Письма в ЖЭТФ, том 115, вып. 7, с. 431 – 436 © 2022 г. 10 апреля

Генерация оптических гармоник при взаимодействии высокоинтенсивного (до 10^{14} Вт/см^2) фемтосекундного лазерного излучения среднего ИК диапазона лазерной системы на кристалле Fe:ZnSe с плотной ламинарной газовой струей

Б. В. Румянцев[+1)], *К. Е. Михеев*[+], *А. В. Пушкин*[+], *Е. А. Мигаль*[+], *С. Ю. Стремоухов*[+*], *Ф. В. Потемкин*[+]

[+]*Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

[*]*Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 7 марта 2022 г.
После переработки 9 марта 2022 г.
Принята к публикации 9 марта 2022 г.

В рамках данной работы реализована генерация гармоник низкого порядка (5-я, 7-я и 9-я) при взаимодействии высокоинтенсивного ($I \sim 10^{14}$ Вт/см^2) излучения среднего ИК диапазона фемтосекундной лазерной системы на кристалле Fe:ZnSe (длина волны 4.55 мкм, длительность импульса 160 фс (FWHM по интенсивности), энергия импульса до 3.5 мДж) с аргоновой струей (давление струи до 10 бар) в режиме туннельной ионизации ($\gamma = 0.2$). Максимальная эффективность генерации гармоник по энергии составила $2\cdot10^{-7}$ (5-я гармоника), $6\cdot10^{-9}$ (7-я гармоника) и $3\cdot10^{-10}$ (9-я гармоника). Установлено, что при увеличении давления газовой струи нелинейные эффекты распространения генерирующего излучения начинают оказывать существенное влияние на процесс генерации.

DOI: 10.31857/S1234567822070059

Введение. Явление генерации гармоник низкого и высокого порядков в настоящее время является объектом активных научных исследований. Впервые регистрация излучения, имеющего спектр в виде множества отдельных нечетных гармоник генерирующего излучения, была осуществлена в 1987 г. исследователями из Франции и США при фокусировке пикосекундных лазерных импульсов в объем кюветы, заполненной газом [1, 2]. Развитие данных исследований продолжилось с использованием лазеров фемтосекундного уровня длительности, что позволило повысить энергию генерируемого излучения и расширить диапазон генерируемых гармоник в сторону больших энергий фотонов [3], а также реализовать генерацию в режиме малопериодного лазерного воздействия на среду [4]. Развитие экспериментальных методов генерации гармоник и теоретических подходов к описанию данного процесса [5, 6] привело к фундаментальному пониманию процесса генерации гармоник как комплексного эффекта, описание которого требует использования законов квантовой механики, лазерной физики и нелинейной оптики [7].

В настоящее время исследования в области генерации гармоник высокого и низкого порядков направлены на повышение энергии и средней мощности генерируемого излучения [8], продвижение в сторону рентгеновской части спектра [9], эффективное формирование когерентных аттосекундных импульсов [10, 11], пригодных для исследований динамики атомарных систем на аттосекундных масштабах времени [12, 13], а также на развитие методов управления поляризационными свойствами генерируемого излучения [14]. К настоящему времени генерация гармоник исследовалась как в газовых и плазменных средах [15], так и в заполненных газом капиллярах [16], в объеме [17] и на поверхности твердотельных мишеней [18, 19]. Несмотря на перспективность данных методов, наиболее экспериментально простым способом является генерация гармоник в газовых средах – в том числе благодаря возможности тонкой подстройки геометрических и оптических параметров газовой струи для оптимизации параметров генерируемого излучения.

Генерация коротковолнового излучения в вакуумной ультрафиолетовой и рентгеновской частях спектра за счет явления генерации гармоник высокого порядка открывает возможности для создания компактных источников когерентного излучения в указанных спектральных диапазонах [20]. При этом, как показывают экспериментальные и теоретические исследования, коротковолновая граница генерируемого спектра гармоник подчиняется закону $\omega_{\max} \sim I\lambda^2$

[1)]e-mail: rumjancev.bv15@physics.msu.ru

[5], где I – интенсивность генерирующего излучения, λ – его длина волны. За счет этого открываются два пути для расширения спектра генерируемых гармоник – увеличение интенсивности генерирующего излучения и увеличение его длины волны. При этом увеличение интенсивности приводит к ионизации среды и росту деструктивного вклада свободных электронов, приводящего к нарушению условий фазового синхронизма, что отрицательно сказывается на энергетическом выходе генерируемых гармоник. Таким образом, наиболее естественным способом расширения спектра генерируемых гармоник является увеличение длины волны генерирующего излучения.

Увеличение длины волны генерирующего излучения приводит к уменьшению эффективности фотоэмиссионного отклика одиночного атома за счет расплывания электронного волнового пакета на стадии свободного движения, что приводит к падению энергетического отклика в заданном спектральном интервале пропорционально $1/\lambda^x$, где показатель степени, как показывают теоретические и экспериментальные результаты, принимает значения в диапазоне $x = 5 - 6.5$ [21]. При этом для сохранения энергии генерируемых гармоник при увеличении длины волны λ требуется увеличивать количество атомов, участвующих в генерации, что может быть достигнуто за счет увеличения давления газовой струи и соответствующего изменения условий фазового синхронизма. Одним из способов компенсации увеличения длины волны генерирующего излучения может выступать использование в качестве среды для генерации плотной (на уровне десятков бар) газовой смеси атомарного и молекулярного газов, в которой атомарный газ обеспечивает высокую нелинейность, в то время как молекулярный газ позволяет управлять условиями фазового синхронизма за счет изменения его парциального давления [22].

К настоящему моменту существуют работы, в которых для генерации гармоник используются как источники ближнего (800 нм) [23], так и среднего (3.9 мкм) [24, 25] ИК диапазонов. В данной работе в качестве источника для генерации гармоник впервые используется уникальная фемтосекундная лазерная система на кристалле Fe:ZnSe [26], генерирующая излучение на длине волны 4.55 мкм – в более длинноволновом диапазоне, чем системы, использовавшиеся к настоящему моменту в экспериментах по генерации гармоник.

В рамках данной работы были зарегистрированы гармоники низкого порядка (5-я, 7-я и 9-я) и проведено исследование зависимости энергии генерируемых гармоник от давления газовой струи в диапазоне 0.25–10 бар. Измеренные экспериментальные зависимости были соотнесены с теоретическими расчетами, выполненными с использованием непертурбативного теоретического подхода к описанию излучения одиночного атома [27] и интерференционной модели, позволяющей рассчитывать отклик протяженной среды с учетом откликов ансамблей атомов, рассчитанных на квантово-механическом уровне [28]. Проведенное сравнение экспериментальных и теоретических результатов показало, что при увеличении давления газовой струи существенную роль в процессе генерации гармоник начинают играть эффекты нелинейного распространения лазерного излучения, проявление которых было зарегистрировано в рамках проведенного эксперимента.

Экспериментальная установка. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. В качестве источника излучения используется фемтосекундная лазерная система на кристалле Fe:ZnSe [26] (длина волны 4.55 мкм, энергия до 3.5 мДж, длительность импульса 160 фс (FWHM по интенсивности)). Лазерное излучение системы на кристалле Fe:ZnSe фокусируется линзой $f = 150$ мм внутрь иглы (внутренний диаметр 1 мм), через которую пропускается аргон (чистота 6.0). Игла установлена в камере, откачиваемой до давления 10^{-2} Торр (Ebara EV-SA20, 1760 л/мин). В игле друг напротив друга проделаны два отверстия (входное – 400 мкм в диаметре, выходное – 160 мкм), через которые проходит лазерное излучение (диаметр перетяжки по уровню $1/e^2$ интенсивности равен 144 ± 17 мкм, соответствующая вакуумная длина Рэлея 3.58 мм) и выходит излучение генерируемых гармоник. Торцевое отверстие в игле заделано. Энергия генерирующего импульса в перетяжке достигает 1.57 мДж, что соответствует вакуумной интенсивности в перетяжке лазерного излучения $1.13 \cdot 10^{14}$ Вт/см^2. Излучение гармоник после камеры взаимодействия собирается коллиматором в волокно, подсоединенное к спектрометру Ocean Optics QE Pro с диапазоном регистрации 200–1000 нм. Давление аргона регулируется посредством газового редуктора, установленного в тракте газа на пути к игле.

Результаты и обсуждение. В рамках проведенного эксперимента были получены спектры излучения гармоник для набора давлений газовой струи (рис. 2). Максимальная эффективность генерации гармоник по энергии составила $2 \cdot 10^{-7}$ (5-я гармоника), $6 \cdot 10^{-9}$ (7-я гармоника) и $3 \cdot 10^{-10}$ (9-я гармоника). Далее в работе обсуждаются зависимости для 5-й и 7-й гармоник, поскольку 9-я гармоника реги-

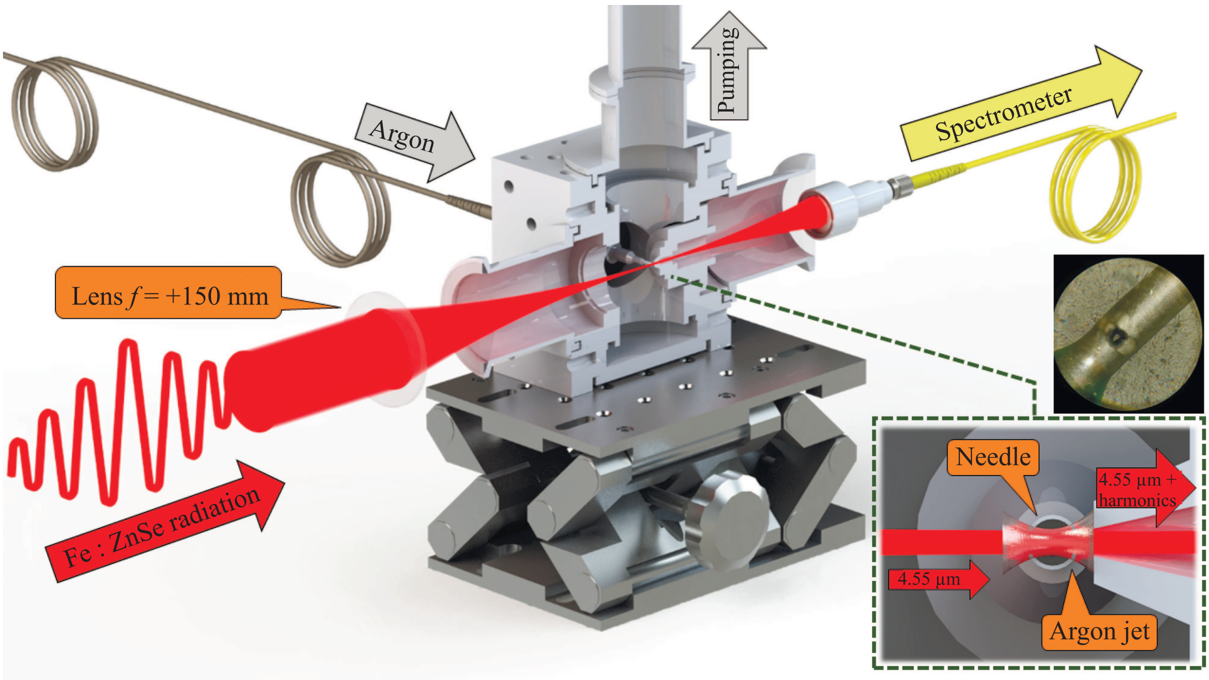

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной установки. Камера взаимодействия показана в разрезе. На вставке показана фотография отверстия в игле

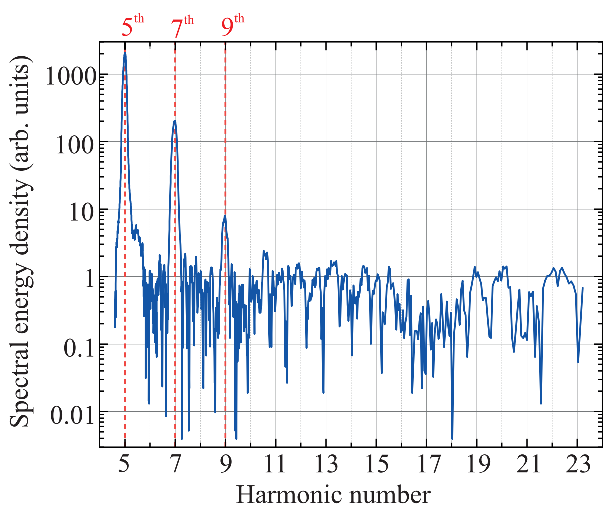

Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектр гармоник при интенсивности $1.13 \cdot 10^{14}$ Вт/см^2 на струе газа, давлении струи 10 бар. Отчетливо видны 5-я, 7-я и 9-я гармоники

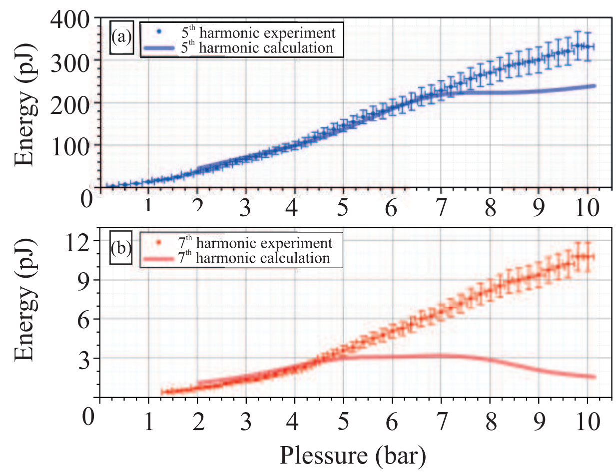

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости энергий 5-й (a) и 7-й (b) гармоник от давления газовой струи – экспериментальные (точки с погрешностями) и расчетные (линии) результаты

стрировалась только при максимальном давлении в 10 бар.

Для экспериментального определения энергии каждой гармоники производилась калибровка спектра по энергии с учетом измеренного спектрального отклика системы регистрации и калибровочного значения энергии. Энергия каждой гармоники вычислялась как интеграл спектра в окрестности спектрального пика гармоники. На рисунке 3 представлены экспериментальные зависимости энергий 5-й и 7-й гармоник от давления газовой струи. Физические механизмы, определяющие вид экспериментальных зависимостей на рис. 3, могут быть качественно описаны на основе пертурбативного приближения и эффектов фазового синхронизма. Справедливость пертурбативного приближения обусловлена малостью энергий генерируемых фотонов ($\hbar\omega_5 = 1.36$ эВ, $\hbar\omega_7 = 1.91$ эВ) по сравнению с потенциалом ионизации атома аргона ($I_p^{Ar} = 15.76$ эВ). В соответствии с [29], зависимость энергии q-й гармоники от давления может быть выражена как

$$E_q \sim |p \cdot F(p)|^2, \tag{1}$$

где $p \sim N$ – давление среды, N – объемная плотность атомов среды, $F(p) = \int_{-L/2}^{L/2} dz' \cdot \left(1 + i\frac{2z'}{b(p)}\right)^{1-q} \times e^{-i\cdot\Delta k_q(p,z')\cdot z'}$ – интеграл фазового синхронизма, L – длина нелинейной среды, $b(p) = 2z_R(p)$ – конфокальный параметр генерирующего пучка, $z_R(p)$ – его длина Рэлея, $\Delta k_q(p,z)$ – расстройка волновых векторов между генерирующей волной и ее q-й гармоникой. Учитывая материальную дисперсию среды [30] и генерируемой плазмы [31], а также фазу Гюи [21], расстройка волновых векторов может быть выражена как

$$\Delta k_q(p,z) = \frac{2\pi q}{\lambda_1}\frac{p}{p_0}(n_q - n_1)(1-\eta) - \\ - q\frac{\lambda_1}{\pi a^2(p,z)} - q\frac{p}{p_0}\eta n_a r_e \lambda_1, \tag{2}$$

где λ_1 – длина волны генерирующего излучения, p – давление газовой струи, p_0 – атмосферное давление (1 атм), $n_q - n_1$ – разница показателей преломления q-й гармоники и основного излучения при давлении 1 атм, η – степень ионизации, $a^2(p,z)$ – квадрат радиуса гауссова пучка основного излучения по уровню $1/e$ по полю, n_a – концентрация атомов газовой струи, r_e – классический радиус электрона.

В соответствии с приведенными выражениями, при малых давлениях квадратичный рост энергии гармоник $E_q \sim p^2$ обеспечивается ростом концентрации элементарных излучателей (атомов среды), при этом влияние фазовой расстройки Δk_q и, как следствие, интеграла фазового синхронизма $F(p)$ мало – см. выражение (1). При увеличении давления газовой струи влияние фазовой расстройки Δk_q становится сравнимым с влиянием роста количества атомов среды, что приводит к отклонению от зависимости $E_q \sim p^2$.

Для более детального и последовательного описания экспериментально измеренных зависимостей была использована модель, в рамках которой для описания микроскопического отклика среды используется непертурбативный теоретический подход к описанию излучения одиночного атома [27], а для описания макроскопического отклика среды используется интерференционная модель [28]. В рамках модели учтено изменение параметров лазерного поля при распространении в газе за счет дисперсии и фокусировки линзой, учтены изменение интенсивности лазерного излучения по перетяжке и фаза Гюи. Влияние свободных электронов учитывается в соответствии с классической теорией Лоренца. При этом в модели не учитывается поглощение генерируемого излучения. Результаты расчетов в соответствии с данной моделью представлены на рис. 3. Расчетная зависимость совпадает с экспериментальной в области малых давлений – до 7 бар для 5-й гармоники и до 5 бар для 7-й гармоники, при этом в области больших давлений наблюдается отклонение расчетных зависимостей от экспериментальных. Данное отличие может объясняться влиянием не учтенных в рамках проведенных расчетов нелинейных эффектов распространения генерирующего излучения в газовой среде, которые приводят к изменению пространственно-временной структуры поля генерирующего лазерного импульса. При малых давлениях газовой струи влияние данных эффектов на генерирующий импульс мало вследствие малой концентрации атомов среды, что объясняет совпадение расчетных зависимостей с экспериментальными в области малых давлений. При переходе к большим давлениям концентрация атомов среды увеличивается, что приводит к усилению влияния эффектов нелинейного распространения на генерирующий импульс, в связи с чем наблюдается отклонение расчетных зависимостей от экспериментальных.

Подтверждением данной гипотезы служит зарегистрированное в эксперименте влияние фазовой самомодуляции (ФСМ) на спектр генерируемых гармоник. Так, при изменении давления газовой струи в эксперименте наблюдалось изменение спектральной ширины генерируемых гармоник. Измеренные зависимости спектральной ширины гармоник от давления газа представлены на рис. 4.

Таблица 1. Параметры аппроксимации зависимостей на рис. 4

Уравнение	$y = a + b \cdot x$	
Зависимость	5-я гармоника	7-я гармоника
a	12.595 ± 0.035	8.459 ± 0.049
b	6.942 ± 0.060	4.854 ± 0.079
R^2	0.997	0.989

На проявление эффекта ФСМ указывает линейность зависимостей на рис. 4. Так, при ФСМ на нелинейности третьего порядка $\chi^{(3)}$ уширение спектра может быть выражено как [32]

$$\Delta\omega(t) = -k \cdot n_2 \cdot \int_0^L \frac{\partial I(t,z')}{\partial t} \cdot dz' \tag{3}$$

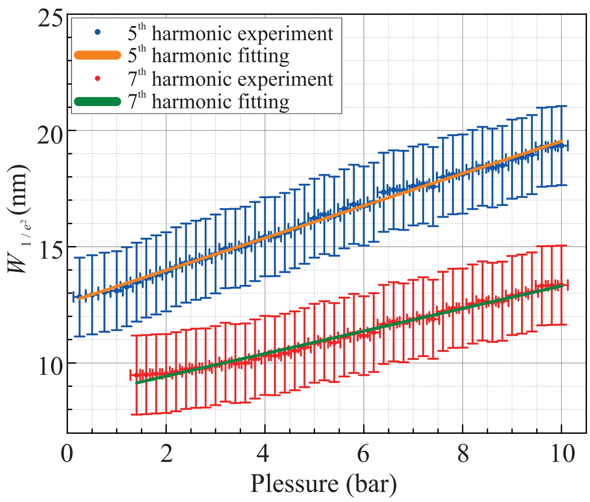

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость спектральной ширины 5-й и 7-й гармоник от давления газовой струи. Точками обозначены экспериментальные зависимости, линиями обозначен результат линейной аппроксимации. Параметры аппроксимации представлены в табл. 1

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число импульса на центральной длине волны, n_2 – коэффициент нелинейности, определяющий нелинейную добавку к показателю преломления $\Delta n = n_2 \cdot I$, время t – время в бегущей системе координат, L – длина среды. Поскольку коэффициент нелинейности n_2 аргона линейно пропорционален давлению газа [33], то, согласно формуле (3), уширение спектра также должно быть линейно пропорционально давлению газа, что и наблюдается в эксперименте (рис. 4). Таким образом, влияние давления газовой среды на спектральную ширину гармоник можно объяснить эффектом ФСМ. При этом, как видно из аппроксимации зависимостей на рис. 4, скорость роста спектральной ширины с увеличением давления больше для 5-й гармоники по сравнению с 7-й. Данный факт объясняется тем, что величина обужения спектра q-й гармоники по сравнению со спектром генерирующего излучения пропорциональна q. Так, например, для случая генерации 2-й гармоники ее спектральная плотность энергии [34]:

$$S_2(\omega) \sim \mathrm{sinc}^2\Big(-\frac{\Delta k_2 z}{2}\Big)\cdot S_1(\omega). \qquad (4)$$

Обобщая данное выражение (4) на случай q-й гармоники и учитывая, что $\Delta k_q \sim q$ (см. формулу (2)), получим, что обужение спектра q-й гармоники описывается функцией:

$$S_q(\omega) \sim \mathrm{sinc}^2\Big(-\frac{\mathrm{const}\cdot z}{2\cdot 1/q}\Big). \qquad (5)$$

Ширина данной функции $\sim 1/q$. Поэтому спектральные ширины для 5-й и 7-й гармоник, равно как и скорости их роста при увеличении давления газа, должны соотноситься как обратные номера этих гармоник, т.е. должно выполняться равенство $w_7/w_5 = q_5/q_7$. Отношение $q_5/q_7 = 5/7 = 0.71$, отношение скоростей роста зависимостей на рис. 4 (см. табл. 1) равно $4.854\,\frac{\text{нм}}{10\ \text{бар}}/6.942\,\frac{\text{нм}}{10\ \text{бар}} = 0.699 \pm 0.012$. Таким образом, оба отношения совпадают в пределах погрешности эксперимента. Отсюда следует, что разница в скорости роста спектральных ширин 5-й и 7-й гармоник объяснятся зависимостью величины обужения спектра гармоники от ее номера.

Заключение. В рамках данной работы реализована генерация гармоник низкого порядка (5-я, 7-я и 9-я) при воздействии высокоинтенсивного (1.13×10^{14} Вт/см^2) фемтосекундного лазерного излучения среднего ИК диапазона (4.55 мкм) на струю аргона при давлениях до 10 бар. Максимальная эффективность генерации гармоник по энергии составила $2 \cdot 10^{-7}$ (5-я гармоника), $6 \cdot 10^{-9}$ (7-я гармоника) и $3 \cdot 10^{-10}$ (9-я гармоника).

Сравнение результатов эксперимента и теоретических расчетов указывает на заметное проявление нелинейных эффектов распространения, влияющих на пространственно-временное распределение поля лазерного импульса, при больших (больше 5 бар) давлениях газовой струи. В частности, как было показано в эксперименте, повышение давления газовой струи приводит к уширению спектра каждой из генерируемых гармоник за счет эффекта фазовой самомодуляции генерирующего излучения.

Таким образом, поскольку эффективная генерация гармоник с использованием длинноволнового излучения сопряжена с повышением давления газовой струи, то можно сделать вывод, что, в отличие от излучения ближнего ИК диапазона, при использовании излучения среднего ИК диапазона для генерации гармоник наблюдается существенное влияние нелинейных эффектов распространения на энергетический выход генерируемого излучения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований # 19-29-12030. Румянцев Б.В. является стипендиатом Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС”.

1. A. McPherson, G. Gibson, H. Jara, U. Johann, T. S. Luk, I.A. McIntyre, K. Boyer, and Ch. K. Rhodes, JOSA B **4**(4), 595 (1987).
2. M. Ferray, A. L’Huillier, X. F. Li, L. A. Lompre, G. Mainfray, and C. Manus, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **21**(3), L31 (1988).

3. J. J. Macklin, J. D. Kmetec, and C. L. Gordon III, Phys. Rev. Lett. **70**(6), 766 (1993).
4. G. Tempea, M. Geissler, and T. Brabec, JOSA B **16**(4), 669 (1999).
5. P. B. Corkum, Phys. Rev. Lett. **71**(13), 1994 (1993).
6. M. Lewenstein, Ph. Balcou, M. Yu. Ivanov, A. L'huillier, and P. B. Corkum, Phys. Rev. A **49**(3), 2117 (199).
7. R. A. Ganeev, S. Y. Stremoukhov, A. V. Andreev, and A. S. Alnaser, Applied Sciences **9**(8), 1701 (2019).
8. R. Klas, A. Kirsche, M. Gebhardt, J. Buldt, H. Stark, S. Hädrich, J. Rothhardt, and J. Limpert, PhotoniX **2**(1), 1 (2021).
9. B. Shan and Z. Chang, Phys. Rev. A **65**(1), 011804 (2001).
10. A. S. Johnson, T. Avni, E. W. Larsen, D. R. Austin, and J. P. Marangos, Philos. Trans. R. Soc. A **377**(2145), 20170468 (2019).
11. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, М. О. Жукова, А. Н. Цыпкин, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **113**(4), 237 (2021).
12. P. B. Corkum and F. Krausz, Nat. Phys. **3**(6), 381 (2007).
13. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, И. В. Бабушкин, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **114**(5), 298 (2021).
14. U. Bengs and N. Zhavoronkov, Sci. Rep. **11**(1), 1 (2021).
15. R. A. Ganeev, G. S. Boltaev, S. Y. Stremoukhov, V. V. Kim, A. V. Andreev, and A. S. Alnaser, Eur. Phys. J. D **74**(10), 1 (2020).
16. A. Rundquist, Ch. G. Durfee III, Z. Chang, C. Herne, S. Backus, M. M. Murnane, and H. C. Kapteyn, Science **280**(5368), 1412 (1998).
17. L. Hareli, G. Shoulga, and A. Bahabad, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **53**(23), 233001 (2020).
18. H. Agueny, J. Chem. Phys. **154**(24), 244702 (2021).
19. А. В. Митрофанов, Д. А. Сидоров-Бирюков, М. В. Рожко, А. А. Воронин, П. Б. Глек, С. В. Рябчук, Е. Е. Серебрянников, А. Б. Федотов, А. М. Желтиков, Письма в ЖЭТФ **112**(1), 22 (2020).
20. М. К. Есеев, В. И. Матвеев, Д. Н. Макаров, Письма в ЖЭТФ **114**(7), 444 (2021).
21. В. В. Стрелков, В. Т. Платоненко, А. Ф. Стержантов, М. Ю. Рябикин, Успехи физических наук **186**(5), 449 (2016).
22. E. A. Migal, S. Yu. Stremoukhov, and F. V. Potemkin, Phys. Rev. A **101**(2), 021401 (2020).
23. E. Constant, D. Garzella, P. Breger, E. Mével, Ch. Dorrer, C. Le. Blanc, F. Salin, and P. Agostini, Phys. Rev. Lett. **82**(8), 1668 (1999).
24. A. V. Mitrofanov, D. A. Sidorov-Biryukov, M. V. Rozhko, S. V. Ryabchuk, A. A. Voronin, and A. M. Zheltikov, Opt. Lett. **43**(22), 5571 (2018).
25. T. Popmintchev, M.-Ch. Chen, D. Popmintchev et al. (Collaboration), Science **336**(6086), 1287 (2012).
26. E. Migal, A. Pushkin, B. Bravy, V. Gordienko, N. Minaev, A. Sirotkin, and F. Potemkin, Opt. Lett. **44**(10), 2550 (2019).
27. A.V. Andreev, S.Yu. Stremoukhov, and O. A. Shoutova, Eur. Phys. J. D **66**(1), 1 (2012).
28. S. Yu Stremoukhov and A. V. Andreev, Laser Physics **28**(3), 035403 (2018).
29. X. F. Li, A. l'Huillier, M. Ferray, L. A. Lompré, and G. Mainfray, Phys. Rev. A **39**(11), 5751 (1989).
30. J. Rothhardt, M. Krebs, S. Hädrich, S. Demmler, J. Limpert, and A. Tünnermann, New J. Phys. **16**(3), 033022 (2014).
31. T. Popmintchev, M.-Ch. Chen, A. Bahabad, M. Gerrity, P. Sidorenko, O. Cohen, I. P. Christov, M. M. Murnane, and H. C. Kapteyn, Proceedings of the National Academy of Sciences **106**(26), 10516 (2009).
32. Y. R. Shen and G.-Zh. Yang, *Theory of self-phase modulation and spectral broadening*, in *The Supercontinuum Laser Source*, Springer, N.Y., NY (2016), p. 1.
33. Á. Börzsönyi, Z. Heiner, A. P. Kovács, M. P. Kalashnikov, and K. Osvay, Opt. Express **18**(25), 25847 (2010).
34. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, М. (1988).