Письма в ЖЭТФ, том 115, вып. 9, с. 547 – 553

Однопетлевые электрослабые радиационные поправки к поляризованному меллеровскому рассеянию

С. Г. Бондаренко[+1)], *Л. В. Калиновская*[*], *Л. А. Румянцев*[*], *В. Л. Ермольчик*[*×]

[+]*Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия*

[*]*Лаборатория ядерных проблем им. В. П. Джелепова, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия*

[×]*Институт ядерных проблем, Белорусский государственный университет, 220006 Минск, Беларусь*

Поступила в редакцию 20 марта 2022 г.
После переработки 27 марта 2022 г.
Принята к публикации 27 марта 2022 г.

Работа посвящена теоретическому описанию поляризованного меллеровского рассеяния. В подходе спиральных амплитуд вычислены полные однопетлевые электрослабые радиационные поправки с учетом точной зависимости от массы мюона. Численные результаты представлены для интегрированных неполяризованных и поляризованных сечений, а также угловых дифференциальных распределений. Расчеты выполнены с использованием Монте-Карло генератора `ReneSANCe` и интегратора `MCSANC`.

DOI: 10.31857/S1234567822090014

1. Введение. Следующее поколение электронных коллайдеров – Международный линейный коллайдер (ILC) [1–6], e^+e^- Будущий циркулярный коллайдер (`FCCee`) [7–11], Компактный линейный коллайдер (`CLIC`) [12–14], и Кольцевой электрон-позитронный коллайдер (`CEPC`) [15] – позволят провести обширную экспериментальную программу с уникальными возможностями для прецизионных измерений. Основным преимуществом для достижения этой цели является универсальность линейных коллайдеров, так как они могут работать в четырех e^+e^-, e^-e^-, $e^-\gamma$ и $\gamma\gamma$ режимах с сильно поляризованными пучками электронов и фотонов. Важной особенностью линейных коллайдеров является высокая степень поляризации, которую можно получить для электронных пучков.

Меллеровское рассеяние наряду с комптоноподобными процессами является хорошим кандидатом для измерения поляризации пучка и оценки фона в многочисленных поисках новой физики за пределами Стандартной Модели. При высоких энергиях для поляризованного меллеровского рассеяния современные Монте-Карло (МК) инструменты необходимы не только для оценки поляризации пучка, т.е. для поляризованных экспериментов `CLIC` [13], `ILC` [16], но и для изучения мюон-мюонного поляризованного рассеяния, например, в экперименте μ`TRISTAN` [17].

[1)]e-mail: bondarenko@jinr.ru

Рассеяние одинаковых лептонов, $e^-e^- \to e^-e^-$ было впервые рассчитано К. Меллером в 1932 г. [18]. Существует большое количество теоретических работ для описания поляризованного случая этого процесса [19–26]. В этой серии статей приводятся расчеты для КЭД и электрослабых (ЭС) однопетлевых поправок с учетом поляризации.

Расчет радиационных поправок для неполяризованного меллеровского рассеяния для эксперимента [27] был выполнен на однопетлевом уровне [28, 29], частично на двухпетлевом уровне [30, 31] и впервые за пределами ультрарелятивистского приближения в [32].

Однако все вышеупомянутые исследования не сопровождались разработкой Монте-Карло генератора событий, который является стандартом современной теоретической поддержки высокоточных экспериментов.

В настоящее время существуют следующие Монте-Карло генераторы, учитывающие поляризацию на древесном уровне: `AMEGIC++` [33], основанный на спиральных амплитудах и являющийся частью `SHERPA`; `COMPHEP` [34], использует традиционные методы нахождения следа для оценки матричных элементов; `GRACE` [35, 36] (с пакетами `BASES` и `SPRING`), вычисляющий матричные элементы с помощью методов спиральных амплитуд; `WHIZARD` [37] программная система, предназначенная для эффективного расчета сечений рассеяния многих частиц и генерации событий, где учитывается поляризация как начального так и конечного состояний.

Теоретическая поддержка экспериментов с помощью МК генератора MERADGEN для поляризованного меллеровского рассеяния в рамках КЭД представлена в [38].

В наших предыдущих работах мы оценили теоретическую неопределенность на уровне полных однопетлевых и лидирующих ЭС поправок высшего порядка для e^+e^- и $\gamma\gamma$ поляризованных пучков. Реализации поляризованного Баба рассеяния [39], поляризованного $e^+e^- \to ZH$ [40], s-канала [41], $e^+e^- \to \gamma Z$ [42] и $\gamma\gamma \to ZZ$ [43] доступны в генераторе ReneSANCe [44] и интеграторе MCSANC в полностью массивном случае и в полном фазовом пространстве.

Данная статья является следующим шагом в серии работ проекта SANC, посвященных реализации одного из каналов $4f \to 0$, а именно, рассеяния одинаковых лептонов на однопетлевом уровне с учетом поляризации.

В расчетах используется ЭС схема $\alpha(0)$. Все результаты получены для энергий в системе центра масс (с.ц.м.) от $\sqrt{s} = 250$ ГэВ до 3 ТэВ. Чувствительность к начальной поляризации для борновского сечения и сечения жесткого фотонного излучения изучена для четырех наборов поляризации пучка:

$$(P_{e^-}, P_{e^-}) = \\ (0,0), (-1,-1), (-1,+1), (+1,-1), (+1,+1). \qquad (1)$$

Однопетлевые вклады были рассчитаны для следующих степеней поляризации:

$$(P_{e^-}, P_{e^-}) = (0,0), (\pm 0.8, \pm 0.8). \qquad (2)$$

Теоретические неопределенности были оценены с помощью инструментов SANC: МК генератора ReneSANCe и интегратора MCSANC.

Данная статья состоит из четырех разделов.

В разделе 2 описывается методика расчетов поляризованных сечений с учетом полных однопетлевых ЭС поправок в рамках подхода спиральных амплитуд. Численные результаты и результаты сравнения представлены в разделе 3. В разделе 4 даны выводы статьи.

2. ЭС однопетлевые раиационные поправки. В работе рассматриваются дифференциальные сечения для процессов

$$l^{\pm}(p_1, \chi_1) \ + \ l^{\pm}(p_2, \chi_2) \ \to \\ l^{\pm}(p_3, \chi_3) \ + \ l^{\pm}(p_4, \chi_4) \quad (+\gamma(p_5, \chi_5)), \qquad (3)$$

с индексом $l = e, \mu$ и произвольной продольной поляризацией исходных частиц (χ соответствует спиральности частиц).

В системе SANC все процессы рассчитываются, используя схему перенормировки на массовой поверхности в двух калибровках: в R_ξ калибровке и унитарной калибровке в качестве проверки.

Подход спиральных амлитуд применяется ко всем компонентам однопетлевых сечений:

$$\sigma^{\text{one-loop}} = \sigma^{\text{Born}} + \sigma^{\text{virt}}(\lambda) + \sigma^{\text{soft}}(\lambda, \omega) + \sigma^{\text{hard}}(\omega), \quad (4)$$

где σ^{Born} – сечение в борновском приближении, σ^{virt} – вклад виртуальных (петлевых) поправок, $\sigma^{\text{soft(hard)}}$ – вклад мягкого (жесткого) излучения фотонов (энергия жестких фотонов $E_\gamma > \omega$). Зависимость от вспомогательных параметров λ (“масса фотона”) и ω исчезает после суммирования. Соответствующие выражения для сечения меллеровского рассеяния не могут быть проинтегрированы по всем углам, так как интеграл расходится.

2.1. Борновская и виртуальная части. Для вычисления виртуальной части на однопетлевом уровне в базисе процедур SANC необходимо рассмотреть ковариантную амплитуду. Ковариантная однопетлевая амплитуда соответствует результату прямого стандартного расчета всех диаграмм, вносящих вклад в данный процесс на однопетлевом уровне. Она представляется в определенном базисе, составленном из матриц Дирака и/или внешних импульсов (структур), свернутых с векторами поляризации векторных бозонов, $\epsilon(k)$, если таковые имеются.

Эта амплитуда может быть записана в явном виде с помощью скалярных формфакторов. Все массы, кинематические факторы, константы связи и другие параметры входят в эти скалярные функции $\mathcal{F}_i$, в то время как тензорные структуры с индексами Лоренца, составленные из матриц Дирака, задаются базисом.

Число формфакторов равно числу независимых структур.

Петлевые интегралы выражаются в терминах стандартных скалярных функций Пассарино–Вельтмана A_0, B_0, C_0, D_0 [45]. Ковариантная амплитуда на однопетлевом уровне для случая аннигиляции в вакуум $4f \to 0$ была рассмотрена в [46]. Напомним, что в SANC любая амплитуда однопетлевого процесса всегда вычисляется как амплитуда аннигиляции в вакуум со со всеми четырьмя входящими импульсами. Поэтому полученные универсальные скалярные формфакторы для амплитуды процесса $4f \to 0$, после соответствующей перестановки их аргументов, могут использоваться при описании поправок для этого конкретного случая с помощью разворота в t и u каналов.

Виртуальный (борновский) вклад в сечение процессов (3) может быть записан следующим образом:

$$\frac{d\sigma^{\text{virt(Born)}}_{\chi_1\chi_2}}{d\cos\vartheta_3} = \pi\alpha^2\frac{\beta_s}{2s}|\mathcal{H}^{\text{virt(Born)}}_{\chi_1\chi_2}|^2, \tag{5}$$

где

$$|\mathcal{H}^{\text{virt(Born)}}_{\chi_1\chi_2}|^2 = \sum_{\chi_3,\chi_4}|\mathcal{H}^{\text{virt(Born)}}_{\chi_1\chi_2\chi_3\chi_4}|^2, \tag{6}$$

а m_l – масса лептона и $\beta_s = \sqrt{1-\frac{4m_l^2}{s}}$, ϑ_3 – угол между векторами p_1 и p_3 в с.ц.м.

Дифференциальное сечение рассматривается как функция восьми спиральных амплитуд. Они зависят от кинематических переменных, констант связи и семи скалярных формфакторов. Спинорные индексы $\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2\chi_3\chi_4}$ обозначают знаки проекций спинов фермионов на соответствующие моменты. Были введены следующие определения: $c^{\pm} = 1\pm\cos\vartheta_3$, где угол рассеяния ϑ_3 связан с мандельстамовскими инвариантами t, u:

$$t = 2m_l^2 - \frac{s}{2}(1+\beta_l^2\cos\vartheta_3),, \tag{7}$$

$$u = 2m_l^2 - \frac{s}{2}(1-\beta_l^2\cos\vartheta_3). \tag{8}$$

Полный учет масс электронов дает дополнительные слагаемые, пропорциональные фактору m_l. Такое приближение необходимо в расчетах при низких энергиях.

Набор соответствующих спиральных амплитуд в канале t для этого случая выглядит как:

$$\mathcal{H}_{\mp\mp\mp\mp} = \frac{1}{t}\Bigg[(c^+k-4m_l^2)\tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t)\Big((c^+k-4m_l^2)\tilde{F}_{qq} + 4(k\mp\sqrt{\lambda_e})\tilde{F}_{ll} + 2(c^+k-4m_l^2\mp 2\sqrt{\lambda_e})\tilde{F}_{lq} + 2c^-m_l^2k\left[\tilde{F}_{qd}+(k\mp\sqrt{\lambda_e})\tilde{F}_{ld}\right]\Big)\Bigg],$$

$$\mathcal{H}_{\mp--\pm} = \sin\vartheta_3\frac{\sqrt{s}m_l}{t}\Bigg[\tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t)\Big(\tilde{F}_{qq}+2\tilde{F}_{lq}-k\tilde{F}_{qd} - (k-\sqrt{\lambda_e})\tilde{F}_{ld}\Big)\Bigg],$$

$$\mathcal{H}_{\pm++\mp} = -\mathcal{H}_{\mp--\pm}(\sqrt{\lambda_e}\to-\sqrt{\lambda_e}),$$

$$\mathcal{H}_{\mp\mp\pm\pm} = -\frac{m_l^2}{t}\Bigg[2c^+\tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t)\Big(2c^+(\tilde{F}_{qq}+2\tilde{F}_{lq}) + 8\tilde{F}_{ll} - sc^+(\tilde{F}_{ld}+\tilde{F}_{qd})\Big)\Bigg],$$

$$\mathcal{H}_{\mp\pm\mp\pm} = -\frac{m_l^2}{t}\Bigg[2c^+\tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t)\Big(2c^+(\tilde{F}_{qq}+2\tilde{F}_{lq}) - sc^+(\tilde{F}_{ld}+\tilde{F}_{qd})\Big)\Bigg],$$

$$\mathcal{H}_{-\mp\pm-} = -\mathcal{H}_{+\mp\pm+},$$

$$\mathcal{H}_{+\mp\pm+} = \sin\vartheta_3\frac{\sqrt{s}m_l}{t}\Bigg[\tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t)\Big(\tilde{F}_{qq}+2\tilde{F}_{lq} - 2m_l^2(\tilde{F}_{ld}+\tilde{F}_{qd})\Big)\Bigg],$$

$$\mathcal{H}_{\mp\pm\pm\mp} = \frac{c^-}{t}\Bigg[k\tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t)\Big(k(\tilde{F}_{qq}+2\tilde{F}_{lq}) - 2m_l^2[(k\pm\sqrt{\lambda_e})\tilde{F}_{ld}+k\tilde{F}_{qd}]\Big)\Bigg].$$

Здесь $\chi_Z(t)$ – отношение Z/γ пропагаторов:

$$\chi_Z(t) = \frac{1}{4s_W^2c_W^2}\frac{t}{t-M_Z^2}. \tag{9}$$

Заметим, что использование формфакторов с *тильдой*, содержащих константы, приводит к сокращению формул для амплитуд, тогда как явные выражения даются для *нетильдованных* величин.

Выражения для формфакторов с *тильдой* могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned}
\tilde{F}_{gg} &= (I_l^{(3)})^2F_{gg}(s,t,u),\\
\tilde{F}_{ll} &= \delta_l^2F_{ll}(s,t,u),\\
\tilde{F}_{qq} &= I_l^{(3)}\delta_lF_{qq}(s,t,u),\\
\tilde{F}_{lq} &= \delta_lI_l^{(3)}F_{lq}(s,t,u),\\
\tilde{F}_{ql} &= \delta_lI_l^{(3)}F_{ql}(s,t,u),\\
\tilde{F}_{ld} &= (I_l^{(3)})^2F_{ld}(s,t,u),\\
\tilde{F}_{qd} &= \delta_lI_l^{(3)}F_{qd}(s,t,u).
\end{aligned} \tag{10}$$

Также используются следующие константы

$$I_l^{(3)},\ \sigma_l = v_l + a_l,\ \delta_l = v_l - a_l,\ s_W = \frac{e}{g},\ c_W = \frac{M_W}{M_Z}$$

с индексом $l = e, \mu$.

Для того, чтобы получить спиральные амплитуды на борновском уровне, необходимо положить $F_{gg,ll,lq,ql,qq} = 1$ и $F_{ld,qd} = 0$.

2.2. Поправки от излучения реальных фотонов. Реальные поправки состоят из мягких и жестких радиационных вкладов. Они рассчитываются с помощью соответствующих модулей. Мягкое фотонное излучение имеет борновскую кинематику, в то время как фазовое пространство жесткого излучения имеет дополнительную частицу – фотон.

Вклад мягкого фотонного излучения имеет следующий вид:

$$\sigma^{\rm soft} = -Q_e^2 \frac{2\alpha}{\pi}\sigma^{\rm Born}\Bigg[\left(\left(1+\frac{1-2m_l^2/s}{\beta_s}\ln x^2\right)\ln\left(\frac{4\omega^2}{\lambda^2}\right)\right. + \frac{1}{\beta_s}\Bigg[-\ln x^2 + (1-2m_l^2/s)\Bigg(\mathrm{Li}_2\left(1-x^2\right) - \mathrm{Li}_2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\Bigg)\Bigg] - F(t) - F(u)\Bigg], \qquad (11)$$

где

$$F(I) = \frac{1-2m_l^2/I}{\beta_I}\Bigg[\ln y_I \ln\left(\frac{4\omega^2}{\lambda^2}\right) + \mathrm{Li}_2\left(1-\frac{y_I x}{z_I}\right) - \mathrm{Li}_2\left(1-\frac{x}{z_I}\right) + \mathrm{Li}_2\left(1-\frac{y_I}{z_I x}\right) - \mathrm{Li}_2\left(1-\frac{1}{z_I x}\right)\Bigg],$$

$$\beta_I = \sqrt{1-\frac{4m_l^2}{I}}, \qquad x = \frac{\sqrt{s}}{m_l}\frac{1+\beta_s}{2},$$

$$y_I = 1 - \frac{I}{m_l^2}\frac{1+\beta_I}{2}, \quad z_I = \frac{m_l}{\sqrt{s}}\left(1+y_I\right),$$

с индексом $I = t, u$.

При представлении результатов для *вклада жесткого фотонного излучения* используется универсальный модуль для процесса $4f\gamma \to 0$ с учетом всех масс [41] путем соответствующего разворота в нужный канал.

3. Численные результаты

3.1. Древесный уровень. В этом разделе рассчитаные поляризованные сечения на древесном уровне для борновского и жесткого фотонного излучения сравниваются с результатами кодов `CalcHEP` [34] и `WHIZARD` [47, 37, 48].

Таблица 1. Детальное тройное сравнение между `SANC` (вторая колонка), `WHIZARD` (третья колонка), и `CalcHEP` (четвертая колонка) сечения жесткого фотонного излучения

P_{e^-}, P_{e^-}	S	W	C
0, 0	170.12(1)	170.13(1)	170.11(2)
−1,−1	284.58(1)	284.58(1)	284.55(2)
−1, 1	74.00(1)	74.00(1)	74.00(2)
1,−1	74.01(1)	74.02(1)	74.00(2)
1, 1	247.90(1)	247.90(1)	247.86(2)

Результаты рассчитаны в ЭС схеме $\alpha(0)$ с фиксированными 100 % поляризованными начальными состояниями для $\sqrt{s} = 250$ ГэВ и угловых ограничений $|\cos\vartheta_e| \le 0.9$. Для сечений жесткого фотонного излучения применяется дополнительное условие на энергию фотона $E_\gamma \ge \omega = 10^{-4}\sqrt{s}/2$.

Результаты расчетов на уровне борновского сечения согласуются во всех значащих цифрах для всех кодов, поэтому таблица не приводится. Результаты для жесткого фотонного излучения приведены в табл. 1. Обнаружено очень хорошее согласие в пределах статистических ошибок с вышеупомянутыми кодами.

3.2. Однопетлевой уровень. В этом разделе исследуются полные однопетлевые ЭС радиационные поправки и поляризационные эффекты для меллеровского рассеяния в области высоких энергий. Численные оценки представлены для полных (интегральных) сечений (σ, пб) и относительных поправок (δ, %), а также для дифференциальных распределений по углу рассеяния $\cos\vartheta_3$. Ниже рассматриваются электронный e^- ($e^-e^- \to e^-e^-(\gamma)$) и мюонный μ^+ ($\mu^+\mu^+ \to \mu^+\mu^+(\gamma)$) каналы реакции (3).

3.2.1. Интегральные сечения. На ускорителе `CLIC` планируется достичь высокой светимости e^-e^- столкновения для энергий в с.ц.м. от 380 ГэВ до 3 ТэВ. Основными энергиями являются $\sqrt{s}_{\rm CLIC}$: 380 ГэВ, 1.5 и 3 ТэВ.

Ускоритель `ILC` предоставляет много возможностей для измерений с энергией в диапазоне от 90 ГэВ до 1 ТэВ. Рассматриваются три основные энергии в с.ц.м. $\sqrt{s}_{\rm ILC}$: 250 ГэВ, 500 ГэВ и 1 ТэВ, с поляризацией электронов $P_{e^-} = \pm 0.8$.

В таблице 2 представлены интегральные борновские и однопетлевые сечения в пб и относительные поправки в процентах в e^--канале для энергий в с.ц.м. $\sqrt{s}_{\rm ILC\&CLIC}$ и поляризации начальной частицы (2) в ЭС схеме $\alpha(0)$.

В условиях эксперимента μTRISTAN энергия предполагается равной $\sqrt{s}_{\mu\rm TRISTAN}$: 0.6, 1, 2 ТэВ и поляризация обоих пучков будет достигать $P_{\mu^+} = \pm 0.8$ для μ^+-канала. В таблице 3 представлены те же наблюдаемые величины, что и в таблице 2 в условиях эксперимента μTRISTAN.

Как видно из табл. 2 и 3, использование поляризованных пучков частиц значительно увеличивает поперечное сечение рассеяния. В то же время радиационные поправки увеличиваются при $P_{e^-} = (0.8, 0.8)$ и уменьшаются при $P_{e^-} = (-0.8, -0.8)$ по сравнению с неполяризованным случаем в области энергий в с.ц.м. $\sqrt{s} = 250 - 1000$ ГэВ. При более высоких энергиях в с.ц.м. поляризация $P_{e,\mu} = (\pm 0.8, \pm 0.8)$ также увеличивает сечение, но абсолютная величина относительной поправка становится больше, чем для неполяризованного.

Таблица 2. Интегральные борновское и однопетлевое сечения в пб и относительные поправки в процентах в e^--канале для энергии в с.ц.м. $\sqrt{s}_{\text{ILC\&CLIC}}$ и набора (2) поляризации начальной частицы в ЭС схеме $\alpha(0)$

P_{e^-}, P_{e^-}	0, 0	0.8, 0.8	−0.8, −0.8
$\sqrt{s}=250$ ГэВ			
σ^{Born}, пб	94.661(1)	120.152(1)	136.377(1)
$\sigma^{\text{one-loop}}$, пб	103.906(2)	134.976(2)	147.224(2)
$\delta, \%$	9.77(1)	12.34(1)	7.95(1)
$\sqrt{s}=380$ ГэВ			
σ^{Born}, пб	42.969(1)	55.739(1)	65.487(1)
$\sigma^{\text{one-loop}}$, пб	47.327(1)	63.264(1)	70.345(1)
$\delta, \%$	10.14(1)	13.50(1)	7.42(1)
$\sqrt{s}=500$ ГэВ			
σ^{Born}, пб	25.498(1)	33.430(1)	39.984(1)
$\sigma^{\text{one-loop}}$, пб	28.068(1)	38.171(2)	42.627(2)
$\delta, \%$	10.08(1)	14.18(1)	6.61(1)
$\sqrt{s}=1$ ТэВ			
σ^{Born}, пб	6.657(1)	8.850(1)	10.865(1)
$\sigma^{\text{one-loop}}$, пб	7.218(1)	10.229(1)	11.104(1)
$\delta, \%$	8.42(1)	15.58(1)	2.20(1)
$\sqrt{s}=1.5$ ТэВ			
σ^{Born}, пб	2.992(1)	3.989(1)	4.928(1)
$\sigma^{\text{one-loop}}$, пб	3.185(1)	4.635(1)	4.827(1)
$\delta, \%$	6.46(1)	16.19(1)	−2.06(1)
$\sqrt{s}=3$ ТэВ			
σ^{Born}, пб	0.7536(1)	1.007(1)	1.249(1)
$\sigma^{\text{one-loop}}$, пб	0.7665(1)	1.177(1)	1.103(1)
$\delta, \%$	1.71(1)	16.94(1)	−11.70(1)

Таблица 3. Интегральное борновское и однопетлевое сечение в пб и относительные поправки в процентах в μ^+-канале для энергии в с.ц.м. $\sqrt{s}_{\mu\text{TRISTAN}}$ и поляризации начальных частиц (2) в ЭС схеме $\alpha(0)$

P_{μ^+}, P_{μ^+}	0, 0	0.8, 0.8	−0.8, −0.8
$\sqrt{s}=600$ ГэВ			
σ^{Born}, пб	17.974(1)	23.690(1)	28.601(1)
$\sigma^{\text{one-loop}}$, пб	19.715(1)	27.064(1)	30.160(1)
$\delta, \%$	9.69(1)	14.24(1)	5.45(1)
$\sqrt{s}=1$ ТэВ			
σ^{Born}, пб	6.6572(1)	8.8497(1)	10.8648(1)
$\sigma^{\text{one-loop}}$, пб	7.2019(1)	10.1930(1)	11.0589(2)
$\delta, \%$	8.18(1)	15.18(1)	1.79(1)
$\sqrt{s}=2$ ТэВ			
σ^{Born}, пб	1.6903(1)	2.2559(1)	2.7935(1)
$\sigma^{\text{one-loop}}$, пб	1.7646(1)	2.6195(1)	2.6210(1)
$\delta, \%$	4.40(1)	16.12(1)	−6.17(1)

3.2.2. Дифференциальные сечения. На рисунках 1 и 2 показаны дифференциальные распределения сечений (в пб) в лидирующем, борновском (LO) и следующим за лидирующем, однопетлевом, порядках ЭС поправок (EW NLO), а также относительные поправки (в %) для e^-- и μ^+-каналов для энергий в с.ц.м. $\sqrt{s}=250, 1000$ ГэВ как функция $\cos\theta_3$.

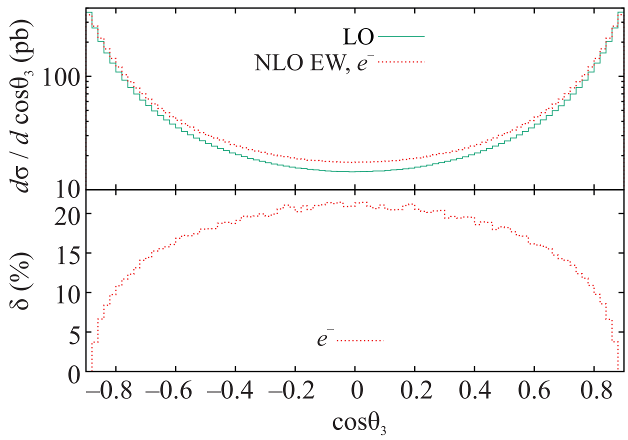

Рис. 1. (Цветной онлайн) Борновское (LO) и однопетлевое сечение (NLO EW) (вверху) и относительная поправка (внизу) в e^--канале для энергии в с.ц.м. $\sqrt{s} = 250$ ГэВ как функция $\cos\theta_3$

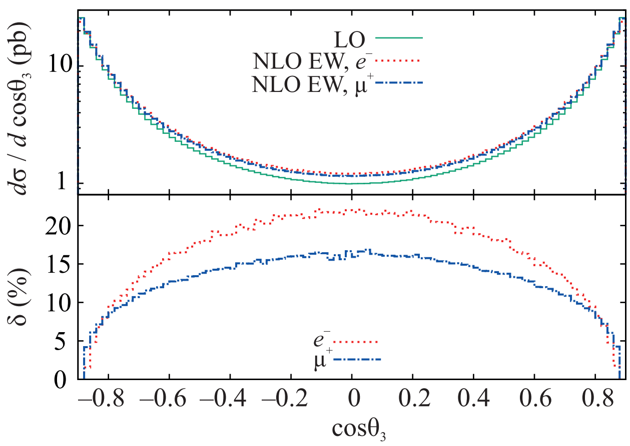

Рис. 2. (Цветной онлайн) Борновское (LO) и однопетлевое сечение (NLO EW) (вверху) и относительные поправки (внизу) в e^-- и μ^+-каналах для энергии в с.ц.м. $\sqrt{s} = 1000$ ГэВ как функция $\cos\theta_3$

Дифференциальные распределения по $\cos\theta_3$ симметричны для всех энергий в с.ц.м. Максимум относительных поправок находится при нулевом угле, а минимум – вблизи $|\cos\theta_3| = 1$. Это связано с доминированием борновского вклада в области $|\cos\theta_3| \approx 1$ из-за пропагатора фотона $1/t(1/u)$.

Следует отметить, что хотя интегральные относительные поправки для энергии в с.ц.м. $\sqrt{s} = 1000$ ГэВ в e^-- и μ^+-каналах отличаются всего на 0.4 % (см. табл. 2, 3), разница в дифференциальных распределениях больше и составляет около 5–6 % при $\cos\theta_3 = 0$.

5. Заключение. В настоящей работе были вычислены полные однопетлевые радиационные поправки, обусловленные КЭД и чисто слабыми вкладами. Они были внедрены в полностью дифференциальный Монте-Карло генератор событий `ReneSANCe` и интегратор `MCSANC`.

Для оценки виртуальной части и вклада излучения мягких фотонов представлены явные выражения для спиральных амплитуд.

При описании жесткого фотонного излучения использовался модуль `SANC` спиральных амплитуд [41].

Были получены результаты, представляющие интерес для неполяризованного `FCCee` и поляризованных `ILC`, `CLIC`, μ`TRISTAN` экспериментов.

Поскольку измерение поляризации пучка ожидается на уровне 1 % [19, 49], необходимо включить в расчет больше, чем однопетлевые электрослабые радиационные поправки (ведущие КЭД логарифмы и электрослабые двухпетлевые вклады) для обеспечения необходимого уровня теоретической поддержки.

Созданный набор программ системы `SANC` позволяет исследовать однопетлевые поправки и поправки высшего порядка для любой поляризации, оценить вклад выбранного состояния спиральности и учесть массовые эффекты.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект # 20-02-00441.

1. ILC homepages – https://www.linearcollider.org/ILC.
2. A. Irles, R. Poschl, F. Richard, and H. Yamamoto, *Complementarity between ILC250 and ILC-GigaZ*, in *Linear Collider Community Meeting Lausanne, Switzerland, April 8-9, 2019* (2019), `1905.00220`.
3. G. Moortgat-Pick, H. Baer, M. Battaglia et al. (Collaboration), Eur. Phys. J. C **75**(8), 371 (2015); `1504.01726`.
4. H. Baer, T. Barklow, K. Fujii et al. (Collaboration), `1306.6352`.
5. ECFA/DESY LC Physics Working Group Collaboration, E. Accomando, A. Andreazza, H. Anlauf et al., Phys. Rep. **299**, 1 (1998); `hep-ph/9705442`.
6. CLIC Physics Working Group Collaboration, E. Accomando, A. Aranda, E. Ateser et al., *Physics at the CLIC multi-TeV linear collider*, in *Proceedings, 11th International Conference on Hadron spectroscopy (Hadron 2005): Rio de Janeiro, Brazil, August 21–26, 2005* (2004), `hep-ph/0412251`.
7. FCC-ee homepages – http://tlep.web.cern.ch.
8. FCC Collaboration, A. Abada, M. Abbrescia, S. S. AbdusSalam et al., Eur. Phys. J. ST **228**(5), 1109 (2019).
9. FCC Collaboration, A. Abada, M. Abbrescia, S. S. AbdusSalam et al., Eur. Phys. J. C **79**(6), 474 (2019).
10. A. Blondel and P. Janot, `1912.11871`.
11. A. Blondel, J. Gluza, S. Jadach et al. (Collaboration), *Standard model theory for the FCC-ee Tera-Z stage*, in *Mini Workshop on Precision EW and QCD Calculations for the FCC Studies: Methods and Techniques CERN, Geneva, Switzerland, January 12-13, 2018*, CERN, CERN, Geneva (2019), v. 3; `1809.01830`.
12. CLIC homepages – http://clic-study.web.cern.ch.
13. CLIC, CLICdp Collaboration, M. J. Boland, U. Felzmann, P. J. Giansiracusa et al., `1608.07537`.
14. CLICdp, CLIC Collaboration, T. K. Charles, P. J. Giansiracusa, T. G. Lucas et al., CERN Yellow Rep. Monogr. **1802**, 1 (2018); `1812.06018`.
15. CEPC homepages – http://cepc.ihep.ac.cn.
16. K. Fujii, C. Grojean, M. E. Peskin et al. (Collaboration), `2007.03650`.
17. Y. Hamada, R. Kitano, R. Matsudo, H. Takaura, and M. Yoshida, `2201.06664`.
18. C. Møller, Ann. der Phys. **14**, 531 (1932).
19. S. Jadach and B. F. L. Ward, Phys. Rev. D **54**, 743 (1996).
20. N. M. Shumeiko and J. G. Suarez, J. Phys. G **26**, 113 (2000); `hep-ph/9912228`.
21. J. C. Montero, V. Pleitez, and M. C. Rodriguez, Phys. Rev. D **58**, 094026 (1998); `hep-ph/9802313`.
22. A. Denner and S. Pozzorini, Eur. Phys. J. C **7**, 185 (1999); `hep-ph/9807446`.
23. A. Czarnecki and W. J. Marciano, Int. J. Mod. Phys. A **15**, 2365 (2000); `hep-ph/0003049`.
24. G. Alexander and I. Cohen, Nucl. Instrum. Meth. A **486**, 552 (2002); `hep-ex/0006007`.
25. F. J. Petriello, Phys. Rev. D **67**, 033006 (2003); `hep-ph/0210259`.
26. A. Ilyichev and V. Zykunov, Phys. Rev. D **72**, 033018 (2005); `hep-ph/0504191`.
27. MOLLER Collaboration, J. Benesch, P. Brindza, R. D. Carlini et al., `1411.4088`.
28. A. Aleksejevs, S. Barkanova, A. Ilyichev, and V. Zykunov, Phys. Rev. D **82**, 093013 (2010); `1008.3355`.
29. A. I. Ahmadov, Y. M. Bystritskiy, E. A. Kuraev, A. N. Ilyichev, and V. A. Zykunov, Eur. Phys. J. C **72**, 1977 (2012); `1201.0460`.
30. A. G. Aleksejevs, S. G. Barkanova, Y. M. Bystritskiy, E. A. Kuraev, and V. A. Zykunov, Phys. Part. Nucl. Lett. **13**(3), 310 (2016); `1508.07853`.
31. J. Erler, R. Ferro-Hernández, and A. Freitas, `2202.11976`.
32. I. Akushevich, H. Gao, A. Ilyichev, and M. Meziane, Eur. Phys. J. A **51**(1), 1 (2015).

33. F. Krauss, R. Kuhn, and G. Soff, JHEP **02**, 044 (2002); hep-ph/0109036.
34. A. Belyaev, N. D. Christensen, and A. Pukhov, Comput. Phys. Commun. **184**, 1729 (2013); 1207.6082.
35. J. Yuasa, J. Fujimoto, T. Ishikawa, M. Jimbo, T. Kaneko, K. Kato, S. Kawabata, T. Kon, Y. Kurihara, M. Kuroda, N. Nakazawa, Y. Shimizu, and H. Tanaka, Prog. Theor. Phys. Suppl. **138**, 18 (2000); hep-ph/0007053.
36. G. Belanger, F. Boudjema, J. Fujimoto, T. Ishikawa, T. Kaneko, K. Kato, and Y. Shimizu, Phys. Rep. **430**, 117 (2006); hep-ph/0308080.
37. W. Kilian, T. Ohl, and J. Reuter, Eur. Phys. J. C **71**, 1742 (2011); 0708.4233.
38. A. Afanasev, E. Chudakov, A. Ilyichev, and V. Zykunov, Comput. Phys. Commun. **176**, 218 (2007); hep-ph/0603027.
39. D. Bardin, Y. Dydyshka, L. Kalinovskaya, L. Rumyantsev, A. Arbuzov, R. Sadykov, and S. Bondarenko, Phys. Rev. D **98**(1), 013001 (2018); 1801.00125.
40. S. Bondarenko, Y. Dydyshka, L. Kalinovskaya, L. Rumyantsev, R. Sadykov, and V. Yermolchyk, Phys. Rev. D **100**(7), 073002 (2019); 1812.10965.
41. S. Bondarenko, Y. Dydyshka, L. Kalinovskaya, R. Sadykov, and V. Yermolchyk, Phys. Rev. D **102**(3), 033004 (2020); 2005.04748.
42. S. Bondarenko, Y. Dydyshka, L. Kalinovskaya, L. Rumyantsev, R. Sadykov, and V. Yermolchyk, 2111.11490.
43. S. Bondarenko, L. Kalinovskaya, and A. Sapronov, 2201.04350.
44. R. Sadykov and V. Yermolchyk, Comput. Phys. Commun. **256**, 107445 (2020); 2001.10755.
45. G. Passarino and M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. B **160**, 151 (1979).
46. A. Andonov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, and G. Nanava, Phys. Part. Nucl. **34**, 577 (2003); hep-ph/0207156.
47. T. Ohl, *WHiZard and O'Mega*, in *Proceedings, LoopFest V: Radiative Corrections for the International Linear Collider: Multi-loops and Multi-legs: SLAC, Menlo Park, California, June 19-21, 2006* (2006).
48. W. Kilian, S. Brass, T. Ohl, J. Reuter, V. Rothe, P. Stienemeier, and M. Utsch, *New Developments in WHIZARD Version 2.6*, in *International Workshop on Future Linear Collider (LCWS2017) Strasbourg, France, October 23-27, 2017* (2018); 1801.08034.
49. T. Abe, N. Arkani-Hamed, D. Asner et al. (Collaboration), hep-ex/0106058.