Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 1, с. 33 – 40 © 2022 г. 10 июля

Томография оптической однокубитной квантовой памяти

Б. И. Бантыш[+*], К. Г. Катамадзе[+*1)], Ю. И. Богданов[+], К. И. Герасимов[×], М. М. Миннегалиев[×], Р. В. Урманчеев[×], С. А. Моисеев[×]

[+] Физико-технологический институт им. К. А. Валиева РАН, 117218 Москва, Россия

[*] Центр квантовых технологий, физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

[×] Казанский квантовый центр Казанского национального исследовательского технического университета им. А. Н. Туполева – КАИ, 420111 Казань, Россия

Поступила в редакцию 15 апреля 2022 г.
После переработки 30 апреля 2022 г.
Принята к публикации 15 мая 2022 г.

Оптическая квантовая память является одним из базовых элементов квантово-информационных систем, однако существующие методы ее характеризации не всегда позволяют в полной мере оценить возможности ее практического применения в таких системах. В настоящей работе мы провели томографию квантовой памяти как *квантового процесса в логическом базисе* и продемонстрировали, что реализованная нами схема квантовой памяти для поляризационных фотонных кубитов с высокой точностью соответствует единичному преобразованию и перспективна для использования в задачах квантовой связи и квантовых вычислений.

DOI: 10.31857/S1234567822130055, EDN: iwugln

1. Введение. Разработка эффективной оптической квантовой памяти (КП) играет важнейшую роль в развитии квантовых информационных технологий. При этом сохранение поляризационных кубитов в оптической КП является одной из базовых задач, актуальных для оптических квантовых коммуникаций и квантовых вычислений [1, 2]. Использование кристаллов с редкоземельными (РЗ) ионами дает широкие возможности для реализации оптической КП в силу длительного времени жизни оптической и спиновой когерентностей квантовых переходов [3, 4]. Такие кристаллы, как правило, обладают анизотропией поглощения для светового излучения, имеющего различную поляризацию [5], что затрудняет реализацию сохранения в них квантовых состояний поляризационных кубитов. Известны, по крайней мере, два способа реализации такой КП. В первом из них ортогональные ("H" и "V") поляризационные компоненты излучения записываются в различные пространственные моды одного и того же кристалла, а затем объединяются в одну пространственную моду восстановленного сигнала [6]. В альтернативном ему методе для сохранения поляризационных состояний сигнала используются два кристалла [7, 8]. При этом одна из компонент поляризации сигнала поворачивается на 90 % и записывается в свой кристалл, обладающий теми же параметрами оптической КП. Реализованные эксперименты [6–8] показали достаточно высокую точность сохранения поляризационных кубитов, однако экспериментальные сложности использования различных пространственных мод, или нескольких кристаллов делает необходимым поиск более простых путей реализации оптической КП для поляризационных кубитов.

В настоящей работе мы реализовали оптическую КП для поляризационных кубитов в одной пространственной моде кристалла $Tm^{3+}:Y_3Al_5O_{12}$ ($c = 0.1$ ат. %), который обладает различной эффективностью восстановления для ортогональных компонент поляризации фотонного кубита. Для характеризации изучаемой КП мы развиваем метод квантовой томографии, основанный на использовании *квантового процесса в логическом базисе* [9, 10]. Квантовая томография позволяет с высокой точностью восстанавливать параметры выполняемых устройствами квантовых преобразований, а затем проводить корректировку работы этих устройств и выбора их параметров для обеспечения необходимой точности выполнения ими квантовых операций. Ниже мы провели квантовую томографию сохранения поляризационных кубитов в оптической КП, основанной на эффекте фотонного эха [11, 12] на оптическом переходе ионов туллия в кристалле $Tm^{3+}:Y_3Al_5O_{12}$ ($c = 0.1$ ат. %) с неоднородным уширением, имеющим вид атомной частотной (АЧ) гребенки [13].

1)e-mail: kgk@quantum.msu.ru

Процедура томографии проводилась на основе критериев полноты адекватности и точности с использованием корневого подхода к параметризации хи-матрицы, позволяющего варьировать ранг квантового процесса [9, 10, 14, 15]. Кроме того, для того чтобы разделить погрешность квантового процесса и погрешность приготовления и измерения квантовых состояний, в начале была проведена томография единичного преобразования, результаты которой учитывались при восстановлении процесса оптической КП. В результате было показано, что полученная матрица квантового процесса с точностью до 96 % совпадает с идеальным единичным преобразованием.

Для того, чтобы определить источник ошибок, была построена модель квантового процесса в однокубитном базисе, учитывающая разную квантовую эффективность для разных поляризационных мод, а также фоновую засветку. Было показано, что разработанная модель адекватно описывает полученные результаты и ее применение показывает возможности высокой точности восстановления квантового состояния поляризационного кубита в предлагаемой схеме оптической КП.

2. Оптическая квантовая память и подходы к оценке ее качества. Одним из важных приложений оптической квантовой памяти является реализация эффективных однофотонных источников по требованию на основе условных источников с оповещением [2] (рис. 1). Однофотонные источники с

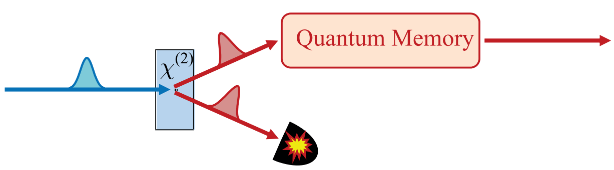

Рис. 1. (Цветной онлайн) Применение оптической квантовой памяти для создания однофотонного источника по требованию

оповещением основаны на процессах, в которых под действием импульса лазерного излучения (накачки) в ходе нелинейно-оптического процесса (спонтанное параметрическое рассеяние или спонтанное четырехволновое смешение) с некоторой вероятностью в двух коррелированных оптических модах рождается пара фотонов. Тогда при регистрации фотона в одном из каналов можно с высокой вероятностью утверждать о наличии второго фотона в сопряженном канале. На сегодняшний день такая условная вероятность срабатывания однофотонных источников с оповещением существенно выше (до 97 % [16]) по сравнению с источниками по требованию (60 % [17]). В рассматриваемой технологии наличие КП позволит сохранить фотон в момент срабатывания детектора и затем излучить его в другой заданный момент времени. Таким образом, с использованием квантовой памяти может быть решена проблема эффективной синхронизации однофотонных источников по требованию.

В задачах квантовой связи критическую роль играют потери в оптическом канале, которые приводят к ошибкам. Решить эту проблему смогут квантовые повторители [18]. Они представляют цепочку из последовательно соединенных источников перепутанных пар фотонов и детекторов, производящих измерение в базисе Белловских состояний (рис. 2). Тогда при условии срабатывания всех детекторов фотоны на противоположных концах цепочки окажутся в перепутанном состоянии и могут быть использованы, например, для распределения ключа по протоколу Эккерта. Однако проблемой на пути к реализации такой цепочки также является тот факт, что источники перепутанных пар фотонов, как правило, работают в спонтанном режиме, т.е. срабатывают лишь с некоторой очень малой вероятностью. Для синхронизации этих источников также можно использовать КП. При этом, в данном приложении необходимо, чтобы эта память не просто сохраняла фотон, но и сохраняла его поляризационное или фазовое состояние, которым кодируется квантовая информация.

Одной из самых перспективных физических платформ для реализации квантовых вычислений является фотонная платформа. Ее несомненным преимуществом является возможность полностью избежать декогеренции. Но ее недостатком является отсутствие взаимодействия между фотонами. Тем не менее, на этой платформе уже было продемонстрировано квантовое превосходство [19], а для реализации практически важных квантовых алгоритмов перспективной является архитектура однонаправленных квантовых вычислений. В рамках этого подхода на первом этапе создается высокоразмерное перепутанное (кластерное) состояние, а весь последующий алгоритм сводится к последовательному измерению и унитарному преобразованию отдельных кубитов. Причем тип каждого унитарного преобразования зависит от результатов измерений над всеми предыдущими кубитами. Как правило, перепутанные состояния в оптике (даже низкоразмерные) получаются вероятностным образом, поэтому при создании кластерных состояний необходимо синхронизовать множество источников низкоразмерных перепутанных состояний. А затем при реализации вычислений необходимо синхро-

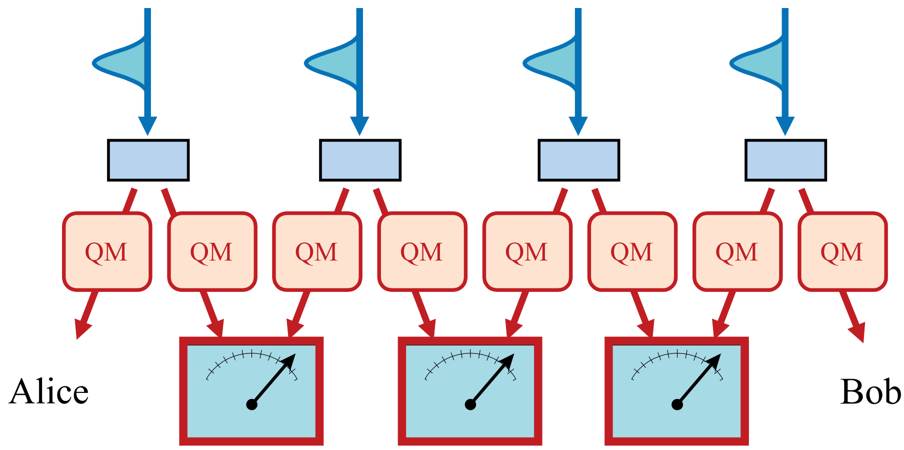

Рис. 2. (Цветной онлайн) Использование квантовой памяти в квантовых повторителях

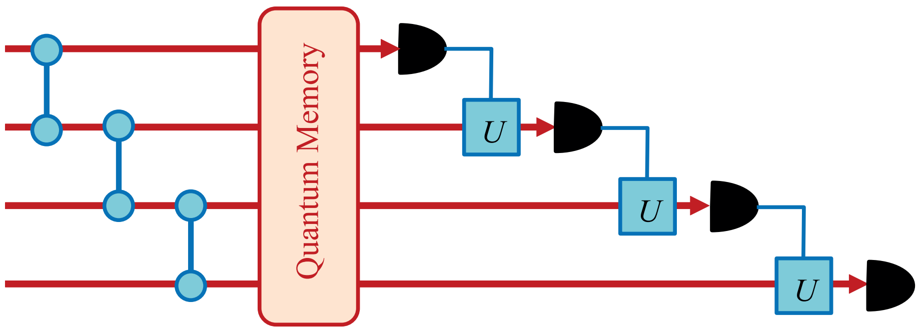

Рис. 3. (Цветной онлайн) Использование квантовой памяти для однонаправленной архитектуры квантовых вычислений

низовать процессы измерения и преобразования отдельных кубитов. Для всех этих процедур также необходима КП, причем в данном случае она должна обладать не только возможностью запоминать отдельные кубиты, но и запоминать целые кластерные состояния с возможностью адресно последовательно извлекать один кубит за другим (рис. 3).

Таким образом, для понимания возможностей применения оптической КП в задачах квантовой информации необходимо исследовать ее свойства как однокубитного или многокубитного квантового процесса. Как правило, однако, ограничиваются лишь определением низкоуровневых технических характеристик, таких как время жизни/запоминания, эффективность, наличие шумов. В работах [20, 21] проводилась томография КП как одномодового квантового процесса в бесконечном базисе квадратурных или фоковских состояний света. Такой подход позволяет выявить неидеальности при реализации КП, но его обобщение даже на двухмодовый случай, соответствующий однокубитной КП, критически увеличивает размерность задачи и делает ее трудно решаемой, как с точки зрения количества измерений, так и по вычислительной сложности. При этом с практической точки зрения нет необходимости рассматривать бесконечномерные многомодовые фоковские пространства, а достаточно ограничиться рассмотрением подпространства, отвечающего логическим значениям кубитов. Тогда задача существенно упрощается и позволяет в перспективе переходить к характеризации многокубитной КП.

3. Экспериментальная реализация протокола квантовой памяти на атомно-частотных гребенках. В качестве экспериментального образца мы использовали оптическую КП на фотонном эхе в кристалле $\mathrm{Tm}^{3+}:\mathrm{Y_3Al_5O_{12}}$ с концентрацией примесных ионов 0.1 ат. %, где создавалась атомная частотная (АЧ) гребенка на оптическом переходе $^3\mathrm{H}_6(1)$–$^3\mathrm{H}_4(1)$ с длиной волны 793.37 нм. Кристалл находился при температуре 3.4 К и в слабом внешнем магнитном поле ($\mathbf{B}\|[001]$). АЧ гребенка состояла из 11 пиков с периодом между пиками $\Delta = 2.5$ МГц. Процесс инициализации был аналогичный методам, описанным в работах [13, 22, 23]. Сохраняемые оптические импульсы имели гауссову временную форму с длительностью $\delta t_s = 150$ нс (полная ширина на половине высоты). Недостатком такого протокола является заранее заданное время сохранения – $t_{\rm echo} = \tau = 400$ нс, а преимуществом – отсутствие оптических шумов, так как после инициализации (или создания) АЧ гребенки и перед запуском сохраняемого импульса существует интервал времени, который значительно больше, чем время жизни оптического возбужденного состояния, и спонтанное излучение с возбужденного состояния незначительно. Вместе с тем известно, что используя эффект Штарка (Зеемана) для РЗ ионов во внешних импульсных электрических (магнитных) полях, можно вызывать контролируемую дефазировку и рефазировку возбуждаемой оптической и спиновой когерентности [24, 25]. Таким образом, можно кратно увеличивать время излучения сигнала фотонного эха $t_{\rm echo} = n\tau$ $(n = 1, 2, ...)$ и реализовать считывание входного сигнала по требованию [26, 27].

Для кодирования информации использовались поляризационные степени свободы. Логическому состоянию $|0\rangle$ соответствовало состояние одного фотона в моде с горизонтальной поляризацией, а состоянию $|1\rangle$ – в вертикально поляризованной моде. Недостатком такой кодировки для реализации оптической квантовой памяти являлась разная квантовая эффективность. Так, для горизонтальной поляризации эффективность составляла $\eta_H = 13.8\,\%$, а для вертикальной – $\eta_V = 7\,\%$.

Экспериментальная установка по томографии оптической КП представлена на рис. 4. Входные состояния приготавливаются с помощью ослабленных с помощью аттенюатора (Att) лазерных импульсов, поляризация которых фиксировалась поляроидом (P), а затем преобразовывалась полуволновой (HWP1) и четвертьволновой (QWP1) фазовыми пластинками. Таким образом, в КП можно было записывать произвольное поляризационное состояние света. Извлеченные из памяти оптические импульсы отражались зеркалом (M), проходили через полуволновую (HWP2) и четвертьволновую (QWP2) фазовые пластинки, а затем разделялись поляризационным светоделителем PBS на два канала, в каждом из которых устанавливались детекторы D1 и D2. Измерения проводились как в многофотонном, так и в квазиоднофотонном режиме. В многофотонном режиме коэффициент ослабления аттенюатора подбирался таким образом, что среднее число фотонов в импульсе было много больше единицы, и для регистрации таких импульсов использовались линейные фотодетекторы. В квазиоднофотонном режиме импульсы ослаблялись до среднего числа фотонов $\mu = 0.88$ и в качестве детекторов использовались кремниевые лавинные фотодиоды, работающие в режиме счета фотонов. Пример счетной гистограммы эха на основе АЧГ при записи и восстановлении состояния $|1\rangle$ в момент времени 0.4 мкс представлен на рис. 5.

4. Реконструкция процесса квантовой памяти. В общем случае однокубитный квантовый процесс может быть определен с помощью хи-матрицы, которая обеспечивает следующее преобразование матрицы плотности:

$$\rho_{\rm out} = \sum_{\alpha,\beta} \chi_{\alpha\beta} A_\alpha \rho_{in} A_\beta^\dagger, \quad \alpha, \beta = I, X, Y, Z, \qquad (1)$$

где

$$A_I = \frac{\sigma_0}{\sqrt{2}}, \quad A_X = \frac{\sigma_x}{\sqrt{2}}, \quad A_Y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{2}}, \quad A_Z = \frac{\sigma_z}{\sqrt{2}}$$

есть нормированный базис матриц Паули. Сама же хи-матрица с элементами $\chi_{\alpha\beta}$ размерности 4×4 имеет след, равный 2, и может быть представлена в виде $\chi = ee^\dagger$, где e – матрица размерности $4\times r$, $r \in [1, 4]$ – ранг квантовой операции. Варьируя ранг, можно получить максимальную точность восстановления параметров процесса, и при этом обеспечить адекватность модели экспериментальным данным.

Для полной томографии квантового процесса нужно подать на вход некоторый набор состояний и произвести над выходными состояниями набор взаимно дополнительных измерений. В настоящей работе был выбран "протокол куба". Использовалось шесть входных состояний: $|b_j\rangle = \{|+\rangle, |-\rangle, |+i\rangle, |-i\rangle, |0\rangle, |1\rangle\}$, а на выходе измерялись проекторы $P_i = |b_i\rangle\langle b_i|$, соответствующие наблюдаемым X, Y и Z. Указанные состояния и наблюдаемые обозначены на сфере Блоха во вставке на рис. 4.

На первом этапе производилась калибровка измерительной схемы в отсутствии КП в многофотонном режиме, т.е., по сути, проводилась томография единичного преобразования. Было обнаружено, что зеркало (M), присутствующее в измерительной схеме, вносит дополнительную разность фаз между горизонтально и вертикально поляризованным излучением, что приводит к дополнительному унитарному преобразованию поляризационных кубитов с матрицей $U_M = \begin{pmatrix} 0.36 + 0.93i & -0.08 - 0.03i \\ 0.08 - 0.03i & 0.36 - 093i \end{pmatrix}$, которая примерно соответствует повороту кубита на сфере Блоха вокруг оси Z [28] на угол $-137°$. С учетом этого наблюдения протокол измерений был скорректирован, и результаты измерений интерпретировались как измерения проекторов $P'_j = U_M^\dagger P_j U_M$.

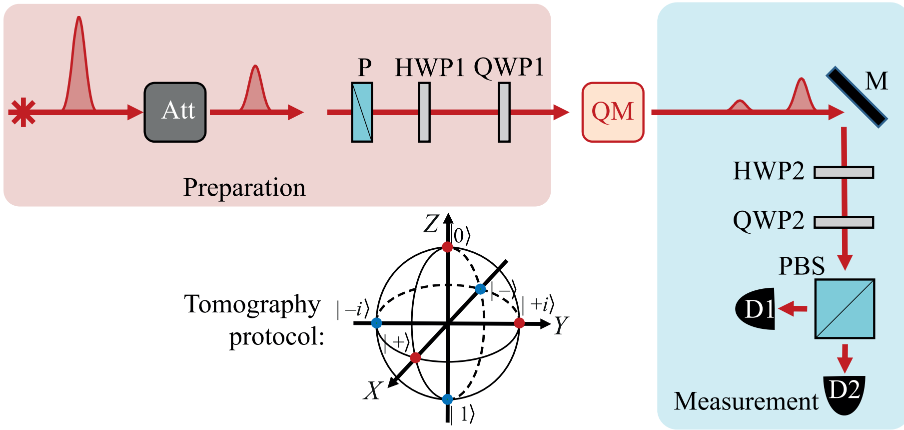

Рис. 4. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной установки по томографии однокубитной квантовой памяти и протокол томографии квантового процесса

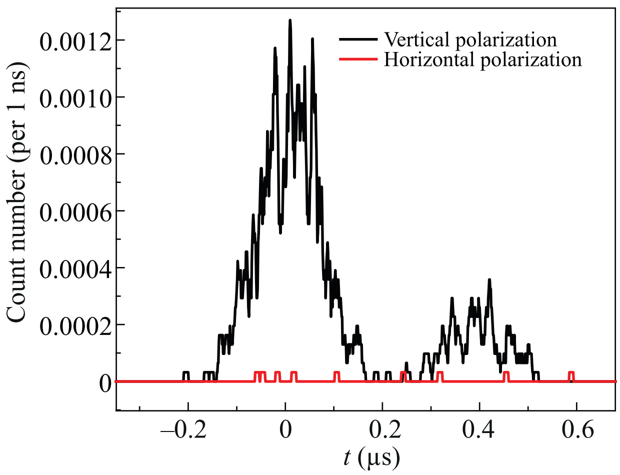

Рис. 5. (Цветной онлайн) Пример счетной гистограммы эха на основе АЧГ при записи и восстановлении состояния $|1\rangle$, в момент времени 0.4 мкс

На втором этапе томография происходила в квазиоднофотонном режиме. Для восстановления параметров процесса КП использовалась модель ранга 1, при этом, поскольку такой памяти свойственны несимметричные эффективности по отношению к компонентам вертикальной и горизонтальной поляризации, рассматривалась модель не сохраняющего след процесса. При измерении в квазиоднофотонном режиме существенную роль играют темновые шумы детекторов. Стандартный подход заключается в простом вычитании таких шумов из статистических данных. Более корректный подход требует модификации самой модели измерений. Эта модификация соответствует коррекции операторов измерения: $P_j'' = \frac{P_j'+\gamma I}{2\gamma+1}$, где γ – коэффициент засветки. Для выбора оптимального значения γ было минимизировано значение величины хи-квадрат $\chi^2 = \sum_{j=1}^{m}(O_j - E_j)^2/E_j$, где O_j есть зарегистрированные числа отсчетов, а E_j – их ожидаемые значения. На рисунке 6 показа-

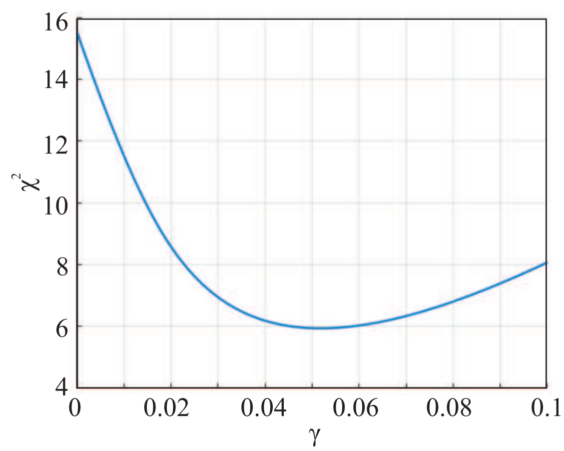

Рис. 6. (Цветной онлайн) Зависимость величины χ^2 от значения параметра засветки γ в модели измерений

на зависимость этой величины от рассматриваемого параметра засветки. Минимум данной функции обеспечивается значением $\gamma = 0.052$. Это значение соответствует расчетному значению $\gamma = \frac{2d}{\langle\eta\rangle\mu} = 0.050$, где $d = \tau R = 0.0023$ – вероятность темнового срабатывания детектора за время считывания импульса. Таким образом, используемый протокол КП на основе АЧГ действительно не вносит дополнительных оптических шумов. Именно это значение и будет использовано ниже для построения адекватной модели квантового процесса.

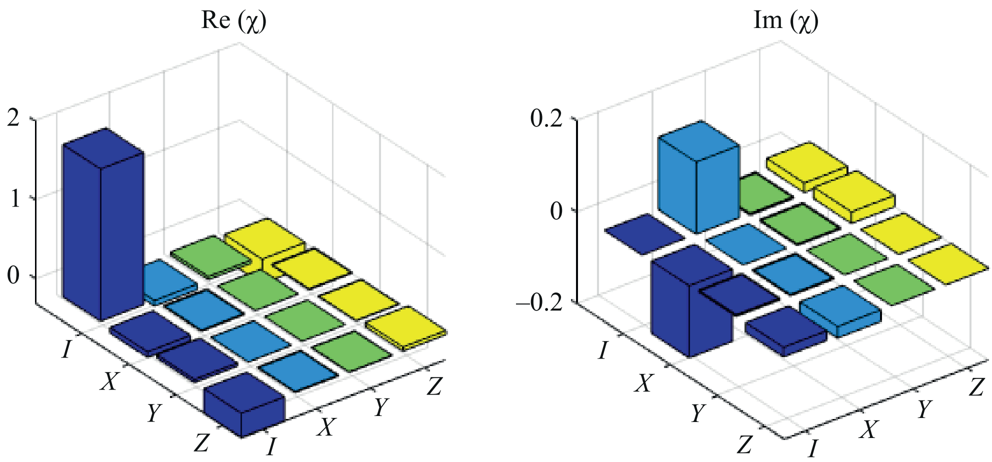

Рис. 7. (Цветной онлайн) Хи-матрица реконструированного процесса квантовой памяти в представлении Паули. Для идеального единичного преобразования все элементы хи-матрицы равны нулю, кроме $\chi_{II} = 2$ (в этом случае (1) обеспечивает единичное преобразование)

В результате реконструкции процесса ранга 1 была получена следующая неунитарная матрица:

$$J = \begin{pmatrix} 0.8234 - 0.0091i & -0.0564 - 0.0824i \\ -0.0149 - 0.0783i & 1.1426 + 0.0127i \end{pmatrix}, \quad (2)$$

которую можно интерпретировать как матрицу Джонса процесса, выполняемого квантовой памятью. Заметим, что полученная матрица определена с точностью до общих потерь всей измерительной схемы. Ее нормировка $\mathrm{Tr}(J^\dagger J) = 2$ совпадает с нормировкой произвольной унитарной матрицы, в том числе единичной. Это позволяет анализировать способность КП к сохранению логических состояний поляризационного кубита. Хи-матрица преобразования (2) изображена на рис. 7.

Полезно также рассмотреть матрицу переноса Паули (*Pauli transfer matrix*) данного процесса:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & -0.0636 & -0.0209 & -0.3156 \\ -0.0770 & 0.9480 & -0.0177 & 0.0539 \\ 0.0288 & 0.0240 & 0.9334 & -0.1580 \\ -0.3120 & -0.0277 & 0.1576 & 0.9837 \end{pmatrix}.$$

Данная матрица эквивалентна матрице Мюллера поляризационного преобразования. Первая строка данной матрицы описывает степень сохранения следа процесса. Для сохраняющего след процесса первая строка есть $(1\,0\,0\,0)$. Первый столбец матрицы R характеризует степень унитальности процесса. Для унитальных процессов первый столбец равен $(1\,0\,0\,0)^T$. Для идеального тождественного процесса матрица R является единичной.

Точность полученного преобразования по отношению к тождественному процессу составила 96.63 %. На рисунке 8 показаны теоретические интенсивности в сравнении с экспериментальными отсчетами. Коэффициент корреляции Пирсона между этими двумя наборами составил 0.9806. Близкое соответствие между экспериментальными данными и построенной теоретической моделью, наглядно представленное на рис. 7, подтверждается также критерием хи-квадрат.

Если рассмотреть более сложную модель, имеющую ранг 2, то реконструированная хи-матрица будет иметь собственные значения 1.9733 и 0.0267. Операторы Крауса имеют вид

$$E_1 = \begin{pmatrix} -0.8201 & 0.0572 + 0.0819i \\ 0.0157 + 0.0769i & -1.1331 - 0.0248i \end{pmatrix},$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} -0.1117 & -0.0363 - 0.0209i \\ -0.0813 - 0.0039i & 0.0759 + 0.0087i \end{pmatrix}.$$

Заметим, что вклад второй компоненты составляет всего около 1.3 %.

5. Выводы. На основе обзора областей применения оптической квантовой памяти и подходов к ее характеризации было выявлено, что существующие методы характеризации оптической квантовой памяти не позволяют в полной мере оценить возможность ее применения в задачах квантовой информатики. Для наиболее адекватной оценки необходимо рассматривать квантовую память как квантовый процесс в логическом базисе квантовых битов. В рамках данного подхода был проведен эксперимент по томографии оптической квантовой па-

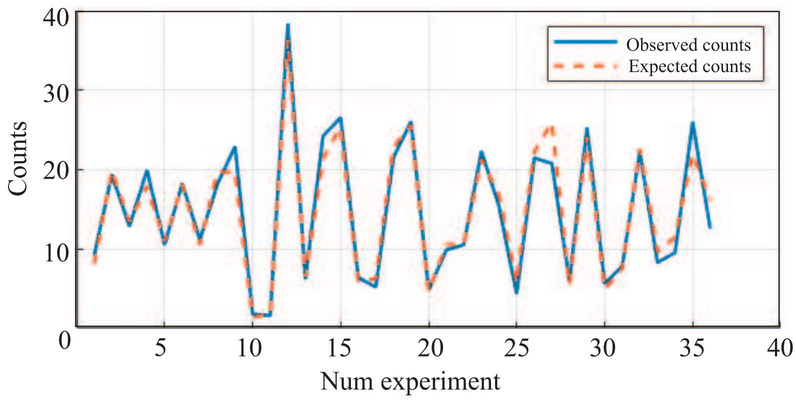

Рис. 8. (Цветной онлайн) Теоретические (на основе реконструированного процесса ранга 1) и экспериментальные значения числа фотоотсчетов в каждом из 36 измерений протокола томографии квантового процесса

мяти на основе эффекта фотонного эха в кристалле $Tm^{3+}:Y_3Al_5O_{12}$. При этом для кодирования кубитов использовались поляризационные степени фотонов с различной эффективностью восстановления для ортогональных компонент поляризации фотонного кубита. На первом этапе была проведена калибровка экспериментальной установки, соответствующая томографии единичного преобразования в многофотонном режиме, и было выявлено, что в измерительной схеме присутствует дополнительное унитарное преобразование, которое было учтено в последующих экспериментах. На втором этапе производилась томография однокубитной квантовой памяти в квазиоднофотонном режиме. При этом для построения адекватной модели измерений производился учет темновых шумов однофотонных детекторов. В результате было показано, что для описания однокубитной квантовой памяти можно использовать процесс ранга 1. Такая модель адекватно описывает экспериментальные данные с коэффициентом корреляции 0.9806. При этом матрица полученного процесса соответствует единичному преобразованию с точностью 96.63 %, что говорит о возможности применения реализованной оптической квантовой памяти в задачах квантовой информатики. Таким образом, была разработана и успешно апробирована в эксперименте процедура томографии квантовой памяти как однокубитного квантового процесса. Было показано, что соотношение амплитуд и разность фаз квазиоднофотонных состояний не претерпевает существенных изменений. В дальнейшем разработанный метод может быть обобщен на многокубитный случай, что позволит, в частности, исследовать точность сохранения перепутанности квантовых состояний. Отметим, что повышение эффективности квантовой памяти наряду с точностью восстановления сигнального импульса может быть достигнуто путем помещения рабочего вещества в резонатор с оптимальными параметрами [25]. Использование системы из нескольких взаимодействующих резонаторов также возможно [29, 30], что открывает новые возможности в реализации квантовой памяти и в расширении ее рабочего спектрального диапазона.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант # 19-72-10069). Результаты, представленные в разделе "Экспериментальная реализация протокола квантовой памяти на атомно-частотных гребенках", были получены при финансовой поддержке Минобрнауки России, Рег. номер НИОКТР 121020400113-1.

1. N. Sangouard, C. Simon, H. de Riedmatten, and N. Gisin, Rev. Mod. Phys. **83**, 33 (2011).
2. K. Heshami, D. G. England, P. C. Humphreys, P. J. Bustard, V. M. Acosta, J. Nunn, and B. J. Sussman, J. Mod. Opt. **63**, 2005 (2016).
3. P. Goldner, A. Ferrier, and O. Guillot-Noël, *Rare Earth-Doped Crystals for Quantum Information Processing*, Handbook on the Physics and Chemistry of Rare Earths, Elsevier B. V., Amsterdam (2015).
4. M. Zhong, M. P. Hedges, R. L. Ahlefeldt, J. G. Bartholomew, S. E. Beavan, S. M. Wittig, J. J. Longdell, and M. J. Sellars, Nature **517**, 177 (2015).
5. S. R. Hastings-Simon, M. Afzelius, J. Minář, M. U. Staudt, B. Lauritzen, H. De Riedmatten, N. Gisin, A. Amari, A. Walther, S. Kröll, E. Cavalli, and M. Bettinelli, Phys. Rev. B – Condens. Matter Mater. Phys. **77**, 125111 (2008).
6. M. Gündoğan, P. M. Ledingham, A. Almasi, M. Cristiani, and H. de Riedmatten, Phys. Rev. Lett. **108**, 190504 (2012).

7. C. Clausen, F. Bussiéres, M. Afzelius, and N. Gisin, Phys. Rev. Lett. **108**, 190503 (2012).
8. Z.-Q. Zhou, W.-B. Lin, M. Yang, C.-F. Li, and G.-C. Guo, Phys. Rev. Lett. **108**, 190505 (2012).
9. Y. I. Bogdanov, A. A. Kalinkin, S. P. Kulik, E. V. Moreva, and V. A. Shershulin, New J. Phys. **15**, 035012 (2013).
10. Ю. И. Богданов, Б. И. Бантыш, А. А. Калинкин, С. П. Кулик, Е. В. Морева, and В. А. Шершулин, ЖЭТФ **145**, 963 (2014).
11. S. A. Moiseev and B. S. Ham, Phys. Rev. A **70**, 063809 (2004).
12. W. Tittel, M. Afzelius, T. Chaneliére, R. L. Cone, S. Kröll, S. A. Moiseev, and M. Sellars, Laser Photonics Rev. **4**, 244 (2009).
13. T. Chaneliere, J. Ruggiero, M. Bonarota, M. Afzelius, and J.-L. Le Gouët, New J. Phys. **12**, 023025 (2010).
14. Y. I. Bogdanov, G. Brida, I. D. Bukeev, M. Genovese, K. S. Kravtsov, S. P. Kulik, E. V. Moreva, A. A. Soloviev, and A. P. Shurupov, Phys. Rev. A **84**, 042108 (2011).
15. Б. И. Бантыш, А. Ю. Чернявский, and Ю. И. Богданов, Письма в ЖЭТФ **111**, 615 (2020).
16. P. Ben Dixon, D. Rosenberg, V. Stelmakh, M. E. Grein, R. S. Bennink, E. A. Dauler, A. J. Kerman, R. J. Molnar, and F. N. C. Wong, Phys. Rev. A **90**, 043804 (2014).
17. H. Wang, Y. M. He, T. H. Chung et al. (Collaboration), Nat. Photonics **13**, 770 (2019).
18. H. J. Briegel, W. Dür, J. I. Cirac, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **81**, 5932 (1998).
19. H.-S. Zhong, H. Wang, Y.-H. Deng et al. (Collaboration), Science **370**, 1460 (2020).
20. M. Hosseini, G. Campbell, B. M. Sparkes, P. K. Lam, and B. C. Buchler, Nat. Phys. **7**, 794 (2011).
21. M. Lobino, C. Kupchak, E. Figueroa, and A. I. Lvovsky, Phys. Rev. Lett. **102**, 1 (2009).
22. M. Bonarota, J. Ruggiero, J. L. L. Gouët, and T. Chaneliére, Phys. Rev. A At. Mol. Opt. Phys. **81**, 1 (2010).
23. M. Bonarota, J. L. Le Gouët, S. A. Moiseev, and T. Chaneliere, J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys. **45**, 124002 (2012).
24. K. I. Gerasimov, S. A. Moiseev, and R. B. Zaripov, Appl. Magn. Reson. **48**, 795 (2017).
25. M. M. Minnegaliev, K. I. Gerasimov, R. V. Urmancheev, A. M. Zheltikov, and S. A. Moiseev, Phys. Rev. B **103**, 174110 (2021).
26. S. P. Horvath, M. K. Alqedra, A. Kinos, A. Walther, J. M. Dahlström, S. Kröll, and L. Rippe, Phys. Rev. Res. **3**, 023099 (2021).
27. I. Craiciu, M. Lei, J. Rochman, J. G. Bartholomew, and A. Faraon, Optica **8**, 114 (2021).
28. M. Нильсен, И. Чанг, *Квантовые вычисления и квантовая информация*, пер с англ., Мир, М. (2006).
29. С. А. Моисеев, Н. С. Перминов, Письма в ЖЭТФ **111**, 602 (2020).
30. С. А. Моисеев, Н. С. Перминов, А. М. Желтиков, Письма в ЖЭТФ **115**, 353 (2022).