Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 2, с. 116 – 122

Максимум в спектре терагерцового фотоотклика квантового точечного контакта

Д. М. Казанцев[+*], *В. Л. Альперович*[+*1)], *В. А. Ткаченко*[+*×], *З. Д. Квон*[+*]

[+]*Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[*]*Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

[×]*Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 8 июня 2022 г.
После переработки 8 июня 2022 г.
Принята к публикации 12 июня 2022 г.

Эффект исчезновения гигантской терагерцовой фотопроводимости квантового точечного контакта при увеличении энергии фотонов, обнаруженный экспериментально (M. Otteneder et al., Phys. Rev. Appl. **10**, 014015 (2018)) и изученный численным моделированием фотонно-стимулированного транспорта (О. А. Ткаченко и др., Письма в ЖЭТФ **108**, 396 (2018)), объяснен необходимостью выполнения закона сохранения импульса при поглощении фотонов туннелирующими электронами и на основе расчета по теории возмущений.

DOI: 10.31857/S1234567822140087, EDN: izlsqs

Физические явления в наноструктурах, обусловленные влиянием высокочастотных электромагнитных полей на квантовый транспорт электронов, рассматривались в большом числе работ [1–11]. В первую очередь теоретически и экспериментально исследовалось резонансное фотонно-стимулированное туннелирование в сверхпроводящих и полупроводниковых структурах с атомно-резкими потенциальными барьерами [1–6]. Создание квантового точечного контакта (КТК) – латеральной наноструктуры, состоящей из короткого, управляемого затвором сужения в высокоподвижном двумерном электронном газе (ДЭГ) [12–14], открыло путь к изучению фотонно-стимулированного прохождения электронов через плавный потенциальный барьер, однако до недавнего времени эти исследования были только теоретическими [7–9].

В работах [15–17] был впервые обнаружен и исследован эффект гигантской фотопроводимости арсенид-галлиевого КТК при облучении терагерцовым излучением с энергией кванта $\hbar\omega_0 = 2.85$ мэВ, близкой к разности между энергией Ферми и вершиной потенциального барьера $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F$ (рис. 1a). Эффект был объяснен фотонно-стимулированным транспортом (ФСТ) электронов, обусловленным поглощением фотонов [15–17]. Однако обнаруженное в [15] исчезновение фотоотклика для большей энергии кванта $\hbar\omega_0 = 6.74$ мэВ, хотя и согласуется с результатами численного решения нестационарного уравнения Шредингера [7, 16], не получило ясного физического объяснения. Другая (отличная от ФСТ) картина формирования гигантского фотоотклика КТК, основанная на эффекте модуляции высоты туннельного барьера электромагнитным полем, была развита в недавней работе [18] для объяснения сильной сверхлинейной зависимости величины фотопроводимости от интенсивности терагерцового излучения в глубоком туннельном режиме. Однако в рамках картины, построенной в [18], вопрос о причине исчезновения фотопроводимости при увеличении частоты излучения также оставался открытым. В данной работе предлагается объяснение эффекта исчезновения фотопроводимости КТК при высоких частотах, основанное на необходимости сохранения квазиимпульса при оптических переходах и обоснованное расчетом спектров ФСТ по теории возмущений.

На качественном уровне объяснение максимума ФСТ при энергии квантов, близкой к разности между вершиной барьера и уровнем Ферми, состоит в следующем. В присутствии электромагнитной волны с частотой ω, закон сохранения энергии позволяет электрону переходить в состояния Флоке с энергиями $E_0 \pm n \cdot \hbar\omega$, где E_0 – начальная энергия, $n = 1, 2, \ldots$ – число поглощенных (+) или испущенных (–) квантов излучения. Для выполнения закона сохранения импульса, поглощение фотонов должно происходить

[1)]e-mail: alper@isp.nsc.ru

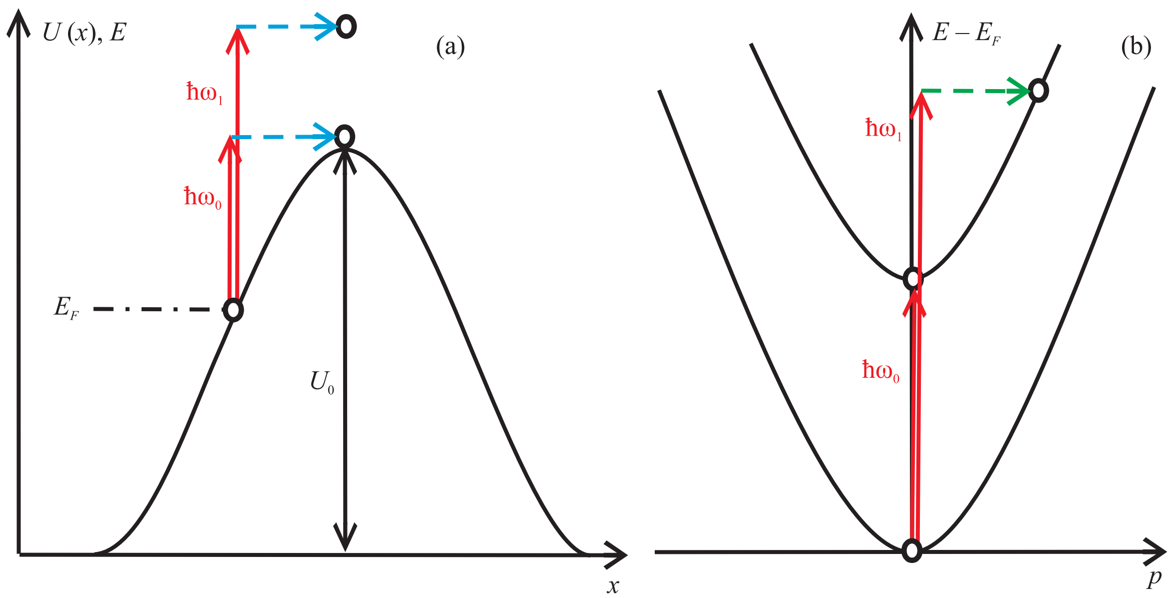

Рис. 1. (Цветной онлайн) Иллюстрация ФСТ через плавный потенциальный барьер на диаграммах энергия-координата (a) и энергия-квазиимпульс (b) при поглощении электронами фотонов с энергией $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F$, соответствующей переходу к вершине барьера, и для большей энергии фотонов $\hbar\omega_1 > \hbar\omega_0$. На рисунке 1b нижняя и верхняя параболы соответствуют законам дисперсии электронов вблизи точки остановки и вблизи вершины барьера, соответственно; рассеяние по импульсу показано горизонтальной штриховой стрелкой

с одновременным рассеянием по импульсу: на фононах или примесях в объеме кристалла, либо при взаимодействии с наноструктурами. Для наноструктур с квантовыми уровнями или квазиуровнями, которые существуют и в отсутствие облучения, резонансы ФСТ проявляются, как правило, в виде фотонных реплик резонансов в туннельном транспорте электронов.

В КТК с одиночным плавным барьером, в котором нет резких скачков потенциала, уровней или квазиуровней, в отсутствие излучения нет и резонансов в энергетической зависимости коэффициента прохождения $D(E)$; как следствие, фотонные реплики наблюдаться не могут. Тем не менее, в фотоотклике такого КТК может наблюдаться спектральный резонанс при переходе электронов к вершине барьера. Причина резонанса проиллюстрирована на диаграмме энергия-квазиимпульс (рис. 1b), где показаны законы дисперсии электронов вблизи точки остановки и вблизи вершины барьера, а также оптические переходы с энергиями фотонов $\hbar\omega_0$ и $\hbar\omega_1$. Видно, что для "резонансной" энергии фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F$ оптический переход со дна нижней на дно верхней параболы является вертикальным и не требует дополнительного рассеяния по импульсу, поэтому вероятность такого перехода велика. Напротив, при $\hbar\omega_1 > \hbar\omega_0$, переход в состояние с большой кинетической энергией электрона над вершиной барьера требует одновременного рассеяния по импульсу, поэтому вероятность такого перехода мала в силу малости вероятности приобретения большого импульса при прохождении плавного барьера. В результате при $\hbar\omega > \hbar\omega_0$ вероятность ФСТ уменьшается при увеличении $\hbar\omega$ благодаря уменьшению вероятности поглощения фотонов. При $\hbar\omega < \hbar\omega_0$, когда конечная энергия электрона меньше высоты барьера, ФСТ увеличивается при увеличении энергии фотонов из-за увеличения вероятности туннелирования электронов через барьер. В результате величина ФСТ достигает максимума при $\hbar\omega \approx \hbar\omega_0$. Аналогичная картина формирования спектральных максимумов справедлива и для многофотонных переходов с $n > 1$.

Следует отметить, что в предложенной качественной картине формирования спектра ФСТ, "резонансный" оптический переход является прямым (вертикальным) в k-пространстве (рис. 1b), но непрямым в обычном, x-пространстве. Другими словами, в процессе перехода электрон сдвигается из точки остановки к вершине барьера (рис. 1a). На самом деле, стационарные электронные состояния делокализованы как в обычном, так и в импульсном пространстве, поэтому простая картина оптических переходов между состояниями с хорошо определенными законами дисперсии справедлива, по-видимому, только для достаточно плавных потенциальных барьеров, когда неопределенность импульса сравнительно мала. Из соотношения неопределенностей можно оценить квазиимпульс Δp, приобретаемый электроном при прохождении через КТК, и полуширину спектрального максимума $\Delta E \sim (\Delta p)^2/2m^*$, где m^* – эффективная масса электрона. Взяв неопределенность координаты равной полуширине потенциального барьера на уровне Ферми $\Delta x \approx 30$ нм, получаем $\Delta E \approx 0.5$ мэВ, что согласуется по порядку величины с результатами численного расчета [17].

Несмотря на простоту и наглядность предложенного объяснения "резонансного" спектрального максимума, вопрос о том, в какой степени это объяснение применимо к реальной картине формирования спектра фотоотклика КТК, остается открытым. Действительно, с одной стороны, согласно этому объяснению, благодаря приблизительному равенству волновых векторов начального и конечного состояний в пространственных областях вблизи точек остановки, эти области должны давать основной вклад в матричный элемент перехода. С другой стороны, и начальное, и конечное состояния электрона принадлежат непрерывному спектру и являются делокализованными, поэтому значительный вклад в матричный элемент перехода может вносить широкая область вдали от точек остановки. Однако этот вклад ослаблен различием квазиклассических волновых векторов; в частности, на большом расстоянии от потенциального барьера оптические переходы вообще невозможны, поскольку, как известно, свободный электрон не может поглотить фотон.

Для того чтобы выяснить, какая область пространства вносит основной вклад в спектральный максимум фотоотклика КТК и проанализировать вклад различных факторов в формирование этого максимума, мы рассчитали спектр ФСТ как произведение вероятности оптического перехода W на вероятность прохождения электрона D через потенциальный барьер в конечном состоянии. Следует отметить, что идея использования такого произведения для объяснения спектрального максимума фотоотклика КТК была ранее предложена, хотя и не реализована, в работе [7]. Мы рассчитали вероятность оптического перехода из начального состояния с энергией Ферми $E_i = E_F$ в конечное состояние с энергией $E_f = E_F + \hbar\omega$ в рамках теории возмущений первого порядка, с использованием золотого правила Ферми $W = 2\pi/\hbar \cdot |\langle\psi_f|H'|\psi_i\rangle|^2\delta(E_f - E_i - \hbar\omega)$. Волновые функции начального ψ_i и конечного ψ_f состояний были взяты из решения задачи о прохождении электрона через плавный потенциальный барьер Эккарта с характерной шириной d: $U(x) = U_0/\cosh^2(x/d)$ [19]. Волновые функции были нормированы на поток

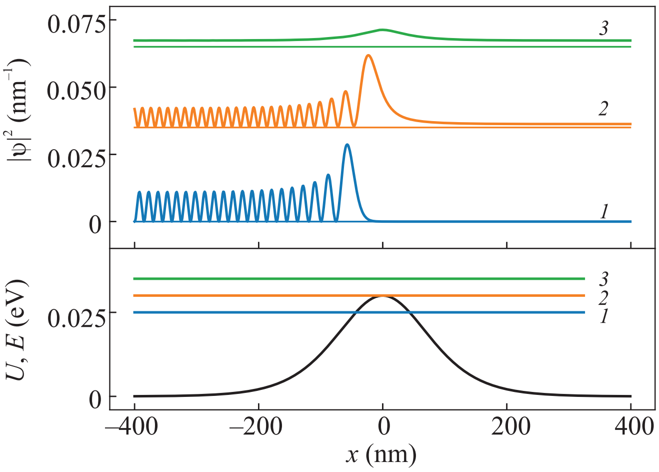

Рис. 2. (Цветной онлайн) Верхняя часть рисунка: квадраты модуля волновых функций $|\psi(x)|^2$ в координатном представлении для энергий налетающих электронов ниже вершины барьера $E = 25$ мэВ (*1*), вровень с вершиной $E = 30$ мэВ (*2*) и выше вершины $E = 35$ мэВ (*3*). Графики $|\psi(x)|^2$ для различных энергий сдвинуты по вертикали для удобства восприятия. Нижняя часть рисунка: потенциальный барьер Эккарта высотой $U_0 = 30$ мэВ и шириной $d = 100$ нм. Горизонтальные линии показывают соответствующие энергии налетающих электронов

электронов 10^{12} с$^{-1}$. В верхней части рис. 2 показаны графики квадрата модуля волновых функций $|\psi(x)|^2$ в координатном представлении для трех различных энергий электронов. В нижней части рисунка, показан потенциальный барьер $U(x)$, а энергии электронов обозначены горизонтальными линиями. Видно, что для низкой энергии налетающего электрона $E = 25$ мэВ (на 5 мэВ ниже вершины барьера), слева от барьера образуется стоячая волна благодаря практически полному отражению. Для энергии электрона, равной высоте барьера $E = 30$ мэВ, коэффициенты отражения и прохождения приблизительно равны 0.5, поэтому справа от барьера имеется заметная амплитуда прошедшей волны, а слева величина $|\psi(x)|^2$ не достигает нуля (составляет около 3 % от максимума). Наконец, для энергии $E = 35$ мэВ (на 5 мэВ выше вершины барьера) наблюдается практически полное прохождение $D \approx 0.99999$, амплитуда осцилляций $|\psi(x)|^2$, связанная с надбарьерным отражением, составляет менее 1 %, а максимум $|\psi(x)|^2$ связан с квазиклассическим торможением, т.е. с уменьшением скорости электрона при движении над вершиной барьера.

Гамильтониан H' взаимодействия между электроном и электромагнитным излучением был взят из [20], а коэффициент прохождения электронов в конечном состоянии $D(E_F + \hbar\omega_0)$ – из [19]. Расчет проводился для интенсивности терагерцового излучения, независящей от $\hbar\omega$ и равной 200 мВт/см^2. Использовалась одномерная плотность состояний $\rho(E) = \sqrt{2m}/\pi\hbar\sqrt{E}$ для кинетической энергии электронов $E = E_F + \hbar\omega$, находящихся вдали от барьера.

На рисунке 3 показаны спектры величины ФСТ $\approx W \times D$, рассчитанные для КТК с шириной

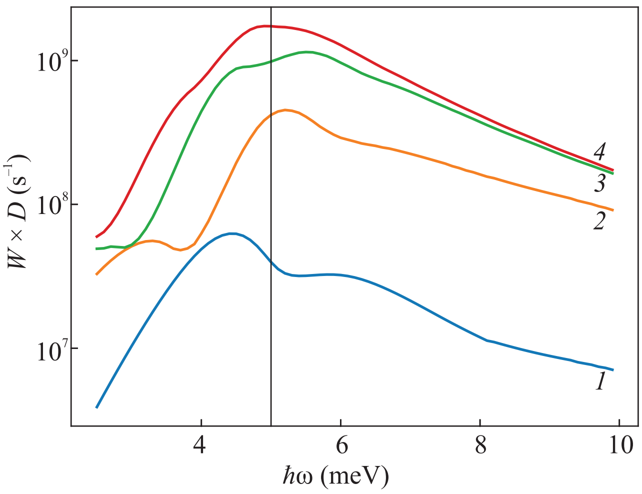

Рис. 3. (Цветной онлайн) Спектры фотоотклика, рассчитанные для КТК с шириной барьера $d = 100$ нм, высотой $U_0 = 30$ мэВ, энергией Ферми электронов $E_F = 25$ мэВ. Матричный элемент оптического перехода рассчитывался интегрированием по пространственной области $|x| < L$, с различной величиной L по отношению к характерной ширине барьера d: *1* – $L = d$; *2* – $2d$; *3* – $3d$; *4* – $4d$. "Резонансная" энергия фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F = 5$ мэВ показана вертикальной линией

и высотой потенциального барьера $d = 100$ нм и $U_0 = 30$ мэВ, фиксированной энергии $E_F = 25$ мэВ и различных значений L – полуширины области пространства от $-L$ до $+L$ вокруг центра барьера, по которой проводилось интегрирование при вычислении матричного элемента оптического перехода. Спектральная область ограничена энергиями квантов $\hbar\omega > (U_0 - E_F)/2$, поскольку для меньших энергий квантов существенный вклад в ФСТ вносят многофотонные процессы [16, 17], которые не учитывались в данном расчете. Видно, что во всех спектрах основной пик центрирован приблизительно вблизи энергии фотонов $\hbar\omega_0 \approx U_0 - E_F = 5$ мэВ, соответствующей оптическим переходам с уровня Ферми к вершине барьера. При $\hbar\omega < \hbar\omega_0$, рост ФСТ при увеличении энергии фотонов обусловлен увеличением коэффициента прохождения D; при $\hbar\omega > \hbar\omega_0$, D насыщается, а уменьшение ФСТ обусловлено уменьшением вероятности оптических переходов W; в результате, формируется "резонансный" пик при $\hbar\omega \approx \hbar\omega_0$. Эти соображения соответствуют качественному объяснению пика в спектре фотоотклика КТК.

Сравнение спектров для различных величин L показывает, что основной вклад в резонансный пик ФСТ вносит интегрирование по области $L \leq 3d$; в этой области потенциальный барьер модифицирует волновые функции электронов таким образом, что оптические переходы становятся возможными. Видно, что уменьшение ширины области интегрирования до $L = d$ ведет к значительному уменьшению амплитуды пика, в то время как для $L > 3d$, амплитуда и форма пика насыщаются при дальнейшем увеличении L. Следует отметить, что для выбранных параметров барьера и энергии электронов, точка остановки лежит в пределах $L \sim d$. Этот факт ограничивает применимость предложенного выше качественного объяснения, основанного на предположении, что основной вклад в оптические переходы дают области вблизи точек остановки. На самом деле, существенный вклад в матричный элемент дает более широкая область потенциального барьера, включающая его "подножие".

Отметим, что сравнительно слабые дополнительные "плечи" и экстремумы, которые проявляются на фоне основного пика для малых областей интегрирования L, являются "боковыми лепестками", возникающими из-за конечной величины окна интегрирования. Другой артефакт состоял в похожих на шум колебаниях, которые проявлялись в расчетных спектрах ФСТ из-за вариаций фазы подынтегрального выражения матричного элемента на границах области интегрирования при изменении $\hbar\omega$; эти колебания подавлялись усреднением по фазе.

На рисунке 4 показаны спектры ФСТ, рассчитанные при фиксированной высоте потенциального барьера U_0 и различных положениях уровня Ферми E_F. Видно, что для всех значений E_F, спектральное положение основного пика соответствует оптическим переходам с уровня Ферми к вершине потенциального барьера, в соответствии с результатами численных расчетов [17] и с качественным объяснением пика в ФСТ, предложенным в данной работе (рис. 1). С увеличением E_F, пик уширяется и становится менее выраженным. Этот факт согласуется с приведенными выше соображениями, основанными на соотношении неопределенностей. Видно также, что наклон высокоэнергетического крыла пика слабо зависит от положения уровня Ферми.

Для дальнейшего прояснения вопроса о механизме формирования максимума, мы рассчитали спектр

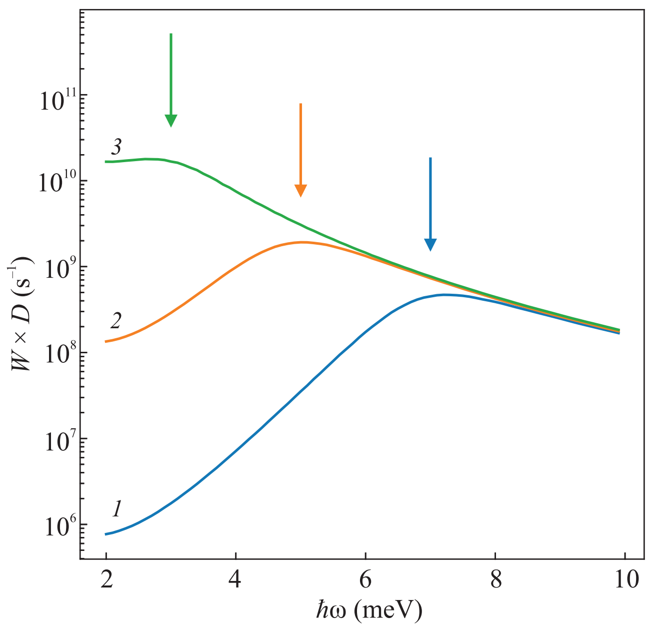

Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектры ФСТ, рассчитанные для КТК с шириной потенциального барьера $d =$ 100 нм, высотой $U_0 = 30$ мэВ и различных положений уровня Ферми: *1* – $E_F = 23$ мэВ; *2* – 25 мэВ; *3* – 27 мэВ. Для каждого спектра стрелкой показана соответствующая "резонансная" энергия фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F$

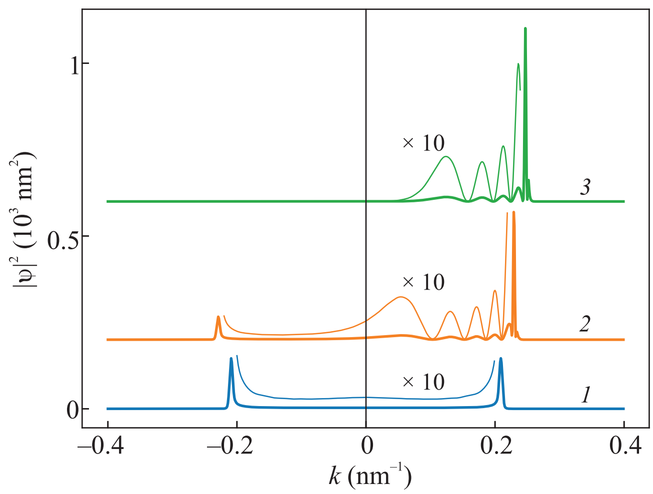

Рис. 5. (Цветной онлайн) Квадраты модуля волновых функции $|\psi(k)|^2$ в импульсном представлении для энергий налетающих электронов ниже $E = 25$ мэВ (*1*), вровень $E = 30$ мэВ (*2*) и выше вершины барьера $E = 35$ мэВ (*3*). Для удобства восприятия, части волновых функций между дельта-образными пиками, соответствующими налетающим и отраженным электронам, увеличены в 10 раз, а графики для различных энергий сдвинуты по вертикали

ФСТ через волновые функции электронов в импульсном представлении. Квадраты модуля этих функций $|\psi(k)|^2$ для различных энергий налетающих электронов показаны на рис. 5. Видно, что для энергии электрона на 5 мэВ ниже высоты барьера, $|\psi(k)|^2$ состоит из двух дельта-образных пиков, соответствующих импульсам налетающего (правый пик) и отраженного (левый пик) электрона, а также слабой симметричной монотонной "подкладки" между пиками, отражающей процесс торможения налетающего и ускорения отраженного электрона на левом склоне потенциального барьера. Для энергии, равной высоте барьера, коэффициент прохождения $D \sim 0.5$; соответственно, левый дельта-пик существенно меньше правого. При этом волновая функция $|\psi(k)|^2$ между дельта-пиками становится асимметричной: доминирует область положительных импульсов, в которой наблюдаются дополнительные, сравнительно широкие пики. Для энергии на 5 мэВ выше высоты барьера, левый дельта-пик не наблюдается, поскольку отраженная волна практически отсутствует, а дополнительные пики сдвигаются в сторону больших положительных импульсов. Положение наиболее выраженного пика, лежащего ближе к $k = 0$, соответствует импульсу электронов, пролетающих в области вблизи вершины барьера. Дополнительные пики при больших импульсах представляют собой, вероятно, "боковые лепестки" ("гиббсовские осцилляции") величины $|\psi(k)|^2$, возникающие в Фурье-образе благодаря локализации волновой функции электрона в области барьера (рис. 2).

Импульсное представление величины $|\psi(k)|^2$ (рис. 5) позволяет дать дополнительное обоснование роли закона сохранения импульса в эффекте исчезновения фотопроводимости при больших энергиях фотонов. Действительно, в исходном состоянии (нижняя кривая на рис. 5) средний импульс равен нулю, а в конечном состоянии выше вершины барьера $E > U_0$ импульс отличен от нуля и соответствует практически полному прохождению электрона. Как следствие, в силу закона сохранения импульса, вероятность оптического перехода между этими состояниями мала и падает с увеличением энергии фотонов.

На рисунке 6 показаны спектры ФСТ, рассчитанные для КТК с шириной и высотой потенциального барьера $d = 100$ нм и $U_0 = 30$ мэВ, для фиксированной энергии $E_F = 25$ мэВ и для различных значений K – полуширины области k-пространства от $-K$ до $+K$, по которой проводилось интегрирование при вычислении матричного элемента оптического перехода. Видно, что аналогично расчету матричного элемента по координатным волновым функциям (рис. 3), основной пик во всех спектрах цен-

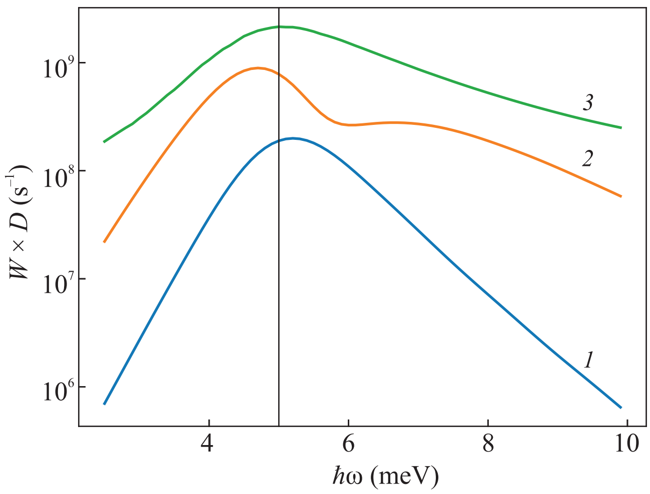

Рис. 6. (Цветной онлайн) Спектры фотоотклика, рассчитанные для КТК с шириной барьера $d = 100$ нм, высотой $U_0 = 30$ мэВ, энергией Ферми электронов $E_F = 25$ мэВ. Матричный элемент оптического перехода рассчитывался интегрированием по областям импульсов $|k| < K$, с различной величиной K (по отношению к волновому вектору электронов до (k_1) и после (k_2) оптического перехода): *1* – $K = 0.25k_1$; *2* – $0.5k_1$; *3* – $1.1k_2$. "Резонансная" энергия фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F = 5$ мэВ показана вертикальной линией

трирован приблизительно вблизи энергии фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F = 5$ мэВ, соответствующей оптическим переходам с уровня Ферми к вершине барьера. Сравнение спектров на рис. 6 для различных величин K показывает, что значительный вклад в резонансный пик ФСТ вносит интегрирование по всей области между дельта-пиками, соответствующими падающей и прошедшей волне, а не только области вблизи точек остановки, где квазиклассический импульс близок к нулю. Это согласуется со сделанным из рис. 3 выводом о том, что значительный вклад в матричный элемент оптического перехода вносит "подножие" барьера, а не только области вблизи точек остановки, как предполагалось в простом качественном объяснении происхождения резонансного пика в спектре ФСТ, проиллюстрированном на рис. 1. Тем не менее, мы полагаем, что это объяснение правильно указывает на главную причину экспериментально наблюдавшегося падения величины ФСТ при превышении энергии фотонов над резонансным значением. Эта причина состоит в падении матричного элемента оптического перехода при большом различии импульсов начального и конечного состояний электрона.

Соображения о сохранении импульса при оптических переходах имеют общий характер и могут быть использованы для объяснения не только спектров ФСТ КТК, но и для качественной интерпретации спектров фотоионизации других физических объектов и, в частности, атома водорода. Сечение фотоионизации атома водорода падает с ростом энергии фотонов во всех известных моделях, включая борновское приближение и модель Зоммерфельда, учитывающую кулоновское взаимодействие электрона с ионом [21]. На это падение полезно посмотреть с точки зрения закона сохранения импульса при оптическом переходе из связанного состояния в непрерывный спектр. Действительно, в связанном состоянии у электрона нет определенного импульса, но есть распределение по импульсам, ширина которого порядка $\hbar/a_B$, где a_B – боровский радиус. Можно сказать, что фотон "выхватывает" электрон из этого распределения и переводит в непрерывный спектр. Пренебрегая малым импульсом фотона, на диаграмме энергия-импульс оптический переход можно считать вертикальным. Вероятность найти электрон с определенным импульсом в связанном состоянии падает при увеличении импульса. Как следствие, с ростом энергии фотонов сечение фотоионизации уменьшается. Характерная ширина хвоста спектра фотоионизации соответствует импульсу ионизованного электрона $k \sim \hbar/a_B$, в согласии с приведенным качественным объяснением. Аналогичные соображения справедливы для объяснения спектра фотоионизации мелких водородоподобных примесных центров в полупроводниках.

Таким образом, соображения о сохранении квазиимпульса при поглощении фотонов дают качественное объяснение немонотонной ("резонансной") зависимости фотоотклика КТК с максимумом вблизи энергии фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F$, наблюдавшейся в эксперименте [15], а также полученной численным расчетом [17]. В рамках предложенной картины оценена ширина спектральных максимумов и качественно объяснена эволюция формы спектров при изменении положения уровня Ферми. Проведенный расчет спектра ФСТ по теории возмущений качественно согласуется с предложенным объяснением, однако накладывает на него количественные ограничения.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (Государственное задание для ИФП СО РАН).

1. A. H. Dayem and R. J. Martin, Phys. Rev. Lett. **8**, 246 (1962).
2. P. K. Tien and J. P. Gordon, Phys. Rev. **129**, 647 (1963).
3. M. Büttiker and R. Landauer, Phys. Rev. Lett. **49**, 1739 (1982).

4. D. D. Coon and H. C. Liu, J. Appl. Phys. **58**, 2230 (1985).
5. M. Grifoni and P. Hünggi, Phys. Rep. **304**, 229 (1998).
6. G. Platero and R. Aguado, Phys. Rep. **395**, 1 (2004).
7. J.-Y. Ge and J. Z. H. Zhang, J. Chem. Phys. **105**, 8628 (1996).
8. K. Yakubo, S. Feng, and Q. Hu, Phys. Rev. B **54**, 7987 (1996).
9. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheyev, and H. Nejoh, *Proc. 5th Int. Symp. Foundations of Quantum Mechanics in the Light of New Technology (ISQM-Tokyo'95), Japan, August 21–24, 1995*, ed. by K. Fujikawa and Y. A. Ono, Elsevier/North Holland, N.Y. (1996), p. 207.
10. S. Morina, O. V. Kibis, A. A. Pervishko, and I. A. Shelykh, Phys. Rev. B **91**, 155312 (2015).
11. V. M. Kovalev, W.-K. Tse, M. V. Fistul, and I. G. Savenko, New J. Phys. **20**, 083007 (2018).
12. B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988).
13. D. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones, J. Phys. C: Solid State Phys. **21**, L209 (1988).
14. M. Büttiker, Phys. Rev. B. **41**, 7906 (1990).
15. M. Otteneder, Z. D. Kvon, O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, A. S. Jaroshevich, E. E. Rodyakina, A. V. Latyshev, and S. D. Ganichev, Phys. Rev. Appl. **10**, 014015 (2018).
16. О. А. Ткаченко, В. А. Ткаченко, Д. Г. Бакшеев, З. Д. Квон, Письма в ЖЭТФ **108**, 422 (2018).
17. В. А. Ткаченко, З. Д. Квон, О. А. Ткаченко, А. С. Ярошевич, Е. Е. Родякина, Д. Г. Бакшеев, А. В. Латышев, Письма в ЖЭТФ **113**, 328 (2021).
18. M. Otteneder, M. Hild, Z. D. Kvon, E. E. Rodyakina, M. M. Glazov, and S. D. Ganichev, Phys. Rev. B **104**, 205304 (2021).
19. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика: нерелятивистская теория*, 3-е изд., Наука, М. (1974), т. 3, с. 105.
20. А. И. Ансельм, *Введение в теорию полупроводников*, Наука, М. (1978), с. 407.
21. В. А. Астапенко, *Взаимодействие излучения с атомами и наночастицами*, Издательский дом "Интеллект", Долгопрудный (2010), 496 с.