Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 3, с. 159 – 170 © 2022 г. 10 августа

Уплощение зон и слияние уровней Ландау в сильно коррелированных двумерных электронных системах (Миниобзор)

В. Т. Долгополов[+], *М. Ю. Мельников*[+], *А. А. Шашкин*[+ 1)], *С. В. Кравченко*[* 1)]

[+]*Институт физики твердого тела, 142432 Черноголовка, Россия*

[*]*Physics Department, Northeastern University, Boston, Massachusetts 02115, USA*

Поступила в редакцию 27 апреля 2022 г.
После переработки 10 июня 2022 г.
Принята к публикации 21 июня 2022 г.

В этом обзоре мы обсуждаем недавние экспериментальные результаты, указывающие на уплощение зон и слияние уровней Ландау на уровне химического потенциала в сильно коррелированных двумерных (2D) электронных системах. В сверхчистой сильно взаимодействующей двумерной электронной системе в квантовых ямах SiGe/Si/SiGe эффективная масса электрона на уровне Ферми монотонно возрастает во всем диапазоне электронных плотностей, в то время как усредненная по энергии масса насыщается при низких плотностях. Качественно различное поведение двух масс в этой электронной системе указывает на вызванное межэлектронным взаимодействием уплощение одночастичного спектра на уровне химического потенциала, при котором происходит "коденсация" электронов на уровне Ферми в диапазоне импульсов, в отличие от конденсации бозонов. В сильных магнитных полях, перпендикулярных двумерному электронному слою, аналогичный эффект разного заполнения квантовых уровней на уровне химического потенциала — слияние расщепленных по спину и долине уровней Ландау — наблюдается в инверсионных слоях на поверхности кремния и в двухслойных двумерных электронных системах на основе GaAs. Эксперименты также указывают на слияние квантовых уровней композитных фермионов с разными долинными индексами в сверхчистых квантовых ямах SiGe/Si/SiGe.

DOI: 10.31857/S1234567822150058, EDN: jfpnmo

I. Введение. В системе невзаимодействующих фермионов с непрерывным спектром вероятность заполнения квантового состояния при фиксированных химическом потенциале и температуре зависит только от одночастичной энергии [1]. Если температура стремится к нулю, энергетический интервал, разделяющий заполненные и пустые квантовые состояния, также стремится к нулю. Для свободных частиц в импульсном пространстве возникает поверхность Ферми размерности $d-1$, где d – размерность фермионов.

В общем случае это рассуждение неверно для взаимодействующих фермионов [2–8], когда одночастичная энергия зависит от распределения электронов, а числа заполнения квантовых состояний на уровне химического потенциала могут различаться, попадая в диапазон от нуля до единицы. Был предсказан топологический фазовый переход при температуре $T = 0$ в сильно коррелированных ферми-системах, связанный с появлением плоского участка одночастичного спектра на уровне химического потенциала по мере того как увеличивается энергия фермион-фермионного взаимодействия (верхняя вставка на рис. 1). Этот переход связан с уплощением зоны или распуханием поверхности Ферми в импульсном пространстве, которому предшествует возрастающая эффективная масса квазичастиц $m_{\rm F}$ на уровне Ферми, которая расходится в квантовой критической точке. Создание и исследование материалов с плоскими зонами в настоящее время является передовым направлением современной физики [9–12]. Интерес вызывает, в частности, тот факт, что из-за аномальной плотности состояний уплощение зоны может быть важно для создания сверхпроводимости при комнатной температуре. Появление плоской зоны теоретически предсказано [13–15] в ряде систем, включая тяжелые фермионы, высокотемпературные сверхпроводящие материалы, ^{3}He и двумерные электронные системы.

Роль электрон-электронных взаимодействий в поведении двумерных электронных систем возрастает по мере уменьшения электронной плотности.

1)e-mail: shashkin@issp.ac.ru; s.kravchenko@northeastern.edu

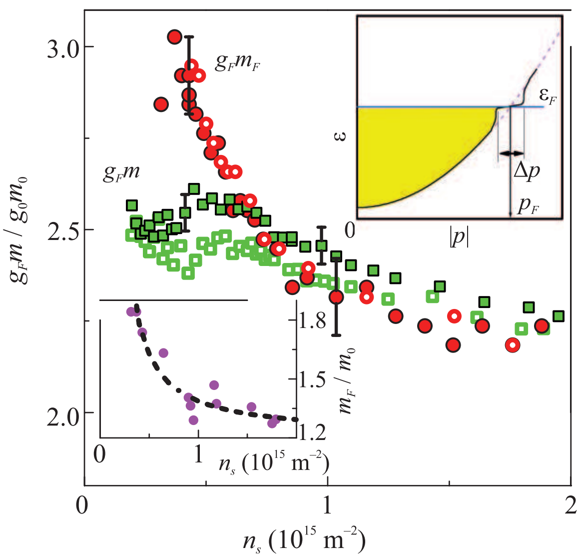

Рис. 1. (Цветной онлайн) Произведение фактора Ланде и эффективной массы в квантовых ямах SiGe/Si/SiGe в зависимости от плотности электронов, определенное по измерениям поля полной спиновой поляризации (квадраты) и по осцилляциям Шубникова-де Гааза (кружки) при $T \approx 30$ мК. Пустые и заполненные символы соответствуют двум образцам. Экспериментальная неопределенность соответствует разбросу данных и составляет около 2 % для квадратов и около 4 % для кружков ($g_0 = 2$ и $m_0 = 0,19\,m_e$ – значения для невзаимодействующих электронов). На верхней вставке схематично показан одночастичный спектр электронной системы в состоянии, предшествующем уплощению зоны на уровне Ферми (сплошная черная линия). Штриховая фиолетовая линия соответствует обычному параболическому спектру. Заштрихованная область соответствует заполненным электронным состояниям при $T = 0$. Нижняя вставка: эффективная масса m_{F} в зависимости от плотности электронов, определенная путем анализа температурной зависимости амплитуды осцилляций Шубникова–де Гааза аналогично тому, как это было сделано в работе [38]. Пунктирная линия показывает ожидаемое по эксперименту поведение. Из работы [16]

Энергия взаимодействия характеризуется радиусом Вигнера–Зейтца, $r_s = 1/(\pi n_s)^{1/2} a_{\mathrm{B}}$ (здесь n_s – электронная плотность и a_{B} – эффективный боровский радиус в полупроводнике), который в однодолинном случае равен отношению кулоновской и кинетической энергий.

Экспериментально было показано, что с уменьшением электронной плотности (или с увеличением энергии взаимодействия) в сверхчистых квантовых ямах SiGe/Si/SiGe масса электронов на уровне Ферми монотонно возрастает во всем диапазоне электронных плотностей [16]. Напротив, масса, усредненная по энергии, насыщается при низких плотностях.

Качественно различное поведение двух масс указывает на вызванное взаимодействием уплощение одночастичного спектра на уровне Ферми в этой электронной системе.

В системе взаимодействующих фермионов, помещенной в сильное перпендикулярное магнитное поле, можно ожидать аналогичный эффект разного заполнения квантовых уровней на уровне химического потенциала. Если энергии двух квантовых уровней пересекаются друг с другом при изменении внешнего параметра, они могут совпадать с химическим потенциалом в диапазоне значений параметра, т.е. квантовые уровни могут сливаться на уровне химического потенциала в этом диапазоне [17]. Слияние уровней подразумевает наличие притяжения между двумя частично заполненными квантовыми уровнями. Интервал слияния определяется возможностью перераспределения квазичастиц между уровнями. Эффект слияния находится в контрасте с простым пересечением квантовых уровней при некотором значении электронной плотности/магнитного поля. Экспериментально такое слияние уровней Ландау обнаружено в кремниевых полевых транзисторах металл-окисел-полупроводник (МОП) [18] и двухслойных структурах на основе GaAs [19]. Кроме того, сообщалось об указании на слияние уровней композитных фермионов с разными долинными индексами в сверхчистых квантовых ямах SiGe/Si/SiGe [20]. Ниже мы рассмотрим соответствующие недавние экспериментальные данные.

II. Уплощение зон на уровне Ферми. Начнем с указания на уплощение зоны на уровне Ферми, о котором сообщалось в работе [16]. Необработанные экспериментальные данные, полученные в сильно коррелированных двумерных электронных системах, можно разделить на две группы: данные, описывающие электронную систему как целое (такие, как магнитное поле, необходимое для полной поляризации электронных спинов, термодинамическая плотность состояний или намагниченность электронной системы) и данные, относящиеся исключительно к электронам на уровне Ферми (такие как амплитуда осцилляций Шубникова–де Гааза, дающая эффективную массу m_{F} и g-фактор Ланде g_{F} на уровне Ферми). Как правило, данные первой группы интерпретируются на языке квазичастиц, в котором используются усредненные по энергии значения эффективной массы m и g-фактора Ланде g. Для определения этих величин используются формулы, справедливые в случае невзаимодействующих электронов. Хотя такой подход идеологически неверен, результаты для m и g часто оказываются такими же, как и результаты для m_F и g_F. В частности, об одновременном увеличении усредненной по энергии эффективной массы и массы на уровне Ферми в двумерной электронной системе в кремниевых МОП-транзисторах сообщалось в более ранних публикациях [21–27]; было обнаружено, что эффективная масса сильно увеличена при низких плотностях, в то время как g-фактор остается близким к своей величине в объеме кремния, что не подтвердило существование Стонеровской нестабильности в двумерной электронной системе в кремнии. Перенормировка массы не зависит от беспорядка, будучи определяемой только электрон-электронным взаимодействием [28]. Сильно увеличенная эффективная масса в кремниевых МОП-структурах была интерпретирована в пользу формирования Вигнеровского кристалла или предшествующей промежуточной фазы, чье происхождение и существование может зависеть от уровня беспорядка в электронной системе.

Экспериментальные результаты, представленные в этом разделе, были получены в сверхчистых (001) квантовых ямах SiGe/Si/SiGe, подробно описанных в работах [29, 30]. Максимальная подвижность электронов в этих образцах достигала 240 м^2/Вс, что является самым высоким показателем подвижности для этой электронной системы и примерно на два порядка выше, чем максимальная подвижность электронов в наиболее чистых кремниевых МОП-структурах. Магнитосопротивление в параллельном магнитном поле позволяет определить поле полной спиновой поляризации B_c, которое соответствует отчетливому "излому" экспериментальных зависимостей с последующим насыщением сопротивления [31, 32] (см. нижнюю вставку к рис. 2). Магнитное поле, в котором наступает полная спиновая поляризация, показано как функция электронной плотности на рис. 2 для двух образцов. В диапазоне концентраций электронов $0.7 \times 10^{15}\,\text{м}^{-2} < n_s < 2 \times 10^{15}\,\text{м}^{-2}$ данные хорошо описываются линейной зависимостью, которая экстраполируется к нулю при $n_s \approx 0.14 \times 10^{15}\,\text{м}^{-2}$ (штриховая черная линия). Однако при более низких плотностях электронов вплоть до $n_s \approx 0.2\times10^{15}\,\text{м}^{-2}$ (до $r_s \approx 12$) экспериментальная зависимость $B_c(n_s)$ отклоняется от прямой и линейно экстраполируется в начало координат.

Сплошной красной линией на рис. 2 показано поле поляризации $B_c(n_s)$, рассчитанное с использованием метода квантового Монте-Карло [33]. Экспериментальные результаты хорошо согласуются с теоретическими расчетами для чистого предела $k_F l \gg 1$

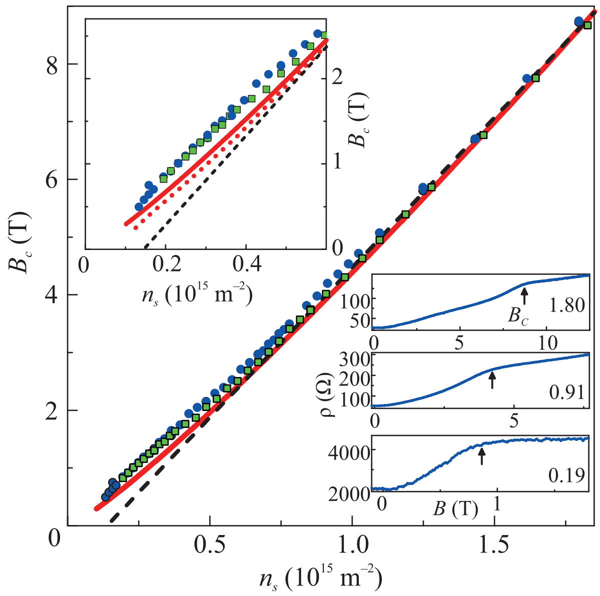

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость поля полной спиновой поляризации B_c от электронной плотности при температуре 30 мК для двух образцов SiGe/Si/SiGe (точки и квадраты). Черная пунктирная линия представляет собой линейную аппроксимацию данных при высокой плотности, которые экстраполируются в ноль при плотности $n_s \approx 0.14 \times 10^{15}\,\text{м}^{-2}$. Сплошная красная линия соответствует расчету [33] для чистого предела. Верхняя вставка: область низкой плотности из основного рисунка в увеличенном масштабе. Также красной пунктирной линией показан расчет [33] с учетом рассеяния электронов. Нижняя вставка: магнитосопротивление в параллельном поле при температуре 30 мК при различных концентрациях электронов в единицах 10^{15} м$^{-2}$. Поле поляризации B_c, определяемое пересечением касательных, отмечено стрелками. Из работы [16]

(здесь k_F – волновой вектор Ферми и l – длина свободного пробега), если считать g-фактор Ланде, перенормированный электрон-электронным взаимодействием, равным 2.4. Хотя в работе [33] g-фактор Ланде был равен 2, причина 20 % расхождения между теорией и экспериментом может быть связана с конечным размером волновой функции электрона в направлении, перпендикулярном интерфейсу. Кроме того, произведение $k_F l$ уменьшается с уменьшением электронной плотности, что приводит к отклонению теоретической зависимости вниз, как показано красной пунктирной линией на верхней вставке к рис. 2.

Чтобы проверить, влияет ли остаточный беспорядок на результаты для магнитного поля полной спиновой поляризации, мы сравним наши данные с данными, полученными ранее на образцах Si/SiGe с подвижностью электронов на порядок ниже, чем в наших образцах [34]. При высоких концентрациях электронов зависимость $B_c(n_s)$ в работе [34] также является линейной и экстраполируется к нулю при конечной плотности. При этом наклон зависимости равен 6×10^{-15} Тл $\cdot$ м^2 и близок к наклону 5.4×10^{-15} Тл $\cdot$ м^2, который наблюдался в нашем эксперименте. Однако электронная плотность, в которую экстраполируется зависимость $B_c(n_s)$, равна примерно 0.3×10^{15} м$^{-2}$ в [34], что заметно выше, чем в нашем случае. Таким образом, беспорядок влияет на поведение поля поляризации B_c в соответствии с работами [33, 35]. Хорошее соответствие наших экспериментальных данных для B_c и расчетов для чистого предела [33] свидетельствует о том, что электронные свойства наших образцов слабо чувствительны к остаточному беспорядку, и чистый предел в наших образцах достигнут.

Произведение $g_\text{F}m$, характеризующее всю двумерную электронную систему, в чистом пределе может быть определено из равенства зеемановского расщепления и энергии Ферми полностью спин-поляризованной электронной системы

$$g_\text{F}\mu_\text{B}B_c = \frac{2\pi\hbar^2 n_s}{m g_v}, \quad (1)$$

где $g_v = 2$ – долинное вырождение и μ_B – магнетон Бора.

С другой стороны, g-фактор Ланде g_F и эффективная масса m_F *на уровне Ферми* могут быть определены из анализа осцилляций Шубникова–де Гааза в относительно слабых магнитных полях, как это было сделано в работе [16]:

$$A = \sum_i A_i^{LK} \cos\left[\pi i\left(\frac{\hbar c\pi n_s}{eB_\perp} - 1\right)\right] Z_i^s Z_i^v,$$
$$A_i^{LK} = 4\exp\left(-\frac{2\pi^2 i k_\text{B} T_\text{D}}{\hbar\omega_c}\right)\frac{2\pi^2 i k_\text{B}T/\hbar\omega_c}{\sinh\left(2\pi^2 i k_\text{B}T/\hbar\omega_c\right)},$$
$$Z_i^s = \cos\left(\pi i\frac{\Delta_\text{Z}}{\hbar\omega_c}\right) = \cos\left(\pi i\frac{g_\text{F}m_\text{F}}{2m_e}\right),$$
$$Z_i^v = \cos\left(\pi i\frac{\Delta_v}{\hbar\omega_c}\right), \quad (2)$$

где T_D – температура Дингла, T – температура, $\hbar\omega_c$ – циклотронное расщепление, Δ_Z – зеемановское расщепление, Δ_v – долинное расщепление. Из соотношения (2) видно, что если задать $Z_i^v = 1$ в исследуемом диапазоне магнитных полей, подгоночными параметрами являются $T_\text{D}m_\text{F}$, m_F и $g_\text{F}m_\text{F}$ [36]. Значения $T_\text{D}m_\text{F}$ и m_F получены в области температур, где спиновое расщепление незначительно. Будучи слабо чувствительной к этим двум подгоночным параметрам, форма подгонки при самых низких температурах оказывается очень чувствительной к произведению $g_\text{F}m_\text{F}$. Качество подгонки показано на рис. 3. Нормированное на ρ_0 магнитосопротивление

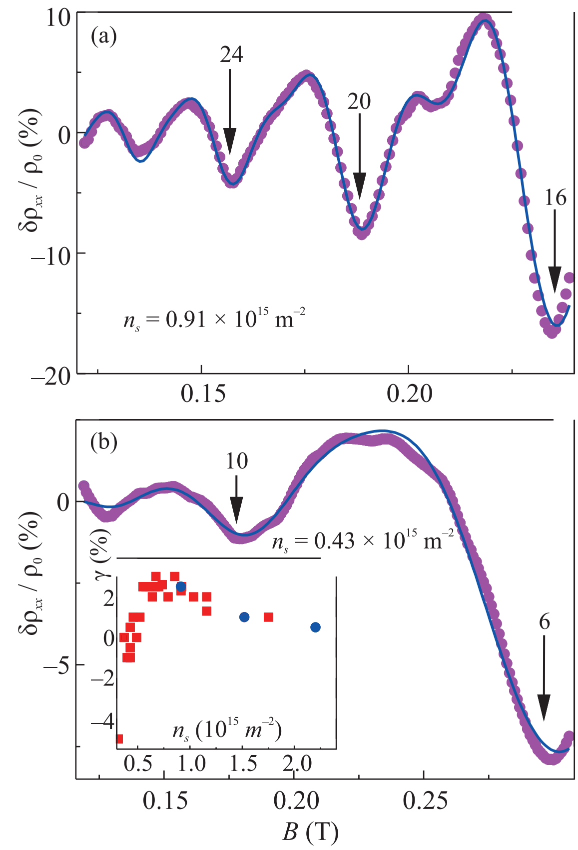

Рис. 3. (Цветной онлайн) Подгонка нормированного магнитосопротивления $\delta\rho_{xx}/\rho_0$ в квантовой яме SiGe/Si/SiGe при температуре ≈ 30 мК (точки) с использованием уравнения (2) с (a) $g_\text{F}m_\text{F}/m_e = 0.905$, $T_\text{D} = 0.12$ К, $m_\text{F} = 0.25\,m_e$ и $\gamma = 2.5$ % и (b) $g_\text{F}m_\text{F}/m_e = 1.11$, $T_\text{D} = 0.15$ К, $m_\text{F} = 0.33\,m_e$ и $\gamma = -0.5$ %. Указаны факторы заполнения $\nu = n_s hc/eB_\perp$ в минимумах. Вставка: коэффициент асимметрии γ [36], который описывает немного разные температуры Дингла $T_D^{u,d} = T_D(1\pm\gamma)$ для двух спиновых подзон, в зависимости от плотности электронов для двух образцов. Температура Дингла для энергетически выгодного направления спина меньше в диапазоне электронных плотностей 0.6×10^{15} м$^{-2}$ $< n_s < 2 \times 10^{15}$ м$^{-2}$, тогда как при меньших плотностях величина γ меняет знак. Из работы [16]

$\delta\rho_{xx} = \rho_{xx} - \rho_0$ (где ρ_0 – монотонное изменение диссипативного сопротивления с магнитным полем) хорошо описывается уравнением (2).

Основной результат, показанный на рис. 1, состоит в том, что произведения усредненного значения $g_\text{F}m$ и $g_\text{F}m_\text{F}$ на уровне Ферми ведут себя аналогично при высоких плотностях электронов, когда электрон-электронные взаимодействия относительно слабы, но качественно отличаются при низких плотностях, где взаимодействия становятся особенно сильными [37]. Произведение $g_{\rm F}m_{\rm F}$ монотонно возрастает с уменьшением электронной плотности во всем диапазоне концентраций электронов, а произведение $g_{\rm F}m$ выходит на насыщение при малых n_s. Подчеркнем, что важна качественная разница в поведении двух наборов данных, а не сравнение абсолютных значений. Принимая во внимание слабость обменных эффектов в двумерной электронной системе в кремнии [21, 22], это различие можно объяснить только разным поведением двух эффективных масс. Качественно различное их поведение свидетельствует о вызванном взаимодействием уплощении зоны на уровне Ферми в этой электронной системе. Для большей уверенности в наших результатах и выводах на нижней вставке к рис. 1 приведены данные для эффективной массы $m_{\rm F}$, определенной из анализа температурной зависимости амплитуды осцилляции Шубникова–де Гааза, как это было сделано в работе [38]. Аналогичное поведение $m_{\rm F}$ и $g_{\rm F}m_{\rm F}$ как функции электронной плотности позволяет исключить возможное влияние g-фактора на поведение произведения эффективной массы и g-фактора, что согласуется с ранее полученными результатами для двумерной электронной системы в кремнии.

Экспериментальные результаты естественным образом интерпретируются в рамках концепции фермионной конденсации [2, 4, 8], происходящей на уровне Ферми в диапазоне импульсов, в отличие от конденсации бозонов. С увеличением энергии электрон-электронного взаимодействия одночастичный спектр становится все более плоским в области Δp вблизи импульса Ферми $p_{\rm F}$ (верхняя вставка к рис. 1). При относительно высоких концентрациях электронов $n_s > 0.7\times10^{15}\,\text{м}^{-2}$ этот эффект несущественен, так как одночастичный спектр не меняется заметным образом в интервале Δp, и поведение усредненной по энергии эффективной массы и массы на уровне Ферми практически одинаковы. Уменьшение электронной плотности в диапазоне $n_s < 0.7\times10^{15}\,\text{м}^{-2}$ приводит к уплощению спектра, так что эффективная масса на уровне Ферми, $m_{\rm F} = p_{\rm F}/v_{\rm F}$, продолжает возрастать (здесь $v_{\rm F}$ – скорость Ферми). Напротив, с усредненной по энергии эффективной массой этого не происходит, поскольку она не особенно чувствительна к этому уплощению. Ожидается, что в критической области, где эффективная масса на уровне Ферми расходится, $m_{\rm F}$ будет зависеть от температуры. Слабое уменьшение величины $g_{\rm F}m_{\rm F}$ с температурой действительно наблюдается в точке наименьшей плотности на рис. 1. В критической области рост $m_{\rm F}$ ограничивается предельным значением, определяемым температурой: $m_{\rm F} < p_{\rm F}\Delta p/4k_{\rm B}T$. В наших экспериментах увеличение $m_{\rm F}$ достигает примерно двух раз при $n_s = 0.3\times10^{15}\,\text{м}^{-2}$ и $T\approx 30\,\text{мК}$, что позволяет оценить отношение $\Delta p/p_{\rm F}\sim 0.06$. Именно малость интервала Δp обеспечивает хорошее согласие расчета [33] с нашим экспериментом.

Следует отметить, что эффективная масса на уровне Ферми имеет тенденцию расходиться при плотности n_m, выше критической плотности электронов n_c перехода металл-изолятор, что свидетельствует о качественном различии между квантовыми ямами SiGe/Si/SiGe со сверхнизким беспорядком и наименее разупорядоченными кремниевыми МОП-структурами, в которых наблюдается обратное соотношение $n_c \geq n_m$ [39]. Это указывает на то, что эти две плотности не связаны напрямую, а фермионная конденсация и переход металл-изолятор являются двумя разными переходами.

III. Слияние уровней Ландау в сильно взаимодействующей двумерной электронной системе. Другим примером нетривиального проявления межфермионных взаимодействий в сильно коррелированных Ферми-жидкостях является слияние квантовых уровней в Ферми-системе с дискретным спектром, когда заполнения двух квантовых уровней на уровне химического потенциала различны [18].

Приложение перпендикулярного магнитного поля B к однородной двумерной электронной системе создает две подсистемы уровней Ландау с номерами i, отличающиеся $\pm$-проекциями спина электрона на направление поля. Энергетические уровни $\varepsilon_i^{\pm}$ в каждом наборе разделены циклотронным расщеплением $\hbar\omega_c = \hbar eB/m^*c$, а два набора уровней Ландау сдвинуты относительно друг друга спиновым расщеплением $\Delta_{\rm Z} = g\mu_{\rm B}B$, где m^* и g – значения массы и Ланде g-фактора, перенормированные электронным взаимодействием (долинным вырождением для простоты пока пренебрегается). Уровни Ландау с противоположными направлениями спина должны пересекаться при изменении электронной плотности, что обусловлено сильной зависимостью эффективной массы от n_s при слабой зависимости g-фактора от n_s. В частности, при больших плотностях электронов циклотронное расщепление обычно превышает спиновое, тогда как при малых плотностях должно иметь место противоположное соотношение $\hbar\omega_c < \Delta_{\rm Z}$ из-за резко возрастающей массы.

Как термодинамические, так и кинетические свойства электронной системы определяются положением химического потенциала относительно квантовых уровней, которое, в свою очередь, определяется магнитным полем и плотностью электронов. Фактор заполнения равен $\nu = n_s/n_0$, где $n_0 = eB/hc$ – вырождение уровня. Когда ν является дробным, химический потенциал совпадает с частично заполненным квантовым уровнем. Вероятность найти электрон на уровне химического потенциала определяется дробной частью фактора заполнения и может варьироваться от нуля до единицы. При целочисленном факторе заполнения наблюдается скачок химического потенциала. В эксперименте скачок проявляется как минимум продольного электрического сопротивления. Минимумы сопротивления в плоскости (B, n_s) соответствуют веерной диаграмме уровней Ландау.

При фиксированном внешнем магнитном поле и заполнении многих квантовых уровней изменение электронной плотности на квантовом уровне мало по сравнению с n_s. Изменение энергии ε_λ оценивается с помощью соотношения Ландау

$$\delta\varepsilon_\lambda = \sum_\sigma \Gamma_{\lambda\sigma}\delta n_\sigma, \qquad (3)$$

где $\Gamma_{\lambda\sigma}$ – амплитуда электрон-электронного взаимодействия, являющаяся феноменологической компонентой теории ферми-жидкости [1]. Выбирая магнитное поле, при котором разность между соседними уровнями Ландау ε_i^+ и ε_{i+1}^-

$$D = \varepsilon_i^+ - \varepsilon_{i+1}^- = \Delta_{\rm Z}(n_s, B) - \hbar\omega_c(n_s, B) \qquad (4)$$

зануляется при факторе заполнения $\nu = n_s hc/eB = 2i + 2$, стартуем с более высокой плотности, где оба уровня $(i+1)^-$ и i^+ полностью заполнены при $\nu = N = 2i + 3$, причем разность $D(N)$ отрицательна. Удаление электронов с уровня $(i+1)^-$ означает уменьшение электронной плотности и увеличение D. Пересечение уровней происходит в точке $\nu = 2i + 2$, т.е. уровень i^+ становится пустым, а уровень $(i+1)^-$ полностью заполнен при условии $\Gamma(i) = (\Gamma^{--}_{i+1,i+1} - \Gamma^{+-}_{i,i+1}) - (\Gamma^{-+}_{i+1,i} - \Gamma^{++}_{i,i}) \le 0$.

В противоположном случае

$$\Gamma(i) > 0 \qquad (5)$$

одночастичные уровни притягиваются друг к другу и сливаются на уровне химического потенциала μ согласно условию $\varepsilon_{i+1}^- = \varepsilon_i^+ = \mu$. Оба уровня частично заполнены с долями пустых состояний $0 < f_i < 1$ и $0 < f_{i+1} < 1$, удовлетворяющими условию нормировки $f_i + f_{i+1} = f = N - \nu$. Слияние начинается, когда на уровне ε_i^+ появляются пустые состояния, и заканчивается, когда этот уровень полностью опустошается. Это соответствует увеличению доли пустых состояний f в диапазоне между $f = 1$ (или $\nu = 2i + 2$) и $f = \min(1 + \Gamma(i)/(\Gamma^{--}_{i+1,i+1} - \Gamma^{+-}_{i,i+1}), 2)$. Вне области слияния реализуется обычная диаграмма уровней Ландау. Отметим, что щель между соседними уровнями Ландау ε_i^+ и ε_{i+1}^- оказывается невидимой в транспортных и термодинамических экспериментах. Верхняя граница области слияния $n_m(B)$ может быть записана

$$\hbar\omega_c - \Delta_{\rm Z} = 0. \qquad (6)$$

Электронная система в (100) кремниевых МОП-структурах характеризуется наличием в спектре двух долин, так что каждый энергетический уровень $\varepsilon_i^\pm$ расщепляется на два уровня, как схематично показано на рис. 4. Легко видеть, что долинное расщеп-

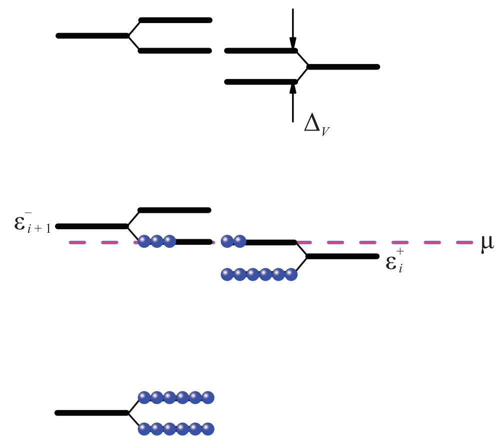

Рис. 4. (Цветной онлайн) Схема слияния расщепленных по спину и долине уровней Ландау на уровне химического потенциала. Занятые уровни обозначены точками. Заполнения двух квантовых уровней на уровне химического потенциала изменяются при изменении электронной плотности. Из работы [18]

ление Δ_v способствует слиянию квантовых уровней. Чем больше долинное расщепление, тем выше плотность электронов, при которой уровни $(i+1)^-$ и i^+ с разными долинными индексами должны сливаться на уровне химического потенциала при факторе заполнения $\nu = 4i + 4$. Верхняя граница области слияния $n_m(B)$ определяется соотношением

$$\hbar\omega_c - \Delta_{\rm Z} - \Delta_v = 0, \qquad (7)$$

которое отличается от уравнения (6) наличием долинного расщепления. Поскольку распределения электронной плотности, соответствующие двум долинам, разнесены на расстояние α в направлении, перпендикулярном границе раздела Si-SiO$_2$, междолинный перенос заряда создает добавочное электрическое поле, приводящее к $\Gamma(i) = 4\pi e^2\alpha/\kappa$, где κ – диэлектрическая проницаемость. $\Gamma(i)$ определяет силу эффекта слияния, а нижняя граница области слияния соседних уровней Ландау описывается выражением $\hbar\omega_c + n_0\Gamma(i) - \Delta_Z - \Delta_v = 0$.

В пределе высокой плотности, когда эффекты электрон-электронного взаимодействия пренебрежимо малы, эффективная масса и g-фактор равны $m_0 = 0.19\,m_e$ и $g_0 = 2$, так что циклотронное расщепление значительно превышает спиновое. При низких плотностях электронов, когда эффекты взаимодействия сильны, эффективная масса $m^*(n_s)$, как обнаружено, расходится согласно $m_0/m^* \simeq (n_s - n_c)/n_s$ в квантовой критической точке, близкой к переходу металл-изолятор, который происходит при $n_c \simeq 8 \times 10^{10}$ см$^{-2}$, в то время как g-фактор остается близким к g_0, будучи равным $g \simeq 1.4\,g_0$ [21, 22, 24, 25]. Веерная диаграмма уровней Ландау для этой электронной системы в перпендикулярных магнитных полях представлена на рис. 5. Минимумы квантовых осцил-

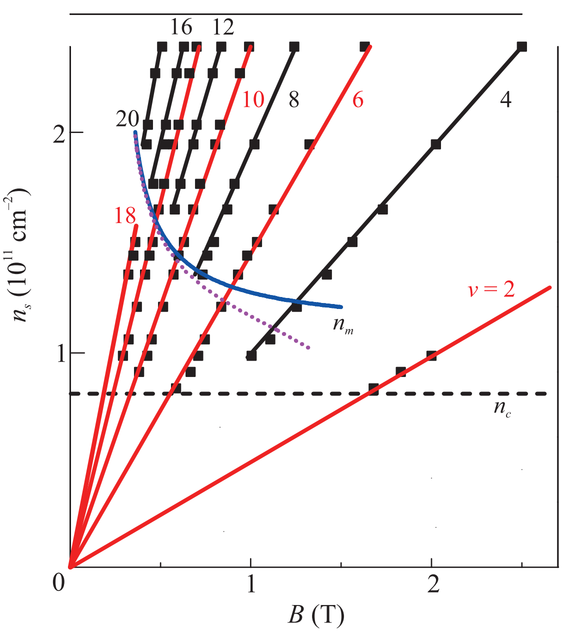

Рис. 5. (Цветной онлайн) Положения минимумов осцилляций Шубникова–де Гааза в кремниевой МОП-структуре в координатах (B, n_s) (квадраты) и ожидаемые положения циклотронного и спинового минимумов, рассчитанные по формуле $n_s = \nu eB/hc$ (сплошные линии). Указано положение перехода металл-изолятор в $B = 0$. Расчетная граница слияния $n_m(B)$ показана сплошной синей линией при использовании уравнения (7) и пунктирной фиолетовой линией при учете нелинейных (кубических) поправок к спектру вблизи поверхности Ферми. Из работы [18]

ляций при факторе заполнения $\nu = 4i + 4$ исчезают ниже некоторой электронной плотности n^*, зависящей от ν, в то время как минимумы при $\nu = 4i + 2$ сохраняются вплоть до существенно меньших плотностей. Хотя такое поведение согласуется с резким ростом эффективной массы при уменьшении n_s, зависимость плотности n^* от фактора заполнения (или B) оказывается аномально сильной, что объяснить не удается. В частности, эта зависимость не может быть объяснена вызванным примесями уширением квантовых уровней согласно $\omega_c\tau \sim 1$ (где τ – время упругого рассеяния), когда падение подвижности $e\tau/m^*$ при низких плотностях электронов определяется увеличением массы [24].

Ожидаемая верхняя граница области слияния $n_m(B)$, показанная сплошной синей линией на рис. 5, определена в работе [18]. Расчетная граница согласуется с экспериментальной плотностью $n^*(B)$, при которой исчезают минимумы осцилляций при $\nu = 4i + 4$. Этот факт свидетельствует о слиянии уровней в двумерной электронной системе в кремнии.

Описание данных $n^*(B)$ в сильном магнитном поле улучшается в картине слияния, если учесть нелинейные (кубические) поправки к спектру на поверхности Ферми вблизи квантовой критической точки, которые естественным образом приводят к уменьшению эффективной массы с возрастанием магнитного поля. Скорректированная зависимость $n_m(B)$ показана пунктирной фиолетовой линией на рис. 5; подробнее об этом см. [18].

IV. Вызванное взаимодействием слияние уровней Ландау в электронной системе двойных квантовых ям. Как обсуждалось в предыдущем разделе, спектр двумерной электронной системы, находящейся в перпендикулярном магнитном поле, состоит из двух эквидистантных лестниц квантовых уровней, соответствующих направлениям спина вверх и вниз. Если магнитное поле наклонено на угол β, расстояние между квантовыми уровнями в каждой из спиновых лестниц равно $\hbar\omega_c = \hbar eB\cos(\beta)/m^*c$, а сдвиг между лестницами равен $g\mu_B B$. Увеличение угла наклона приводит к пересечению квантовых уровней двух лестниц. В первый раз пересечение происходит при значении угла β_1, удовлетворяющем условию $\cos(\beta_1) = gm^*/2m_e$. При $\beta = \beta_1$ скачки химического потенциала при четных факторах заполнения и соответствующие линии веерной диаграммы должны исчезнуть. Если учесть взаимодействие между электронами соседних квантовых уровней и увеличивать угол наклона в окрестности β_1, то квантовый уровень, заполненный до пересечения, должен с ростом β опустошаться. Однако предположим, что одночастичная энергия электронов на опустошающемся уровне уменьшается за счет электронного взаимодействия. В этом случае оба уровня остаются прикрепленными к химическому потенциалу в широком диапазоне углов $\Delta\beta_1$, определяемом силой взаимодействия. Вероятность найти электрон на уровне химического потенциала различна для противоположных ориентаций спина, будучи зависящей от внешнего параметра, угла наклона. Такое поведение соответствует слиянию квантовых уровней.

В приведенном выше гипотетическом рассмотрении пересечение или слияние квантовых уровней контролируется углом наклона магнитного поля. В экспериментах с сильно взаимодействующей двумерной электронной системой в (100) кремниевых МОП-структурах анализировалось исчезновение минимумов продольного сопротивления при изменении как перпендикулярного магнитного поля, так и электронной плотности при фиксированном факторе заполнения $\nu = 4(i+1)$, где i – целое число. В этом случае слияние уровней происходит вблизи квантовой критической точки, как это контролируется эффективной массой, зависящей от электронной плотности [18]. Можно было бы думать, что слияние уровней является предвестником распухания поверхности Ферми. На самом деле, эти два эффекта не обязательно связаны друг с другом. Ниже продемонстрировано, что эффект слияния уровней имеет место в двухслойной 2D-электронной системе с туннельным барьером между электронными слоями [19]. Отметим, что увеличение эффективной массы несущественно в этом случае.

Образец, использованный в этом разделе, представляет собой параболическую квантовую яму с узким туннельным барьером, выращенную на подложке GaAs (подробное описание см. в работе [19]). Приложение напряжения V_g между затвором и контактом к квантовой яме позволяет регулировать плотность электронов. Электроны появляются в задней части квантовой ямы при напряжении на затворе выше $V_{\text{th1}} \approx -0.7$ В и заполняют одну подзону вплоть до $V_g = V_{\text{th2}} \approx -0.3$ В (рис. 6). При $V_g > V_{\text{th2}}$ электроны появляются в передней части ямы и заполняют вторую подзону вплоть до точки баланса $V_g = V_{\text{balance}} \approx 0$.

Авторы ориентируются на диапазон затворных напряжений между V_{th2} и V_{balance}, где электроны в перпендикулярных магнитных полях заполняют две квантовые лестницы. Положения квантовых уровней определяются магнитным полем и напряжением на затворе. В заштрихованных областях на рис. 6 щели в одночастичном спектре и скачки химического потенциала защищены квантовыми эффектами [40]. В остальных областях слияние квантовых уровней в принципе возможно.

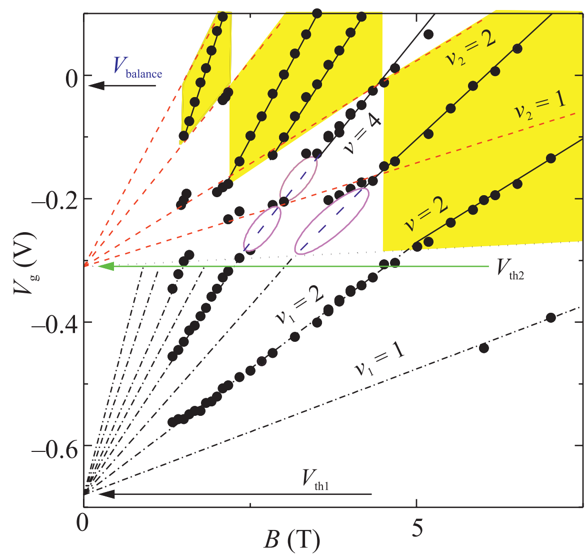

Рис. 6. (Цветной онлайн) Веерная диаграмма уровней Ландау для двойной квантовой ямы AlGaAs, исследованной в работе [19]. Положения минимумов продольного сопротивления в плоскости (B, V_g) отмечены точками. Указаны фактор заполнения ν для двухслойной электронной системы, а также фактор заполнения ν_1 (ν_2) для заднего (переднего) слоя. В заштрихованных областях слияние квантовых уровней в перпендикулярных магнитных полях невозможно. В областях, отмеченных овалами, минимумы сопротивления в перпендикулярном магнитном поле не наблюдаются, тогда как в наклонном магнитном поле они появляются. Из работы [19]

Рассмотрим фактор заполнения $\nu = 3$. При $V_g = V_{\text{th2}}$ магнитное поле равно $B_\nu = n_1(V_{\text{th2}})hc/3e$, где $n_1(V_{\text{th2}})$ – плотность электронов в заднем слое. Энергия $\varepsilon_0 - g\mu_{\text{B}}B_\nu/2$ уровня со спином вверх лестницы переднего слоя совпадает с энергией $\varepsilon_1 - g\mu_{\text{B}}B_\nu/2$ уровня со спином вверх лестницы заднего слоя (рис. 7a). Поскольку вдали от точки баланса плотность электронов в заднем слое практически не меняется при увеличении V_g выше V_{th2} (см., например, рис. 6b работы [41]), плотность электронов в переднем слое в магнитном поле $B = B_\nu + \Delta B$ вдоль штриховой линии при $\nu = 3$, ограниченной овалом на рис. 6, равна $n_2 \simeq \Delta n = 3e\Delta B/hc$. Чтобы сбалансировать изменение циклотронной энергии $\hbar e\Delta B/m^*c$ и прикрепить оба уровня к химическому потенциалу μ, необходимо перенести небольшое количество электронов между уровнями

$$\delta n_2 = -\delta n_1 > 0, \tag{8}$$

что приводит к сдвигу одночастичных уровней

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_1^b &= \Gamma_1^{bb}\delta n_1 + \Gamma_1^{bf}\delta n_2, \\ \delta\varepsilon_0^f &= \Gamma_0^{fb}\delta n_1 + \Gamma_0^{ff}\delta n_2, \end{aligned} \tag{9}$$

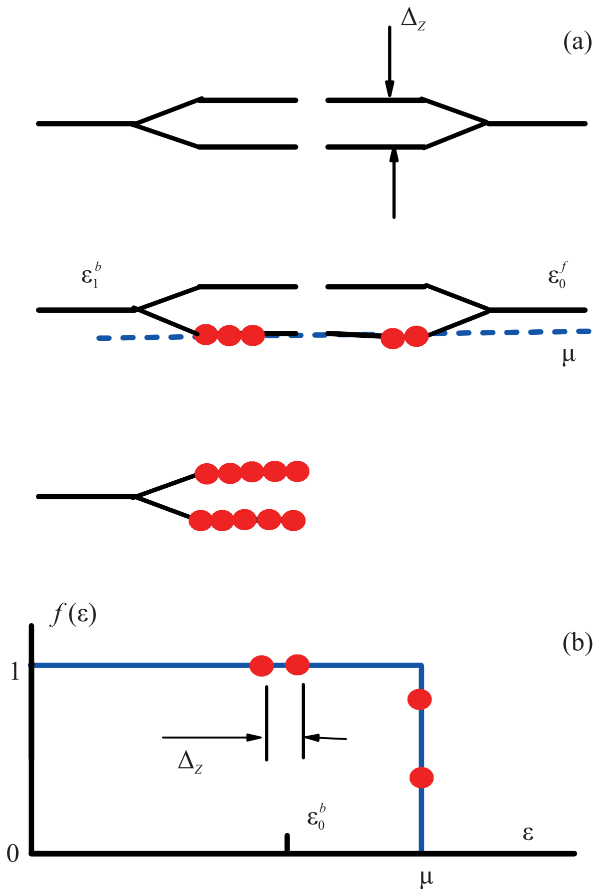

Рис. 7. (Цветной онлайн) (a) – Расположение и заполнение квантовых уровней в двухслойной электронной системе в режиме слияния при факторе заполнения $\nu = 3$. (b) – Функция распределения электронов в режиме слияния при $\nu = 3$. Из работы [19]

где $\Gamma_j^{\lambda\sigma}$ – амплитуда электронного взаимодействия, индекс b (f) относится к заднему (переднему) слою, и $j = 0.1$ – номер уровня Ландау. Оба уровня прикрепляются к химическому потенциалу при условии $\delta\varepsilon_0 - \delta\varepsilon_1 = \hbar e \Delta B/m^* c$, что дает

$$\delta n_2 = \frac{\hbar e \Delta B}{m^* c \Gamma}, \tag{10}$$

где $\Gamma = \Gamma_1^{bb} + \Gamma_0^{ff} - \Gamma_1^{bf} - \Gamma_0^{fb}$. В приближении плоского конденсатора получаем

$$\Gamma \simeq \frac{4\pi e^2 a}{\kappa}, \tag{11}$$

где a – расстояние между центрами масс распределений электронной концентрации в направлении z в обеих подзонах. Слияние уровней справедливо для фактора заполнения

$$\nu_2 = \frac{(n_2 + \delta n_2) hc}{eB} < 1. \tag{12}$$

Авторы подчеркивают, что в широком диапазоне магнитных полей при фиксированном факторе заполнения ν вероятность найти электрон с энергией, равной химическому потенциалу, различна для двух слившихся уровней, как показано на рис. 7b.

Хотя для простоты выше был рассмотрен случай фактора заполнения $\nu = 3$, те же аргументы справедливы и для более высоких факторов заполнения.

Факт слияния квантовых уровней в эксперименте подтверждается использованием наклонных магнитных полей. С наклоном магнитного поля минимумы магнитосопротивления и скачки химического потенциала возникают [42], в частности, вдоль штриховых линий при $\nu = 3$ и $\nu = 4$, указанных овалами на рис. 6. Появление скачков химического потенциала в двухслойной электронной системе в наклонных магнитных полях свидетельствует о том, что квантовые уровни достаточно узкие.

Как упоминалось выше, скачки химического потенциала могут быть защищены квантовыми эффектами. В общем случае перенос электронов между квантовыми уровнями разных подзон приводит к смешиванию волновых функций подзон и открытию энергетической щели, если недиагональные матричные элементы не равны нулю [40]. Это реализуется в заштрихованных областях на рис. 6. Напротив, в областях слияния при $\nu = 3$ и $\nu = 4$, указанных овалами на рис. 6, недиагональные матричные элементы в перпендикулярных магнитных полях равны нулю из-за ортогональности находящейся в плоскости части волновых функций в двухслойной электронной системе. Наклон магнитного поля нарушает ортогональность волновых функций соседних квантовых уровней, и возникает энергетическая щель [42, 43].

V. Слияние квантовых уровней композитных фермионов. Наконец, рассмотрим указание на слияние квантовых уровней композитных фермионов с разными долинными индексами [20]. Концепция композитных фермионов [44–48] успешно описывает дробный квантовый эффект Холла с нечетными знаменателями, сводя его к обычному целочисленному квантовому эффекту Холла для композитных частиц. В простейшем случае композитный фермион состоит из электрона и двух квантов магнитного потока и движется в эффективном магнитном поле B^*, определяемом разностью внешнего магнитного поля B и поля, соответствующего фактору заполнения электронов $\nu = 1/2$. Фактор заполнения для композитных фермионов p связан с ν согласно выражению $\nu = p/(2p \pm 1)$. Дробная энергетическая щель, которая, как предсказано, определяется кулоновским взаимодействием в виде $e^2/\kappa l_{\rm B}$, соответствует циклотронной энергии композитных фермионов $\hbar\omega_c^* = \hbar eB^*/m_{\rm CF}c$, где $l_{\rm B} = (\hbar c/eB)^{1/2}$ – магнитная длина и $m_{\rm CF}$ – эффективная масса композитного фермиона. Электрон-электронное взаимодействие входит в теорию неявно, поскольку используется приближение среднего поля в предположении, что флуктуации электронной плотности малы. Теория подтверждается экспериментальным наблюдением масштаба, соответствующего фермиевскому импульсу композитных фермионов в нулевом эффективном магнитном поле при $\nu = 1/2$.

Образцы, изучаемые в этом разделе, представляют собой сверхчистые двухдолинные (001) квантовые ямы SiGe/Si/SiGe, аналогичные описанным в работах [29, 30]. Продольное удельное сопротивление ρ_{xx} как функция обратного фактора заполнения показано для различных электронных плотностей на рис. 8a. Минимумы сопротивления наблюдаются при квантовых числах композитных фермионов $p = 1$, 2, 3, 4 и 6 вблизи $\nu = 1/2$ в положительных и отрицательных эффективных полях B^*, что свидетельствует о высоком качестве образцов. Высокое качество квантовой ямы также подтверждается наличием дробей $\nu = 4/5$ и $\nu = 4/11$ [49], соответствующих $p = 4/3$, которые могут быть описаны в терминах второго поколения композитных фермионов. Минимумы при $p = 3$ исчезают ниже определенной электронной плотности, хотя окружающие минимумы при $p = 2$ и $p = 4$ сохраняются до значительно более низких плотностей. Ясно, что выделенность минимумов при $p = 3$ при низких концентрациях электронов нельзя объяснить уширением уровней. С другой стороны, такое поведение удивительно похоже на эффект исчезновения циклотронных минимумов магнитосопротивления при низких плотностях электронов в кремниевых МОП транзисторах, в то время как спиновые минимумы сохраняются вплоть до заметно более низких плотностей [50], что означает, что циклотронное расщепление становится равным сумме спинового и долинного расщеплений, а соответствующие долинные подуровни сливаются [18].

Измерения в наклонных магнитных полях позволяют сделать выбор между спиновым и долинным происхождением эффекта. Зависимость магнитосопротивления от обратного фактора заполнения показана для угла наклона $\Theta \approx 61^\circ$ при различных плотностях электронов на рис. 8b. Здесь авторы ориентируются на минимум сопротивления при $\nu = 3/5$. Поведение, наблюдаемое для минимума $\nu = 3/5$, очень похоже на поведение в перпендикулярных магнитных полях, что справедливо для всех образцов и углов наклона. Определяем плотность n_s^*, при которой

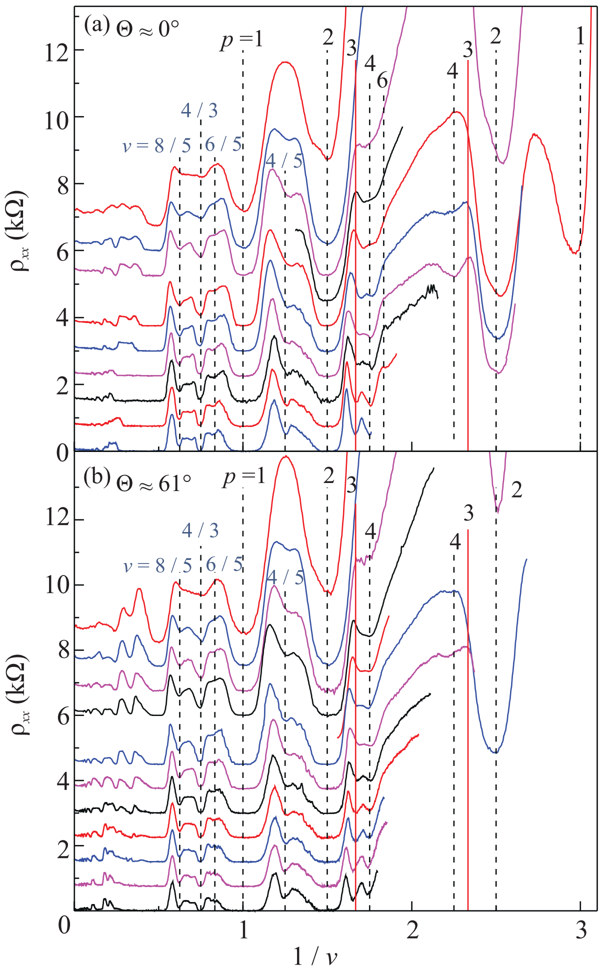

Рис. 8. (Цветной онлайн) Магнитосопротивление в квантовой яме SiGe/Si/SiGe при $T \approx 0.03$ K (a) – в перпендикулярных магнитных полях при плотностях электронов (сверху вниз) 2.14, 2.81, 3.48, 3.81, 4.15, 4.82, 5.49, 6.15, 6.82 и 7.49×10^{10} см$^{-2}$, и (b) – в наклонных магнитных полях при плотностях электронов (сверху вниз) 2.14, 2.81, 3.48, 4.15, 4.48, 4.82, 5.49, 6.15, 6.82, 7.49, 8.16 и 8.83×10^{10} см$^{-2}$. Кривые сдвинуты по вертикали на 750 Ω для ясности. Штриховыми вертикальными линиями отмечены ожидаемые положения наблюдаемых минимумов сопротивления, а сплошными вертикальными линиями – ожидаемые, но не наблюдаемые минимумы сопротивления при низких плотностях. Из работы [20]

начинает наблюдаться минимум сопротивления при $\nu = 3/5$, и строим ее зависимость от угла наклона, как показано на рис. 9b. Величина n_s^* оказывается независимой в пределах экспериментальной погрешности от угла наклона магнитного поля. Поскольку спиновое расщепление определяется полным магнитным полем $\Delta_s = g\mu_{\rm B}B_{\rm tot}$, можно ожидать, что значение n_s^* должно уменьшаться с углом наклона (вставка к рис. 9b), что противоречит эксперименту. Авто-

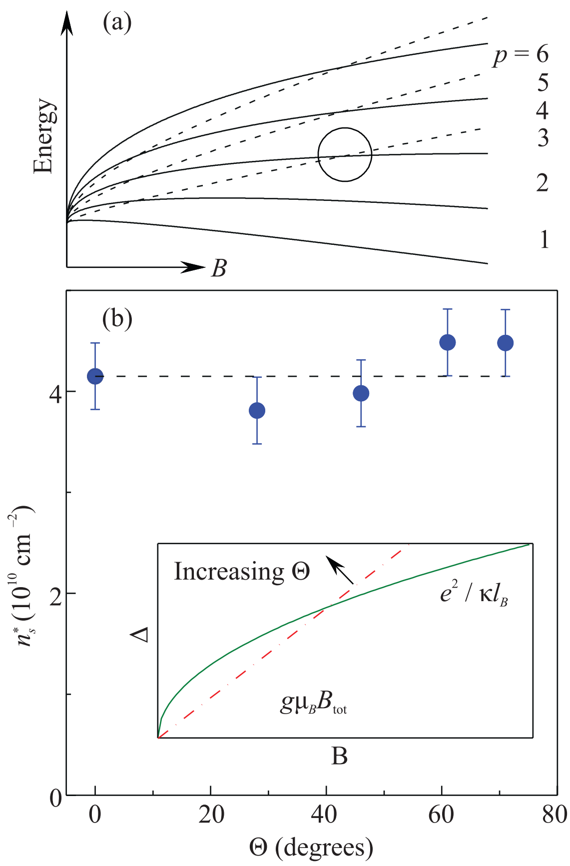

Рис. 9. (Цветной онлайн) (a) – Схематическое поведение уровней композитных фермионов с учетом расщепления между верхней (штриховые линии) и нижней (сплошные линии) долинами при изменении магнитного поля B при фиксированном p. В интересной области при $p = 3$, отмеченной кружком, происходит либо простое пересечение уровней, либо слияние/зацепление уровней, сопровождаемое постепенным изменением заполнений обоих уровней. (b) – Плотность n_s^*, при которой начинает наблюдаться минимум сопротивления при $\nu = 3/5$ в квантовой яме SiGe/Si/SiGe, как функция угла наклона. Штриховая горизонтальная линия — линейная апроксимация данных. На вставке схематично (с точностью до численного множителя) показаны зависимости циклотронной энергии композитных фермионов (сплошная линия) и зеемановской энергии (штрих-пунктирная линия) от магнитного поля B при фиксированном угле наклона. Наклон прямой линии увеличивается с увеличением Θ. Из работы [20]

ры заключают, что спиновое происхождение эффекта можно исключить, выявляя его долинное происхождение. Долинное расщепление Δ_v, как ожидается, нечувствительно к параллельной компоненте магнитного поля [51], так что величина n_s^* не должна зависеть от угла наклона, что согласуется с экспериментом. Таким образом, эти результаты указывают на пересечение или слияние квантовых уровней композитных фермионов с разными долинными индексами, что свидетельствует о влиянии долин на дроби.

Понятно, что для пересечения или слияния уровней композитных фермионов с разными долинными индексами функциональные зависимости обоих расщеплений от магнитного поля (или электронной плотности) при фиксированном p должны различаться. Действительно, циклотронная энергия композитных фермионов $\hbar\omega_c^*$ определяется энергией кулоновского взаимодействия $e^2/\kappa l_\mathrm{B}$, а долинное расщепление Δ_v в двумерной электронной системе в Si изменяется линейно с изменением магнитного поля (или плотности электронов) [52]. В сильных магнитных полях долинное расщепление сильно превышает циклотронную энергию композитных фермионов, так что для случая $p = 3$ все три заполненных уровня композитных фермионов принадлежат одной долине (рис. 9a). При уменьшении магнитного поля при фиксированном p нижайший уровень с противоположным долинным индексом должен совпасть с верхним заполненным уровнем, приводя к исчезновению энергетической щели и исчезновению минимума сопротивления при $p = 3$. При дальнейшем уменьшении магнитного поля должно происходить либо простое пересечение уровней и повторное появление щели, либо слияние/зацепление уровней, сопровождаемое постепенным изменением заполнений обоих уровней [18]. По аналогии с кремниевыми МОП-транзисторами весьма вероятно, что слияние уровней композитных фермионов с разными долинными индексами происходит в квантовых ямах SiGe/Si/SiGe со сверхнизким беспорядком.

VI. Заключение. Мы обсудили недавние экспериментальные результаты, указывающие на уплощение зон и слияние уровней Ландау на уровне химического потенциала в сильно коррелированных двумерных электронных системах. Показано, что числа заполнения квантовых состояний на уровне химического потенциала могут быть разными в диапазоне от нуля до единицы, что свидетельствует о не ферми-жидкостном виде функции распределения.

Группа из Института физики твердого тела была поддержана в рамках госзадания. С. В. Кравченко был поддержан грантом National Science Foundation # 1904024.

1. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics Part 2*, Pergamon, Oxford (1980).
2. V. A. Khodel and V. R. Shaginyan, JETP Lett. **51**, 553 (1990).
3. G. E. Volovik, JETP Lett. **53**, 222 (1991).

4. P. Noziéres, J. Phys. I (France) **2**, 443 (1992).
5. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, Phys. Rev. B **78**, 075120 (2008).
6. V. R. Shaginyan, M. Y. Amusia, A. Z. Msezane, and K. G. Popov, Phys. Rep. **492**, 31 (2010).
7. J. Clark, M. Zverev, and V. Khodel, Ann. Phys. **327**, 3063 (2012).
8. M. V. Zverev, V. A. Khodel, and S. S. Pankratov, JETP Lett. **96**, 192 (2012).
9. T. T. Heikkila, N. B. Kopnin, and G. E. Volovik, JETP Lett. **94**, 233 (2011).
10. Ed. by K. Bennemann and J. Ketterson, *Novel Superfluids*, Oxford University Press, Oxford (2013).
11. S. Peotta and P. Torma, Nat. Commun. **6**, 8944 (2015).
12. G. E. Volovik, Phys. Scr. T **164**, 014014 (2015).
13. M. Amusia, K. Popov, V. Shaginyan, and W. Stefanowicz, *Theory of Heavy-Fermion Compounds*, Springer International Publishing, N.Y. (2015).
14. A. Camjayi, K. Haule, V. Dobrosavljević, and G. Kotliar, Nat. Phys. **4**, 932 (2008).
15. D. Yudin, D. Hirschmeier, H. Hafermann, O. Eriksson, A. I. Lichtenstein, and M. I. Katsnelson, Phys. Rev. Lett. **112**, 070403 (2014).
16. M. Y. Melnikov, A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolov, S.-H. Huang, C. W. Liu, and S. V. Kravchenko, Sci. Rep. **7**, 14539 (2017).
17. V. A. Khodel, J. W. Clark, H. Li, and M. V. Zverev, Phys. Rev. Lett. **98**, 216404 (2007).
18. A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolov, J. W. Clark, V. R. Shaginyan, M. V. Zverev, and V. A. Khodel, Phys. Rev. Lett. **112**, 186402 (2014).
19. A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolov, J. W. Clark, V. R. Shaginyan, M. V. Zverev, and V. A. Khodel, JETP Lett. **102**, 36 (2015).
20. V. T. Dolgopolov, M. Y. Melnikov, A. A. Shashkin, S.-H. Huang, C. W. Liu, and S. V. Kravchenko, Phys. Rev. B **103**, L161302 (2021).
21. S. V. Kravchenko and M. P. Sarachik, Rep. Prog. Phys. **67**, 1 (2004).
22. A. A. Shashkin, Phys.-Uspekhi **48**, 129 (2005).
23. V. M. Pudalov, Phys.-Uspekhi **49**, 203 (2006).
24. A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgopolov, and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **66**, 073303 (2002).
25. A. Mokashi, S. Li, B. Wen, S. V. Kravchenko, A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolov, and M. P. Sarachik, Phys. Rev. Lett. **109**, 096405 (2012).
26. V. T. Dolgopolov, JETP Lett. **101**, 282 (2015).
27. A. Y. Kuntsevich, Y. V. Tupikov, V. M. Pudalov, and I. S. Burmistrov, Nat. Commun. **6**, 7298 (2015).
28. A. A. Shashkin, A. A. Kapustin, E. V. Deviatov, V. T. Dolgopolov, and Z. D. Kvon, Phys. Rev. B **76**, 241302 (2007).
29. M. Y. Melnikov, A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolov, S.-H. Huang, C. W. Liu, and S. V. Kravchenko, Appl. Phys. Lett. **106**, 092102 (2015).
30. M. Y. Melnikov, V. T. Dolgopolov, A. A. Shashkin, S.-H. Huang, C. W. Liu, and S. V. Kravchenko, J. Appl. Phys. **122**, 224301 (2017).
31. T. Okamoto, K. Hosoya, S. Kawaji, and A. Yagi, Phys. Rev. Lett. **82**, 3875 (1999).
32. S. A. Vitkalov, H. Zheng, K. M. Mertes, M. P. Sarachik, and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **85**, 2164 (2000).
33. G. Fleury and X. Waintal, Phys. Rev. B **81**, 165117 (2010).
34. T. M. Lu, L. Sun, D. C. Tsui, S. Lyon, W. Pan, M. Mühlberger, F. Schäffler, J. Liu, and Y. H. Xie, Phys. Rev. B **78**, 233309 (2008).
35. V. T. Renard, B. A. Piot, X. Waintal, G. Fleury, D. Cooper, Y. Niida, D. Tregurtha, A. Fujiwara, Y. Hirayama, and K. Takashina, Nat. Commun. **6**, 7230 (2015).
36. V. M. Pudalov, M. E. Gershenson, and H. Kojima, Phys. Rev. B **90**, 075147 (2014).
37. V. T. Dolgopolov, Phys.-Uspekhi **62**, 633 (2019).
38. M. Y. Melnikov, A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolov, S. V. Kravchenko, S.-H. Huang, and C. W. Liu, JETP Lett. **100**, 114 (2014).
39. M. Y. Melnikov, A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolov, A. Y. X. Zhu, S. V. Kravchenko, S.-H. Huang, and C. W. Liu, Phys. Rev. B **99**, 081106(R) (2019).
40. V. T. Dolgopolov, A. A. Shashkin, E. V. Deviatov, F. Hastreiter, M. Hartung, A. Wixforth, K. L. Campman, and A. C. Gossard, Phys. Rev. B **59**, 13235 (1999).
41. A. G. Davies, C. H. W. Barnes, K. R. Zolleis, J. T. Nicholls, M. Y. Simmons, and D. A. Ritchie, Phys. Rev. B **54**, R17331 (1996).
42. E. V. Deviatov, V. S. Khrapai, A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolov, F. Hastreiter, A. Wixforth, K. L. Campman, and A. C. Gossard, JETP Lett. **71**, 496 (2000).
43. C. A. Duarte, G. M. Gusev, A. A. Quivy, T. E. Lamas, A. K. Bakarov, and J. C. Portal, Phys. Rev. B **76**, 075346 (2007).
44. J. K. Jain, Phys. Rev. Lett. **63**, 199 (1989).
45. B. I. Halperin, P. A. Lee, and N. Read, Phys. Rev. B **47**, 7312 (1993).
46. J. K. Jain, Science **266**, 1199 (1994).
47. T. Chakraborty, Adv. Phys. **49**, 959 (2000).
48. J. K. Jain, *Composite Fermions*, Cambridge University Press, N.Y. (2007).
49. V. T. Dolgopolov, M. Y. Melnikov, A. A. Shashkin, S.-H. Huang, C. W. Liu, and S. V. Kravchenko, JETP Lett. **107**, 794 (2018).
50. S. V. Kravchenko, A. A. Shashkin, D. A. Bloore, and T. M. Klapwijk, Solid State Commun. **116**, 495 (2000).
51. V. S. Khrapai, A. A. Shashkin, and V. T. Dolgopolov, Phys. Rev. Lett. **91**, 126404 (2003).
52. V. S. Khrapai, A. A. Shashkin, and V. T. Dolgopolov, Phys. Rev. B **67**, 113305 (2003).