в Φ_j кулоновский логарифм радиуса r, так как он сокращается в формуле для сечения).

Ток рассеянных частиц $\langle u_r\rangle$ находится как среднее значение радиальной компоненты оператора $\hat{u}_r = \gamma\boldsymbol{\sigma}_\tau\mathbf{n}_r = \gamma(\sigma_x\tau\cos\varphi + \sigma_y\sin\varphi)$. В билинейных комбинациях $f_1 f_2^*$ и $f_1^* f_2$, входящих в $\langle u_r\rangle$, исчезает зависимость от τ, так что рассеяние не обладает долинной селективностью. Полное сечение $\sigma_{\text{tot}} = \int\langle u_r\rangle r d\varphi$ расходится, как и "положено" при рассеянии на неэкранированном кулоновском центре. Однако транспортное сечение за счет множителя $(1 - \cos\varphi)$ оказывается конечным без учета экранирования – хорошо известное свойство двумерного резерфордовского рассеяния, описываемого обычным уравнением Шредингера. Для его нахождения, как и в 3D случае, исключаем вклад рассеяния вперед, т.е. опускаем единицу в скобках формулы (7). Интересуясь здесь только сечением, можно не производить обычную регуляризацию кулоновской фазы, вычитая из всех Φ_j некоторое Φ_{j0}, поскольку в сечение входят лишь разности фаз, из которых этот вклад вместе с кулоновским логарифмом выпадает. "Транспортный" множитель $(1-\cos\varphi)$ после интегрирования $\langle u_r\rangle$ по φ оставляет в двойной сумме по j и j' лишь 3 члена: $j = j'$, $j = j'-1$ и $j = j'+1$, причем третий вклад сводится ко второму сдвигом индекса суммирования. Окончательно получаем:

$$\sigma_{tr} = \frac{2}{p}\sum_j{}' \cos^2(\Phi_j - \Phi_{j+1}). \tag{9}$$

Разность $\Phi_j - \Phi_{j+1}$ при $j \to \infty$ асимптотически стремится (в зависимости от знака j) к $\pm\pi/2 + o(1/j^2)$. Таким образом, далекие члены суммы в (9) убывают как $1/j^4$, и ряд быстро сходится. Штрих у знака суммы означает, что в нее не включены вклады от моментов $j = \pm 1/2, \pm 3/2$. Как уже было сказано, эти состояния в ДХПМ не являются чисто кулоновскими, и их надо описывать с учетом "обрезания" закона Кулона на малых расстояниях. Очень близкая к данной нерелятивистская задача о резонансном рассеянии заряженных частиц рассмотрена в учебнике Ландау и Лифшица [14] (в рассматриваемом нами случае резонансного усиления рассеяния нет, так как отсутствует близкий к дну зоны проводимости уровень энергии в запрещенной зоне). В амплитуде рассеяния изменение потенциала в области $r < R_0 \sim 10^{-7}$ см приведет к изменению фаз для $j = \pm 1/2, \pm 3/2$. Вклад этих значений момента в сумму по j не может, очевидно, превышать 4, тогда как в наиболее актуальной области энергий, в которой мы провели численное суммирование (температура электронов не выше 0.1 эВ) сумма всего ряда значительно больше. Соответствующий график приведен на рис. 1. Зависимость транспортного сечения

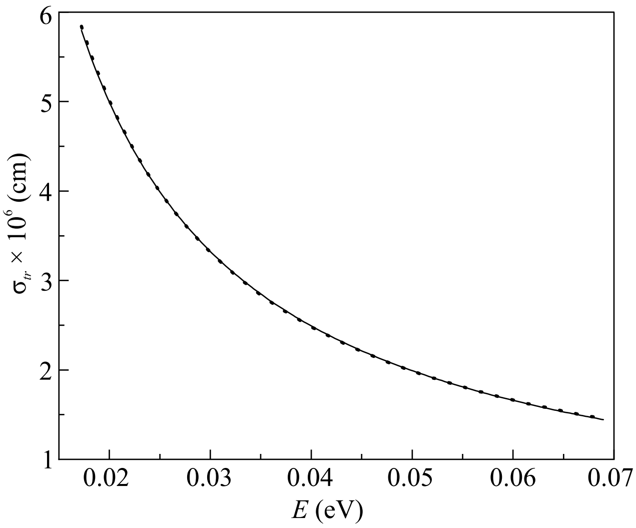

Рис. 1. Транспортное сечение рассеяния электрона на однократно заряженном центре для MoS_2 в сендвич-структуре; $\Delta_c = 1.66$ эВ, $\Delta_v = 1.36$ эВ, $\gamma = 5.6 \cdot 10^7$ см/с, $\epsilon_{\text{eff}} = 4$, E в электрон-вольтах. Степенная аппроксимация изображена сплошной линией, точки – численное суммирование ряда в (9)

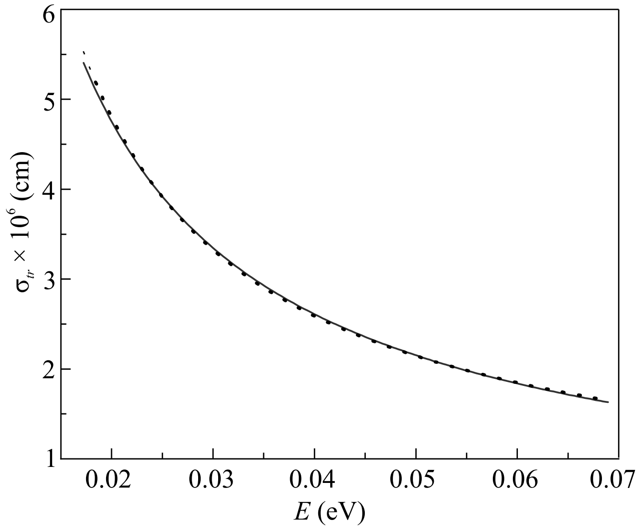

Рис. 2. Транспортное сечение рассеяния для графена на подложке SiC. Степенная аппроксимация изображена сплошной линией, точки – численное суммирование ряда в (9)

от энергии, отсчитанной от дна зоны проводимости хорошо спрямляется в логарифмических координатах и дает закон $9.88 \cdot 10^{-8}$ см$/E^{1.002}$, E в электрон-вольтах. Это очень близко соответствует точному результату нерелятивистского резерфордовского рассеяния в квазиклассическом пределе ($e^2/\epsilon_{\text{eff}} \hbar v \gg 1$): $\sigma_{tr} = \pi e^2/\epsilon_{\text{eff}} E$ (см. [13]). Такого совпадения и следовало ожидать, так как вблизи экстремумов зон закон дисперсии элементарных возбуждений в двухзонной модели совпадает с таковым для обычного гамильтониана уравнения Шредингера, а параметры Δ и γ таковы, что выполняется условие квазиклассичности в той же области энергий. В качестве другого примера мы рассчитали то же сечение для графена на подложке SiC ($\Delta = 0.26$ эВ, $\gamma = 10^8$ см/с, $\epsilon_{\text{eff}} = 4$ в случае структуры SiC – графен–вакуум (ϵ самой подложки равно 7). В этом случае состояния с моментами, не равными $\pm 1/2$, попадают в кулоновскую область, поэтому в сумме (9) вклад слагаемых $\pm 1/2$ заменен на единицу.

Расчет показал, что (как и ожидалось при существенно меньшей щели Δ) отличие от результата для сечения резерфордовского рассеяния в обычном полупроводнике становится вполне заметным: при степенной аппроксимации зависимости $\sigma_{tr}(E)$ показатель степени близок к 0.9: $\sigma_{tr} = 16.14 \cdot 10^{-8}$ см$/E^{0.865}$. Соответствующая кривая приведена на рис. 2.

Фотоионизация донора. Рассмотрим переходы примесь-зона под действием циркулярно поляризованного излучения. Оператор взаимодействия равен $H_{\text{int}} = \frac{e}{c} A_0 \gamma \boldsymbol{\kappa} \hat{\mathbf{v}} = \frac{e A_0 \gamma}{c\sqrt{2}} (\tau \sigma_x + i \xi \sigma_y)$, где A_0 – амплитуда вектор-потенциала световой волны, $\boldsymbol{\kappa} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{i\xi}{\sqrt{2}} \right)$ – вектор поляризации, $\xi = \pm 1$ для правой (левой) поляризации света. Фотоионизация циркулярно поляризованным излучением из состояния E_0, j в состояние E, j' подчиняется правилу отбора по числу j, которое определяется только угловой частью волновой функции и поэтому не зависит от деталей поведения аксиально симметричного потенциала. При любом τ имеем $j' = j + \xi$. Вероятность процесса W равна сумме двух вкладов:

$$\begin{gathered} W = W^+ + W^- = \\ = (1 + \xi\tau) \left(E + \frac{\Delta_v}{2} \right) \left(\frac{\Delta_c}{2} - E_{0j} \right) f(j + \tau) + \\ + (1 - \xi\tau) \left(E - \frac{\Delta_c}{2} \right) \left(E_{0j} + \frac{\Delta_v}{2} \right) f(j - \tau). \end{gathered} \tag{10}$$

Функция $f(j \pm \tau)$ есть результат интегрирования в матричном элементе перехода между состояниями дискретного и непрерывного спектров. Хотя интеграл этот берется в замкнутой форме, получающееся выражение очень громоздко. В уравнении (10) мы явно выделили множители, показывающие зависимость W от долинного индекса и от поляризации излучения, а также определяющие поведение вероятности ионизации вблизи порога процесса при $E \to \Delta_c/2$. Очевидна селективность сечения фотоионизации, причем ее энергетическая зависимость качественно отлична от аналогичной зависимости переходов зона–зона для свободных электронов в монослое ДХПМ. Как известно, в последнем случае селективность межзонных переходов определяется множителем (в симметричной модели $\Delta_c = \Delta_v = \Delta$) $(\Delta/2E - \xi\tau)^2$ и равна единице на самом пороге ионизации $\Delta/2$. В нашем случае отношение W^+/W^- при приближении к порогу ($p \to 0$) стремится к конечному пределу, зависящему от j и зонных параметров. Например, при ионизации с уровня $n_r = 0$, $j = 5/2$, который, как оценено выше, уже попадает в область применимости кулоновской модели, коэффициент селективности на пороге равен 0.843.

На рисунке 3 показан результат соответствующего численного расчета коэффициента селективности, который определяется отношением $Q = |(W^+ - W^-)/(W^+ + W^-)|$, где W^+, W^- – вероятности ионизации в долинах $+1$ и -1 соответственно.

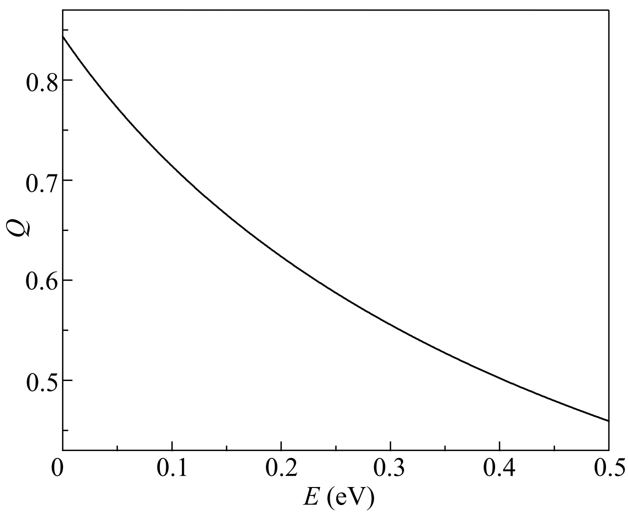

Рис. 3. Коэффициент селективности фотоионизации донора с уровня (0,5/2) в MoS_2 в сендвич-структуре ($\Delta_c = 1.66$ эВ, $\Delta_v = 1.36$ эВ, $\gamma = 5.6 \cdot 10^7$ см/с, $\epsilon_{\text{eff}} = 4$) как функция энергии электрона в конечном состоянии. Порог ионизации равен 0.06 эВ

Заключение. В работе выяснена специфика связанных состояний электрона на заряженном примесном центре в ДХПМ: при нулевом радиальном числе состояния с различными по знаку орбитальными числами "распределяются по долинам" в соответствии с правилом $j\tau > 0$. Величина энергии любого уровня не зависит от долинного индекса τ, однако зависимость спектра от τ присутствует в соотношениях, определяющих какие состояния оказываются вырожденными, а кратность вырождения вдвое больше, чем в однодолинных материалах. Транспортное сечение рассеяния на кулоновском центре конечно без учета экранирования и не обладает долинной селективностью, но амплитуда рассеяния явно содержит долинный индекс. Сечение фотоионизации донора, напротив, является долинно селективным для циркулярно поляризованного излучения. При приближении возбуждающей частоты к порогу ионизации коэффициент селективности стремится к конечному пределу, зависящему от j и зонных параметров.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант # 17-12-01039).

1. G. Sundaram and Q. Niu, Phys. Rev. B **59**, 14915 (1999).
2. D. Xiao, J. Shi, and Q. Niu, Phys. Rev. Lett. **95**, 137204 (2005).
3. T. Thonhauser, D. Ceresoli, D. Vanderbilt, and R. Resta, Phys. Rev. Lett. **95**, 137205 (2005).
4. D. Ceresoli, T. Thonhauser, D. Vanderbilt, and R. Resta, Phys. Rev. B **74**, 024408 (2006).
5. J. Shi, G. Vignale, D. Xiao, and Q. Niu, Phys. Rev. Lett. **99**, 197202 (2007).
6. T. Thonhauser, Int. J. Mod. Phys. B **25**(11), 1429 (2011).
7. Л. И. Магарилл, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **114**, 78 (2021).
8. D. Xiao, W. Yao, and Q. Niu, Phys. Rev. Lett. **99**, 236809 (2007).
9. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Теоретическая физика*, Наука, М. (1968), т. IV, ч. I, пп. 36.
10. S. H. Guo, X. L. Yang, F. T. Chan, K. W. Wong, and W. Y. Ching, Phys. Rev. A **43**, 1197 (1991).
11. A. V. Shytov, M. I. Katsnelson, and L. S. Levitov, Phys. Rev. Lett. **99**, 236801 (2007).
12. A. V. Shytov, M. I. Katsnelson, and L. S. Levitov, Phys. Rev. Lett. **99**, 246802 (2007).
13. D. S. Novikov, Phys. Rev. B **76**, 245435 (2007).
14. Q.-g. Lin, Phys. Lett. A **260**, 17 (1999).
15. В. М. Кулешов, В. Д. Мура, Н. Б. Нарожный, А. М. Федотова, Ю. Е. Лозовик, Письма в ЖЭТФ **101**, 282 (2015).
16. I. Pomeranchuk and Ya. Smorodinsky, J. Phys. USSR **9**, 97 (1945).
17. Я. Б. Зельдович, В. С. Попов, УФН **105**, 403 (1971).
18. М. В. Дурнев, М. М. Глазов, УФН **188**, 913 (2018).
19. Н. С. Рытова, Вестник МГУ, Сер. физ. **3**, 30 (1967).
20. А. В. Чаплик, М. В. Энтин, ЖЭТФ **61**, 2496 (1971).
21. Л. В. Келдыш, Письма в ЖЭТФ **29**, 716 (1979).