

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВКЛАДЫ НЕКОТОРЫХ ПЯТИПЕТЛЕВЫХ ДИАГРАММ В АНОМАЛЬНЫЙ МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ МЮОНА

А.Л.Катаев

*Институт ядерных исследований АН СССР
117312, Москва*

Поступила в редакцию 14 октября 1991 г.

Вычислены аналитические вклады в аномальный магнитный момент мюона двух классов пятипетлевых диаграмм, состоящих из 6 и 105 графов.

Одной из классических проблем квантовой электродинамики (КЭД) является вычисление поправок теории возмущений в аномальный магнитный момент мюона $(g - 2)_\mu$ с целью дальнейшего прецизионного сравнения теоретических результатов с экспериментальными данными. В последние годы, во многом благодаря титанической работе Киношиты, удалось получить численное выражение коэффициентов ряда теории возмущений для $(g - 2)_\mu$ в четырехпетлевом приближении КЭД¹. Из результатов работы¹ следует, что в четырехпетлевом приближении выражение для разности вкладов в аномальные магнитные моменты мюона и электрона имеют следующий численный вид:

$$\frac{1}{2}(g_\mu - g_e) = 1,0942596(\alpha/\pi)^2 + 22,8671(33)(\alpha/\pi)^3 + 126,92(41)(\alpha/\pi)^4 + O(m_e/m_\mu). \quad (1)$$

Заметим, что четырехпетлевой коэффициент в (1), включающий в себя значительные по величине члены порядка $\ln^i(m_\mu/m_e)$, где $i = 1, 2, 3$, оказался большим. В связи с этим на повестку дня встала проблема оценки величины различных вкладов в пятипетлевой член r_5 ряда (1). Первый шаг в этом направлении был сделан авторами работы¹, которыми была получена следующая оценка

$$r_5 = 570(140)(\alpha/\pi)^5. \quad (2)$$

Эта оценка в основном опирается на проведенные в¹ вычисления некоторых пятипетлевых диаграмм, содержащих подграфы с рассеянием света на свете. Как известно, подобные диаграммы впервые появляются в выражении для $(g - 2)_\mu$ на трехпетлевом уровне и дают доминирующий вклад в соответствующие поправки^{2-4,1}. Заметим, что сумма диаграмм аналогичной структуры также дает доминирующий схемно-независимый вклад в четырехпетлевые коэффициенты ренормгрупповой β -функции КЭД в различных схемах перенормировки^{5,6}.

В настоящей статье мы находим аналитические вклады в $(g - 2)_\mu$ изображенной на рис.1 суммы 6 пятипетлевых диаграмм с двумя подграфами рассеяния света на свете, на необходимость вычисления которых было указано в¹.

Учитывая свойство независимости от схемы перенормировки четырехпетлевых вкладов в β -функцию КЭД суммы диаграмм, содержащих подграфы рассеяния света на свете, можно записать соответствующее ей перенормированное выражение для фотонного поляризационного оператора $\Pi(-q^2)$ в схеме вычитания на массовой оболочке:

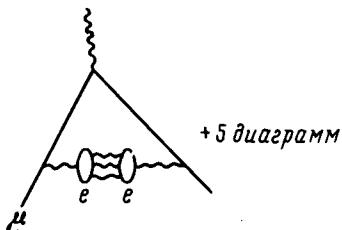


Рис.1

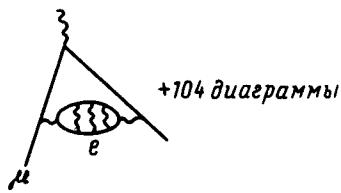


Рис.2

Рис. 1. Класс диаграмм, образующихся в результате перестановок 3 фотонных линий, соединяющих 2 электронные петли

Рис.2. Класс диаграмм, образующихся в результате перестановок 3 фотонных линий внутри электронной петли

$$\Pi(-q^2/m_e^2) = [a_4 + b_4 \ln(-q^2/m_e^2)](\alpha/\pi)^4, \quad (3)$$

с неизвестным постоянным членом a_4 . Коэффициент b_4 определяется из полученных в ⁵ результатов для соответствующих вкладов в четырехпетлевые коэффициенты β -функции КЭД и имеет следующий вид:

$$b_4 = -\left(\frac{11}{36} - \frac{2}{3}\zeta(3)\right). \quad (4)$$

Используя теперь методы работы ⁷ можно получить аналитическую связь соответствующего пятипетлевого коэффициента асимптотического выражения для $(g-2)_\mu$ с коэффициентами, определенными в (3):

$$\frac{1}{2}(g-2)_\mu = (-a_4 I_0 - b_4 I_1 - 2b_4 I_0 \ln(m_\mu/m_e) + O(m_e/m_\mu))(\alpha/\pi)^5, \quad (5)$$

где коэффициенты $I_0 = 1/2$ и $I_1 = -5/4$ были найдены в ⁷. Подставляя (4) в (5) получаем

$$\frac{1}{2}(g-2)_\mu = \left(-\frac{a_4}{2} - \left(\frac{55}{144} - \frac{5}{6}\zeta(3)\right) + \left(\frac{11}{36} - \frac{2}{3}\zeta(3)\right) \ln(m_\mu/m_e) + O(m_e/m_\mu)\right)(\alpha/\pi)^5. \quad (6)$$

С учетом табличного численного значения отношения масс лептонов $m_\mu/m_e = 206,768262(30)$ ⁸ имеем

$$\frac{1}{2}(g-2)_\mu = \left(-\frac{a_4}{2} - 2,0237 + O(m_e/m_\mu)\right)(\alpha/\pi)^5. \quad (7)$$

Получим аналогичным образом выражение для части пятипетлевого коэффициента $(g-2)_\mu$ соответствующей изображеному на рис.2 классу диаграмм. Этот класс состоит из 105 диаграмм и содержит в качестве подграфа сумму четырехпетлевых диаграмм для фотонного поляризационного оператора Π с одной фермионной петлей. Можно показать, что сумма таких диаграмм расходится лишь тривиальным образом. Поэтому, ее вклад в перенормированное на массовой оболочке выражение для $\Pi(-q^2)$ содержит лишь младший $\ln(-q^2/m_e^2)$ -член (см. (3)). Определим коэффициент этого члена из соответствующего независящего от схемы перенормировки вклада в четырехпетлевые коэффициенты β -функции КЭД ^{5,6}. Он имеет следующий вид:

$$b_4 = \frac{23}{128}. \quad (8)$$

Используя теперь соотношение (5) получаем выражение для интересующей нас части пятипетлевой поправки к $(g - 2)_\mu$:

$$\frac{1}{2}(g - 2)_\mu = \left(-\frac{a_4}{2} + \frac{115}{512} - \frac{23}{128} \ln(m_\mu/m_e) + O(m_e/m_\mu) \right) (\alpha/\pi)^5, \quad (9)$$

которая с учетом численного значения m_μ/m_e равна

$$\frac{1}{2}(g - 2)_\mu = \left(-\frac{a_4}{2} - 0,7334 + O(m_e/m_\mu) \right) (\alpha/\pi)^5. \quad (10)$$

Заметим, что неизвестный константный член a_4 в выражениях (9), (10), вообще говоря, отличается от аналогичной величины в выражениях (6), (7). Трудно ожидать, что вычисления коэффициентов a_4 в (6) и (9) могут существенно изменить оценки (7) и (10).

Таким образом, численное вычисление рассмотренных двух классов диаграмм не будет менять оценку (2) суммарного вклада десятого порядка КЭД в $(g_\mu - g_e)$. Уточнение этой оценки может быть проведено, во-первых, в результате планируемого Киношитой численного вычисления ряда пока еще невычисленных пятипетлевых диаграмм, во-вторых, путем детального изучения вкладов других пятипетлевых диаграмм, содержащих подграфы рассеяния света на свете и, в-третьих, благодаря аналитическому вычислению асимптотических выражений для ряда пятипетлевых диаграмм с привлечением методов работы ⁷. Мы надеемся вернуться к рассмотрению некоторых из этих вопросов в дальнейшем.

В заключение автор выражает свою благодарность Т.Киношите за многочисленные обсуждения проблем прецизионных вычислений в КЭД, состоявшихся во время визита в Корнельский Университет.

1. Kinoshita T., Nizic B., Okamoto Y., Phys. Rev. D, 1990, **41**, 593.
2. Aldins J., Brodsky S., Dufner A., Kinoshita T., Phys. Rev. D, 1970, **1**, 2378; Chang C.T., Levine M.J., 1973, unpublished; Calmet J., Peterman A., Phys. Lett. B, 1975, **58**, 449; Kinoshita T., Nizic B., Okamoto Y., Phys. Rev. Lett., 1984, **52**, 717.
3. Brodsky S., Kinoshita T., 1974, unpublished; Lautrup B.E., Samuel M.A., Phys. Lett. B, 1977, **72**, 114; Елховский А.С., ЯФ, 1989, **49**, 1059; Курاء Э.А., Силагадзе З.К., Чешель А.А., Шиллер А., ЯФ, 1989, **50**, 422.
4. Kinoshita T., Phys. Rev. D, 1989, **40**, 1323.
5. Gorishny S.G., Kataev A.L., Larin S.A., Surguladze L.R., Phys. Lett. B, 1991, **256**, 241.
6. Gorishny S.G., Kataev A.L., Larin S.A., Preprint Univ. Michigan UM-TH-91-10(1991); Phys. Lett. B, in press.
7. Lautrup B., de Rafael E., Nucl. Phys. B, 1974, **70**, 317.
8. Cohen R., Taylor B.N., Rev. Mod. Phys., 1987, **59**, 1121.