

## Связанные внутримодовые солитонные пучки в тонкой лево-ориентированной пленке на право-ориентированной керровской подложке

Р. Литвинов<sup>+1)</sup>, Н. Мелихова\*

<sup>+</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 634050 Томск, Россия

\*Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 634050 Томск, Россия

Поступила в редакцию 12 мая 2022 г.

После переработки 12 мая 2022 г.

Принята к публикации 17 мая 2022 г.

Рассмотрено распространение четырех когерентно связанных стационарных пространственных солитонов в тонкой лево-ориентированной пленке на керровской подложке, образованных волноводными ТЕ-модами одного типа с положительной и отрицательной групповыми скоростями. Выполнен анализ возможных комбинаций светлых и темных солитонов на частоте вблизи нуля групповой скорости. Показано, что пара встречных светлых и пара встречных темных пространственных солитонов могут одновременно распространяться как в случае положительного керровского коэффициента подложки, так и в случае отрицательного. Определены закономерности формирования светло-темных солитонных пар, обусловленные когерентной связью.

DOI: 10.31857/S1234567822130031, EDN: iwmmzc

В нелинейных оптических волокнах и планарных волноводах возможно распространение импульсов и пучков, имеющих различные солитонные огибающие [1–19]. В нелинейных волноводах на основе правоориентированных материалов временные и пространственные солитоны образованы направляемыми модами, у которых направление (положительной) групповой скорости совпадает с направлением фазовой скорости. Возможность формирования светлых и темных пространственных солитонов пучками направляемых мод планарного волновода с эффектом Керра зависит от знака нелинейного оптического коэффициента  $n_2$  [1–6, 15–19]. В случае фокусирующей (дефокусирующей) нелинейности,  $n_2 > 0$  ( $n_2 < 0$ ) [20], в право-ориентированном волноводе на одной частоте могут распространяться только светлые (темные) пространственные солитоны, как одиночные, так и связанные [3, 4, 6, 15–19].

В планарных волноводящих структурах на основе лево-ориентированных метаматериалов [21–26] могут распространяться не только моды с положительными групповыми скоростями, но и моды, направление (отрицательной) групповой скорости которых противоположно направлению фазовой. Поэтому в лево-ориентированных волноводах на одной частоте вдоль одного направления могут распростра-

няться четыре моды одного типа: пара встречных мод с положительными групповыми скоростями и пара встречных мод с отрицательными.

Анализ модуляционной неустойчивости быстрых направляемых мод планарного волновода на основе тонкой лево-ориентированной пленки на право-ориентированной керровской подложке [27] предсказывает распространение в нем независимо от знака коэффициента Керра подложки  $n_{2s}$  и светлых, и темных пространственных солитонов, образованных модами либо с положительной групповой скоростью, либо с отрицательной. Ниже рассмотрено распространение в таком волноводе четырех когерентно связанных стационарных светлых и темных пространственных солитонов.

В тонкой лево-ориентированной пленке на керровской подложке (см. рис. 1) четыре одномерных монохроматических световых пучка волноводных мод одного типа могут одновременно распространяться на одной частоте  $\omega$  вблизи нуля групповой скорости [23–25, 27]. Если такие пучки образованы ТЕ-модами (например, ТЕ<sub>2</sub>-модами), то  $y$ -компоненту вектора электрической напряженности общего светового поля можно представить в следующем виде:

$$E_y = \sqrt{I_{in}} [\Psi_+(x) C_+^f(y, z) \exp(-i\beta_+ z) + \Psi_+(x) C_+^b(y, z) \exp(i\beta_+ z) +$$

<sup>1)</sup>e-mail: litvinov\_rv@mail.ru

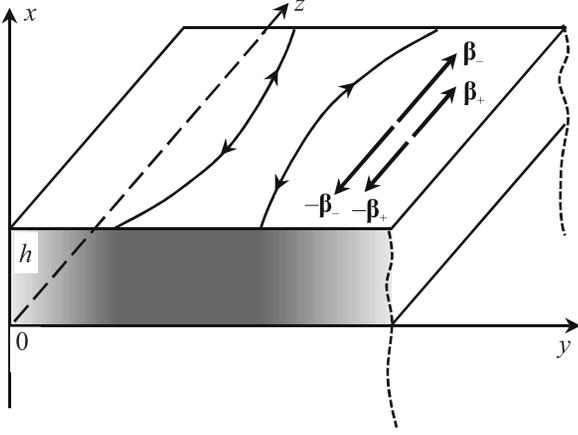


Рис. 1. Планарный волновод на основе лево-ориентированной пленки: покровная среда ( $x > h$ ) –  $\varepsilon_c \geq 1$ ,  $\mu_c = 1$ ; пленка ( $0 \leq x \leq h$ ) –  $\varepsilon_f < 0$ ,  $\mu_f < 0$ ; подложка ( $x < 0$ ) –  $\varepsilon_s = \varepsilon_{0s} + n_{2s}|E|^2$ ,  $\varepsilon_{0s} \geq 1$ ,  $\mu_s = 1$

$$+ \Psi_-(x)C_-^f(y, z) \exp(-i\beta_- z) + \Psi_-(x)C_-^b(y, z) \exp(i\beta_- z)] \exp(i\omega t) + \text{к.с.} \quad (1)$$

где  $I_{\text{in}}$  – максимальная интенсивность светового поля;  $\Psi_{\pm}(x)$  – безразмерные функции, описывающие пространственное распределение поля моды в направлении нормали к пленке для мод с положительной “+” и отрицательной “–” групповой скоростью [25, 27];  $\beta_{\pm}$  – постоянные распространения мод;  $C_{+,-}^{f,b}(y, z)$  – безразмерные огибающие; верхние индексы “f” и “b” указывают на вперед и назад распространяющиеся моды соответственно. Можно показать, что стационарные решения связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ) для рассматриваемого случая [27] в форме:

$$C_{+,-}^f = \frac{\Upsilon_{+,-}^f(\eta)}{\sqrt{2}} \exp \left[ \mp i \left( \frac{b_{+,-}^f}{2} \zeta + \varphi_{+,-}^f \right) \right], \quad (2)$$

$$C_{+,-}^b = \frac{\Upsilon_{+,-}^b(\eta)}{\sqrt{2}} \exp \left[ \pm i \left( \frac{b_{+,-}^b}{2} \zeta + \varphi_{+,-}^b \right) \right], \quad (3)$$

существуют при следующих условиях, согласующих фазы огибающих,

$$b_+^f - b_+^b + b_-^f - b_-^b = 0, \quad (4)$$

$$\sin(\varphi_+^f - \varphi_+^b + \varphi_-^f - \varphi_-^b) = \sin \Delta\varphi = 0. \quad (5)$$

где  $\Delta\varphi$  может быть интерпретирована, как сумма начальных разностей фаз в парах встречных солитонов. Переход к нормированным координатам задается соотношениями  $\eta = (\beta_+|\gamma|/2)^{1/2}y$  и  $\zeta = |\gamma|z/2$ ,

где  $\gamma$  – постоянная связи. При этом, исходные НУШ редуцируются к динамической системе в форме:

$$\frac{d^2\Upsilon_+^f}{d\eta^2} - 2b_+^f\Upsilon_+^f + \sigma \left\{ \left[ (\Upsilon_+^f)^2 + 2(\Upsilon_+^b)^2 + 2g(\Upsilon_-^f)^2 + 2g(\Upsilon_-^b)^2 \right] \Upsilon_+^f + (-1)^s 2g\Upsilon_+^b\Upsilon_-^f\Upsilon_-^b \right\} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{d^2\Upsilon_+^b}{d\eta^2} - 2b_+^b\Upsilon_+^b + \sigma \left\{ \left[ 2(\Upsilon_+^f)^2 + (\Upsilon_+^b)^2 + 2g(\Upsilon_-^f)^2 + 2g(\Upsilon_-^b)^2 \right] \Upsilon_+^b + (-1)^s 2g\Upsilon_+^f\Upsilon_-^f\Upsilon_-^b \right\} = 0, \quad (7)$$

$$\delta \frac{d^2\Upsilon_-^f}{d\eta^2} + 2b_-^f\Upsilon_-^f - \sigma \left\{ \left[ 2g(\Upsilon_+^f)^2 + 2g(\Upsilon_+^b)^2 + g_1(\Upsilon_-^f)^2 + 2g_1(\Upsilon_-^b)^2 \right] \Upsilon_-^f + (-1)^s 2g\Upsilon_+^f\Upsilon_+^b\Upsilon_-^b \right\} = 0, \quad (8)$$

$$\delta \frac{d^2\Upsilon_-^b}{d\eta^2} + 2b_-^b\Upsilon_-^b - \sigma \left\{ \left[ 2g(\Upsilon_+^f)^2 + 2g(\Upsilon_+^b)^2 + 2g_1(\Upsilon_-^f)^2 + g_1(\Upsilon_-^b)^2 \right] \Upsilon_-^b + (-1)^s 2g\Upsilon_+^f\Upsilon_+^b\Upsilon_-^f \right\} = 0, \quad (9)$$

где  $\sigma$  есть знак коэффициента  $n_{2s}$ ; коэффициенты  $g$  и  $g_1$  описывают влияние относительного различия пространственных распределений полей мод на формирование нелинейного отклика подложки ( $0 < g < 1$ ,  $0 < g_1 < 1$ ,  $g_1 < g$ ) [25, 27];  $s = 0$  при  $\Delta\varphi = 2n\pi$  и  $s = 1$  при  $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$  ( $n$  – целое);  $\delta = \beta_+/\beta_-$ .

Стационарным фундаментальным светлым или темным пространственным солитонам [1–19] отвечают решения системы уравнений (6)–(9) вида  $\Upsilon_{+,-}^{f,b} = A_{+,-}^{f,b} \text{sch}(a\eta)$  или  $\Upsilon_{+,-}^{f,b} = A_{+,-}^{f,b} \tanh(a\eta)$ . Однако в правоориентированных средах с нелинейным откликом керровского типа само- и кросс-модуляция накладывают ограничения на возможные комбинации пространственных солитонов с некогерентной связью между ними [3, 4, 6, 15–19]. В рассматриваемом случае к этим ограничениям добавляются ограничения, накладываемые процессами пространственно-параметрического смешения [25, 27], которые описываются последними слагаемыми в уравнениях (6)–(9). Обусловленная таким смешением когерентная

связь некоторой моды с другими модами отличается от когерентной связи между поляризационными составляющими известных векторных солитонов [4, 6, 28–31], тем, что она обусловлена составляющими возмущений диэлектрической проницаемости подложки, в формировании которых исходная мода непосредственного участия не принимает.

Следуя работе [6] и используя прямую подстановку различных комбинаций, составленных из выражений вида  $A_{+,-}^{f,b} \operatorname{sch}(a\eta)$  и  $A_{+,-}^{f,b} \operatorname{tanh}(a\eta)$  в уравнения (6)–(9), можно показать, что вещественные решения этих уравнений, отвечающие четырем связанным солитонам, среди которых присутствуют темные и светлые солитоны, образованные модами только с положительной групповой скоростью, или темные и светлые солитоны, образованные модами только с отрицательной групповой скоростью, не существуют. Однако, такие решения, отвечающие комбинациям пар светлых солитонов с положительными (отрицательными) групповыми скоростями связанных с парами темных солитонов с отрицательными (положительными) скоростями, могут быть получены.

При положительном коэффициенте Керра подложки ( $n_{2s} > 0$ ,  $\sigma = 1$ ), существуют две такие комбинации. Первая (вторая) состоит из двух встречных светлых (темных) и двух встречных темных (светлых) солитонов образованных модами с положительной и отрицательной групповой скоростью, соответственно. Первая комбинация становится возможной для суммарной разности начальных фаз солитонных огибающих, равной  $\Delta\varphi = (2n + 1)\pi$  ( $s = 1$ ), и для нулевых начальных фаз светлых солитонов может быть получена в виде:

$$C_{+}^{f,b} = \sqrt{\frac{3g_1 + 2\delta g}{9g_1 - 4g^2}} \operatorname{asch}(a\eta) \times \\ \times \exp\left(\mp i \frac{4g^2 + 12\delta g + 9g_1}{9g_1 - 4g^2} \frac{a^2}{2} \zeta\right) \approx \\ \approx \operatorname{asch}(a\eta) \exp\left(\mp i \frac{5}{2} a^2 \zeta\right), \quad (10)$$

$$C_{-}^{f,b} = \sqrt{\frac{3\delta + 2g}{9g_1 - 4g^2}} \operatorname{atanh}(a\eta) \times \\ \times \exp\left[\pm i \left(g_1 \frac{3\delta + 2g}{9g_1 - 4g^2} 3a^2 \zeta \pm (2n + 1) \frac{\pi}{2}\right)\right] \approx \\ \approx \operatorname{atanh}(a\eta) \exp\left[\pm i \left(3a^2 \zeta \pm (2n + 1) \frac{\pi}{2}\right)\right], \quad (11)$$

где верхний и нижний знаки в показателях экспонент отвечают солитонам, распространяющимся вперед “ $f$ ” и назад “ $b$ ”, соответственно, а приближенный знак равенства отвечает случаю частоты взаимодействия вблизи нуля групповой скорости, когда справедливы соотношения  $g_1 \approx g \approx \delta \approx 1$  [25, 27]. Вторая комбинация при  $n_{2s} > 0$  ( $\sigma = 1$ ) и становится возможной для разности фаз, равной  $\Delta\varphi = 2n\pi$  ( $s = 0$ ), и для нулевых начальных фаз темных солитонов может быть получена в виде:

$$C_{+}^{f,b} = \sqrt{\frac{g_1 + 2\delta g}{4g^2 - g_1}} \frac{a}{\sqrt{3}} \operatorname{tanh}(a\eta) \times \\ \times \exp\left[\mp i \left(\frac{g_1 + 2\delta g}{4g^2 - g_1} a^2 \zeta \mp n\pi\right)\right] \approx \\ \approx \frac{a}{\sqrt{3}} \operatorname{tanh}(a\eta) \exp[\mp i(a^2 \zeta \mp n\pi)], \quad (12) \\ C_{-}^{f,b} = \sqrt{\frac{\delta + 2g}{4g^2 - g_1}} \frac{a}{\sqrt{3}} \operatorname{sch}(a\eta) \times \\ \times \exp\left(\pm i \frac{4\delta g^2 + 4g_1 g + \delta g_1}{4g^2 - g_1} \frac{a^2}{2} \zeta\right) \approx \\ \approx \frac{a}{\sqrt{3}} \operatorname{sch}(a\eta) \exp\left(\pm i \frac{3}{2} a^2 \zeta\right). \quad (13)$$

При отрицательном коэффициенте Керра подложки ( $n_{2s} < 0$ ,  $\sigma = -1$ ) также существуют две комбинации пары светлых и пары темных солитонов, которые могут распространяться в рассматриваемом случае. Первая комбинация состоит из двух встречных светлых и двух встречных темных солитонов образованных модами с положительной и отрицательной групповой скоростью, соответственно, но при условии  $\Delta\varphi = 2n\pi$  ( $s = 0$ ). Так для нулевых начальных фаз светлых солитонов она может быть получена в виде:

$$C_{+}^{f,b} = \sqrt{\frac{g_1 + 2\delta g}{4g^2 - g_1}} \frac{a}{\sqrt{3}} \operatorname{sch}(a\eta) \times \\ \times \exp\left(\pm i \frac{4g^2 + 4\delta g + g_1}{4g^2 - g_1} \frac{a^2}{2} \zeta\right) \approx \\ \approx \frac{a}{\sqrt{3}} \operatorname{sch}(a\eta) \exp\left(\pm i \frac{3}{2} a^2 \zeta\right), \quad (14)$$

$$C_{-}^{f,b} = \sqrt{\frac{\delta + 2g}{4g^2 - g_1}} \frac{a}{\sqrt{3}} \operatorname{tanh}(a\eta) \times \\ \times \exp\left[\mp i \left(g_1 \frac{\delta + 2g}{4g^2 - g_1} a^2 \zeta \mp n\pi\right)\right] \approx$$

$$\approx \frac{a}{\sqrt{3}} \tanh(a\eta) \exp[\mp i(a^2\zeta \mp n\pi)]. \quad (15)$$

Вторая комбинация состоит из пары встречных темных и пары встречных светлых солитонов образованных модами с положительной и отрицательной групповой скоростью, соответственно, но при условии  $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$  ( $s = 1$ ). Так, для нулевых начальных фаз темных солитонов она может быть получена в виде:

$$C_+^{f,b} = \sqrt{\frac{3g_1 + 2\delta g}{9g_1 - 4g^2}} a \tanh(a\eta) \times \\ \times \exp\left[\pm i\left(\frac{3g_1 + 2\delta g}{9g_1 - 4g^2} 3a^2\zeta \pm (2n+1)\frac{\pi}{2}\right)\right] \approx \\ \approx a \tanh(a\eta) \exp\left[\pm i\left(3a^2\zeta \pm (2n+1)\frac{\pi}{2}\right)\right], \quad (16)$$

$$C_-^{f,b} = \sqrt{\frac{3\delta + 2g}{9g_1 - 4g^2}} a \operatorname{sch}(a\eta) \times \\ \times \exp\left(\mp i\frac{4\delta g^2 + 12g_1g + 9\delta g_1}{9g_1 - 4g^2} \frac{a^2}{2}\zeta\right) \approx \\ \approx a \operatorname{sch}(a\eta) \exp\left(\mp i\frac{5}{2}a^2\zeta\right). \quad (17)$$

Отметим, что в волноводах со специально легированной стеклянной подложкой и высоким нелинейным оптическим коэффициентом порядка  $n_{2s} \sim 10^{-19} \text{ м}^2/\text{Вт}$  [15, 17] постоянная нелинейной связи между модами может при интенсивности света порядка  $I_{\text{in}} \sim 10^{15} \text{ Вт}/\text{м}^2$  достигать нескольких десятков обратных сантиметров,  $\gamma \sim 10^{-2} \text{ см}^{-1}$  [25, 27]. Постоянные распространения направляемых ТЕ<sub>2</sub>-мод вблизи частоты ноля групповой скорости в волноводах с линейными параметрами из работ [23–25, 32] имеют порядок  $\beta_+ \sim \beta_- \sim 10^7 \text{ м}^{-1}$ . Тогда при  $a \sim 1$  реальная ширина солитона по уровню 3 дБ составит несколько десятков микрометров, что характерно для пространственных солитонов в нелинейных правоориентированных средах [1, 3, 4, 6, 15–19].

Таким образом, в тонкой лево-ориентированной пленке на право-ориентированной керровской подложке волноводные моды одного типа на частоте вблизи ноля групповой скорости могут формировать две пары встречных внутримодовых солитонных пучков, когерентно связанных между собой. Одна из этих пар образована модами с положительной групповой скоростью, а другая пара образована модами с отрицательной групповой скоростью.

Пары светлых и темных пространственных солитонов с положительными и отрицательными групповыми скоростями, соответственно, могут быть сформированы в случае положительного (отрицательного) керровского коэффициента подложки, если кратность числу  $\pi$  суммы разностей фаз в различных парах встречных солитонов является нецелым (целым) числом. Наоборот, пары темных и светлых солитонов с положительными и отрицательными групповыми скоростями, соответственно, могут быть сформированы в случае положительного (отрицательного) керровского коэффициента подложки, если такая кратность является целым (нецелым) числом. Другие связанные комбинации внутримодовых солитонных пучков в рассмотренном случае распространяться не могут.

Работа выполнена при частичной поддержке Программы повышения конкурентоспособности ТПУ.

1. С. А. Ахманов, В. А. Высолюх, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, М. (1988).
2. A. Hasegawa, *Optical Solitons in Fibers*, SpringerVerlag, Berlin (1989).
3. N. N. Rosanov, in *Progress in Optics*, Elsevier Science B. V. (1996), v. 35, p. 1.
4. N. N. Akhmediev and A. Ankiewicz, *Nonlinear pulses and beams*, Chapman & Hall London, Weinheim, N.Y., Tokyo, Melbourne, Madras (1997).
5. G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, Boston, San Diego, N.Y., London, Sydney, Tokyo, Toronto (2001).
6. Yu. S. Kivshar and G. P. Agrawal, *Optical Solitons. From Fibers to Photonic Crystals*, Academic Press, Rochester, N.Y. (2003).
7. M. Lapine, I. Shadrivov, and Yu. Kivshar, *Rev. Mod. Phys.* **86**, 1093 (2014).
8. В. Е. Захаров, А. Б. Шабат, *ЖЭТФ* **64**, 1627 (1973).
9. A. Hasegawa and F. Tappert, *Appl. Phys. Lett.* **23**, 142 (1973).
10. L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, and J. P. Gordon, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 1095 (1980).
11. P. Emplit, J. P. Hamaide, F. Reynaud, C. Froehly, and A. Barthelemy, *Opt. Commun.* **62**, 374 (1987).
12. D. Krokkel, N. J. Halas, G. Giuliani, and D. Grischkowsky, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 29 (1988).
13. N. A. Zharova, I. V. Shadrivov, A. Zharov, and Yu. S. Kivshar, *Opt. Express* **13**, 1291 (2005).
14. A. D. Boardman, R. C. Mitchell-Thomas, N. J. King, and Y. G. Rappoport, *Opt. Commun.* **283**, 1585 (2010).
15. G. I. Stegeman and C. T. Seaton, *J. Appl. Phys.* **58**, R57 (1985).

16. A. Boardman and P. Egan, *IEEE J. Quantum Electron.* **22**, 319 (1986).
17. G. I. Stegeman, E. M. Wright, N. Finlayson, R. Zanon, and C. T. Seaton, *J. Light. Technol.* **6**, 953 (1988).
18. M. Fontaine, *J. Appl. Phys.* **69**, 2826 (1991).
19. L. Friedrich, G. I. Stegeman, P. Millar, C. J. Hamilton, and J. S. Aitchison, *Opt. Lett.* **23**, 1438 (1998).
20. С. Н. Власов, В. И. Таланов, *Самофокусировка волн*, Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород (1997).
21. A. V. Novitsky and L. M. Barkovsky, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **7**, S51 (2005).
22. L. F. Shen and Z. H. Wang, *J. Opt. Soc. Am. A* **26**, 754 (2009).
23. Д. А. Конкин, А. А. Шибельгут, Р. В. Литвинов, *Изв. Самарского научного центра РАН* **17**, 83 (2015).
24. D. A. Konkin, R. V. Litvinov, E. S. Parfenova, R. A. A. Rakhim, and O. V. Stukach, *Quantum Electronics* **46**, 1040 (2016).
25. A. S. Buller, S. V. Leonov, N. R. Litvinova, and R. V. Litvinov, *JETP* **157**, 387 (2020).
26. A. Lai, C. Caloz, and T. Itoh, *IEEE Microwave magazine* **5**, 34 (2004).
27. A. S. Buller, Yu. V. Zelenetskaya, R. V. Litvinov, and N. R. Melikhova, *Quantum Electronics* **51**, 1030 (2021).
28. C. Martijn de Sterke and J. E. Sipe, *Opt. Lett.* **16**, 202 (1991).
29. J. M. Soto-Crespo, N. Akhmediev, and A. J. Ankiewicz, *Opt. Soc. Am. B* **12**, 1100 (1995).
30. J. M. Soto-Crespo, N. Akhmediev, and A. Ankiewicz, *Phys. Rev. E* **51**, 3547 (1995).
31. D. C. Hutchings, J. S. Aitchison, and J. M. Arnold, *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 869 (1997).
32. M. R. Litvinov, A. S. Spiridonova, R. V. Litvinov, and D. A. Konkin, *Tech. Phys. Lett.* **47**, 459 (2021).