Письма в ЖЭТФ, том 54, вып. 11, стр. 608 — 610 10 декабря 1991 г.

СВОБОДНАЯ ЭНЕРГИЯ НЕКРИТИЧЕСКОЙ СУПЕРСТРУНЫ

С.Д.Одинцов

Томский государственный педагогический институт
634041, Томск

Поступила в редакцию 30 сентября 1991 г.

Получена свободная энергия (в модулярно-инвариантной форме) для некритической суперструны при ненулевой температуре. Определена температура Хагедорна.

Исследование теории суперструн при ненулевой температуре привлекает значительный интерес [1–6] (для обзора струн при ненулевой температуре см. [1]). Представляется, что суперструны при ненулевой температуре должны найти приложения при описании раннней Вселенной.

Основное внимание в работах [1–6] уделялось исследованию свободной энергии, а также существованию и интерпретации температуры Хагедорна. Как было показано в работе Рома [2] и статьях [4–6] суперструнная свободная энергия может быть представлена в модулярно-инвариантной форме. Как известно, модулярная инвариантность ($SL(2,Z)$-инвариантность) чрезвычайно важна в теории струн, поскольку ее отсутствие нарушало бы последовательность теории струн (аномалии) и калибровочную инвариантность. Заметим, что $SL(2,Z)$-инвариантность возникает и в теории поля [7].

Недавно [8] была предложена интересная модель некритической бозонной струны, основанная на действии двумерной квантовой гравитации вида [8,9]

$$\int d^2x\sqrt{g}\Phi(R+\Lambda)+S_m, \tag{1}$$

где Φ - скаляр, R, Λ - двумерные кривизна и космологическая постоянная, S_m - действие σ-модельного типа для d двумерных скаляров. Свободная энергия и температура Хагедорна для модели [8] при ненулевой температуре была найдена в [11] (см. также [12]) для произвольного рода.

В настоящей работе мы находим однопетлевую свободную энергию для модели некритической суперструны [10], являющейся суперсимметричным обобщением теории [8].

Действие имеет следующий вид в суперполевой формулировке [10]:

$$S=\frac{i}{2\pi}\int d^2zE\Phi(R_{+-}+K)+\frac{1}{4\pi}\int d^2zED_-X^iD_+X^i, \tag{2}$$

где элемент суперобъема $d^2zE=d^2xd\theta d\bar{\theta}\mathrm{sdet}E_M^A$, Φ - дилатонное суперполе, K - константа, R_{+-} - суперкривизна, $i=1,...,d$.

Введение скалярного суперполя Φ в (2) ограничивает суперкривизну к конечному значению; в [10] была вычислена статсумма во всех родах и показано, что ограничений, ведущих к критической размерности десять в стандартных суперструнных моделях, в теории с действием (2) не возникает. Следовательно, теория с действием (2) - это теория некритической суперструны, последовательной при произвольной d.

Перейдем теперь к вычислению свободной энергии в теории (2) при ненулевой температуре. Используем компонентную формулировку теории (2), данную в [10], ее частичный спектр [10] и следующую формулу для вычисления свободной энергии [4] (см. также [5] и статью Рома [2]) в d-измерениях:

$$F(\beta) = V^{d-1} \int_{-1/2}^{1/2} d\tau_1 \int_{(1-\tau_1^2)^{1/2}}^{\infty} \frac{d\tau_2}{\tau_2}(4\pi\tau_2)^{-d/2}\{E_p(P_B - P_F)+$$

$$+E_m(P_B + P_F) + O_p(P_B + P_F)(-\frac{1}{\tau} + O_m(P_m + P_F)[-\frac{1}{\tau+1}]\}, \qquad (3)$$

где V^{d-1} – $d-1$-мерный объем, β - обратная температура, $E_p = \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \exp(-\pi\beta^2|2n\tau + 2m|^2/\tau_2)$, $E_m = \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \exp(\frac{-\pi\beta^2|2n\tau+2m+1|^2}{\tau_2})$, $O_p = \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \exp(-\pi\beta^2|(2n+1)\tau + 2m|^2/\tau_2)$, $O_m = \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \exp(-\pi\beta^2|(2n+1)\tau + 2m + 1|^2/\tau_2)$, $P_B = \mathrm{tr}\{e^{-M^2\tau_2}\frac{[1+(-1)^F]}{2}\}$, $P_F = \mathrm{tr}\{e^{-M^2\tau_2}\frac{[1-(-1)^F]}{2}\}$ - бозонный и фермионный проекторы, соответственно, M^2 - массовый оператор. Заметим, что формула (3) ведет к модулярно-инвариантному выражению для свободной энергии.

Тогда, после несложных, довольно стандартных вычислений получим:

$$F(\beta) = \mathrm{const} \int_{-1/2}^{1/2} d\tau_1 \int_{(1-\tau_1^2)^{1/2}}^{\infty} \frac{d\tau_2}{\tau_2^2}(4\pi\tau_2)^{-d/2}|\theta_1'(0|\tau)|^{-d}\{|\theta_2|^d E_m + |\theta_4|^d O_p + |\theta_3|^d O_m\}. \qquad (4)$$

Здесь $\theta_i(0|\tau)$ – θ_i-функции Якоби; выражение (4) для свободной энергии модулярно-инвариантно, а при $d = 8$ ведет к стандартному выражению для критической суперструны [2–5]. Нетрудно проверить, что подинтегральное выражение в [4] ведет к следующей температуре Хагедорна:

$$\beta_c = \pi\sqrt{d\alpha'}, \qquad (5)$$

где восстановлена зависимость от α'.

Особенно простой вид выражения (4) приобретает при $d = 0$:

$$F(\beta) = \mathrm{const} \int_{-1/2}^{1/2} d\tau_1 \int_{(1-\tau_1^2)^{1/2}}^{\infty} \frac{d\tau_2}{\tau_2^2}(E_m + O_p + O_m). \qquad (6)$$

Как следует из соотношений (5), (6) при $d = 0$, $\beta_c = 0$; (В этом случае интеграл (6) может быть вычислен явно ср. с [11,13]). Следовательно, при $d = 0$ (двумерная супергравитация) температура Хагедорна в теории не возникает. Точно такой же результат уже получался в двумерной гравитации [11,13].

Таким образом мы получили модулярно-инвариантную однопетлевую свободную энергию и температуру Хагедорна для некритической суперструны. Было бы интересно обсудить возможные космологические приложения. К сожалению, этому мешает тот факт, что аналог уравнений Эйнштейна для суперструн пока не построен.

---

1. Одинцов С.Д., Лихтциер И.И., Изв. ВУЗОВ. Физика, 1991, No 12.

2. Rohm R., Nucl. Phys. B, 1984, 237, 553; Bowick M.J., Wijeward-hana L.C.R., Phys. Rev. Lett., 1985, 54, 2485; Kikkawa K., Yamasaki M., Phys. Lett. B, 1984, 149, 357; Brandenberger R., Vafa C., Nucl. Phys. B, 1989, 316, 391; Atick J.J., Witten E., Nucl. Phys. B, 1988, 310, 291; Одинцов С.Д., ЯФ, 1989, 50, 249; Europhys. Lett., 1989, 8, 207; Bowick M., Giddins S.B., Nucl. Phys. B, 1989, 325, 631.
3. Alvarez E., Osorio M.A.R., Phys. Rev. D, 1987, 36, 1175.
4. McGuigain M., Phys. Rev. D, 1988, 38, 552.
5. Лихтциер И.М., Одинцов С.Д., ЯФ, 1990, 51, 1473.
6. Alvarez E., Osorio M.A.R., Nucl. Phys. B, 1988, 304, 327.
7. Odinsov S.D., Phys. Lett. B, 1990, 252, 573; ЯФ, 1991, 53, 848.
8. Chamseddine A.H., Phys. Lett. B, 1991, 256, 379.
9. Jackiw R., Quantum Theory of Gravity, Hilger, Bristol, 1984, p.403; Teitelboim C., ibid.
10. Chamseddine A.H., Phys. Lett. B, 1991, 258, 97; Preprint ZU-TH-13/1991, Zurich.
11. Lichtzier I.M., Odintsov S.D., Mod. Phys. Lett. A, 1991, 6, 1953.
12. Odintsov S.D., Phys. Lett. B, 1990, 327, 63; Лихтциер И.М., Одинцов С.Д., ЯФ, 1991, 53, 313.
13. Sakai N., Tanii Y., Int. J. Mod. Phys. A, 1991, 6, 2743.