Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 3, с. 173 – 178 © 2022 г. 10 августа

Вклад флуктуаций параметра порядка в генерацию второй гармоники в двумерных мономолекулярных сверхпроводниках[1)]

М. В. Боев[+* 2)], *В. М. Ковалев*[+]

[+]*Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия*

[*]*Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 13 мая 2022 г.
После переработки 22 июня 2022 г.
Принята к публикации 22 июня 2022 г.

В рамках подхода, основанного на временном уравнении Гинзбурга–Ландау, построена теория генерации второй гармоники в двумерном сверхпроводнике во флуктуационном температурном режиме. Получены выражения для наведенного электрического тока, обусловленного флуктуациями параметра порядка, и осциллирующего на удвоенной частоте падающей внешней электромагнитной волны. Показано, что эффект имеет существенную сингулярность по температуре: кинетические коэффициенты, описывающие генерацию второй гармоники, обратно пропорциональны квадрату приведенной температуры. Оценка величины эффекта для двумерного сверхпроводника на базе мономолекулярного слоя дисульфида молибдена демонстрирует возможность экспериментальной проверки теории.

DOI: 10.31857/S1234567822150071, EDN: jgdzeo

1. Введение. Квадратичный отклик подвижных носителей заряда на воздействие внешней монохроматической электромагнитной (ЭМ) волны можно условно разделять на два типа. Первый тип отклика заключается в возникновении стационарной во времени реакции системы и, например, возбуждении в системе стационарного электрического тока. Второй тип квадратичного отклика является принципиально динамическим и в результате отклик различных физических величин системы (плотность тока, поляризация и т.п.) проявляется в виде осциллирующих во времени величин на удвоенной частоте падающей внешней монохроматической ЭМ волны. Теоретическое изучение второго типа отклика в двумерных сверхпроводниках составляет содержание настоящей работы.

Как известно, осцилляции плотности электрического заряда (или плотности тока) на удвоенной частоте выступают источником вторичного ЭМ излучения на удвоенной частоте – генерации в системе второй гармоники монхроматического ЭМ поля. Физические характеристики, описывающие эффект генерации второй гармоники (коэффициент конверсии, поляризация) являются предметом теоретического и экспериментального исследования во многих системах, в частности: в обычных полупроводниках [1], графене [2–4], вейлевских полуметаллах [5], дихалькогенидах переходных металлов [6, 7], сверхпроводниках [8].

Совершенствование технологий получения двумерных структур значительно расширило возможности экспериментальных исследований двумерных сверхпроводников. В настоящее время ведется активное экспериментальное изучение сверхпроводящих пленок толщиной вплоть до монослоя [9]. Интересным открытием явилось обнаружение сверхпроводящих свойств у ряда полупроводниковых материалов, принадлежащих к группе дихалькогенидов, при достаточно высоких концентрациях электронов [10, 11]. В частности, значительное внимание привлекает дисульфид молибдена, MoS_2, как типичный представитель семейства мономолекулярных слоев дихалькогенидов переходных металлов [12, 13]. Экспериментальное открытие сверхпроводящих свойств монослоев на основе дихалькогенидов переходных металлов, в частности, и в MoS_2, стимулировало активное исследование их сверхпроводящих свойств. Структура спин-орбитального взаимодействия в этих материалах такова, что спины электронов и дырок направлены строго перпендикулярно плоскости монослоя, что часто описывается как эффективное зеемановское расщепление спинов встроенным полем, направленным противоположно в неэквивалентных долинах. В результате при описании сверхпроводящих свойств этих материалов часто применяют термин "изинговское спин-орбитальное

[1)]См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru.

[1)]e-mail: boevm@isp.nsc.ru

взаимодействие" и "изинговские сверхпроводники" (*Ising superconductors*) [14, 15]. В настоящее время принято считать, что спаривание в этих материалах имеет s-волновой характер с возможным подмешиванием спаривания в триплетном канале. В рамках теоретических исследований основное внимание уделяется изучению равновесных свойств этих материалов: фазовых диаграмм [16], изучению смешанного синглет-триплетного типа спаривания [17], влияния эффектов примесного рассеяния на величину сверхпроводящей щели [18, 19]. Важно отметить, что область температур вблизи критической точки перехода, $T \gtrsim T_c$, остается слабо изученной в этих материалах. Учитывая прогресс исследований флуктуационных явлений в сверхпроводниках [20], в настоящей работе мы развиваем теорию, описывающую осцилляции (на удвоенной частоте) тока флуктуаций параметра порядка в двумерном сверхпроводнике как отклик на внешнее монохроматическое электромагнитное воздействие, и приводим оценки величины эффекта для монослоевого сверхпроводника на базе соединения MoS_2.

2. Модель. Пусть на двумерный сверхпроводник падает плоская монохроматическая электромагнитная волна с углом скольжения θ (рис. 1). Представим

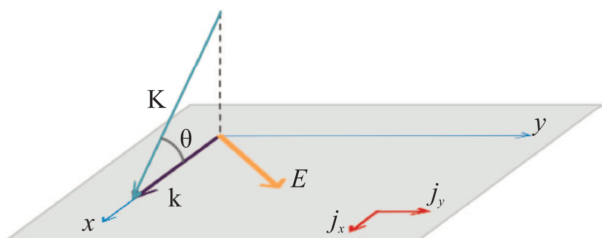

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема геометрии изучаемой системы. $\mathbf{K}$ – волновой вектор падающей электромагнитной волны, $\mathbf{k}$ – его внутриплоскостная проекция

вектор напряженности электрического поля волны в комплексной форме:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}e^{i\mathbf{kr}-i\Omega t} + \mathbf{E}^* e^{-i\mathbf{kr}+i\Omega t}, \tag{1}$$

где Ω – частота ЭМ волны, $k \equiv |\mathbf{k}| = \cos(\theta)\Omega/c$ и $\mathbf{E}$ – проекции ее волнового вектора и комплексной амплитуды на плоскость сверхпроводника соответственно, c – скорость света. В общем виде отклик второго порядка на монохроматическую плоскую волну имеет вид

$$j_\alpha(\mathbf{r},t) = \sigma_{\alpha\beta\gamma}(\Omega,\mathbf{k})E_\beta(\mathbf{r},t)E_\gamma(\mathbf{r},t), \tag{2}$$

где $j_\alpha(\mathbf{r},t)$ – индуцированный ЭМ волной электрический ток, а $\sigma_{\alpha\beta\gamma}$ – функция квадратичного отклика системы. В данной работе нас интересует осциллирующая компонента электрического тока. Чтобы выделить ее, подставим в (2) выражение (1) и опустим члены типа $E_\beta E_\gamma^*$, отвечающие за возбуждение однородного стационарного тока:

$$\begin{aligned} j_\alpha(\mathbf{r},t) &= j_\alpha(\Omega,\mathbf{k})e^{2i\mathbf{kr}-2i\Omega t} + \text{c.c.}, \\ j_\alpha(\Omega,\mathbf{k}) &= \tilde{\sigma}_{\alpha\beta\gamma}(\Omega,\mathbf{k})E_\beta E_\gamma. \end{aligned} \tag{3}$$

Условимся считать, что ось x ориентирована по волновому вектору $\mathbf{k}$ (рис. 1), тогда система симметрична относительно зеркального отображения $y \to -y$, и из всех компонент тензора $\tilde{\sigma}_{\alpha\beta\gamma}$ не равны нулю лишь три: $\tilde{\sigma}_{xxx}$, $\tilde{\sigma}_{xyy}$ и $\tilde{\sigma}_{yxy}$. В силу симметрии системы относительно вращений в плоскости сверхпроводника только две из трех компонент тензора являются независимыми, а именно, имеет место соотношение $\tilde{\sigma}_{yxy} = \tilde{\sigma}_{xxx} - \tilde{\sigma}_{xyy}$. В этой связи удобно представить искомые токи в следующем виде:

$$j_x(\Omega,\mathbf{k}) = Q_1(\Omega,\mathbf{k})(E_x^2 + E_y^2) + Q_2(\Omega,\mathbf{k})(E_x^2 - E_y^2), \tag{4a}$$

$$j_y(\Omega,\mathbf{k}) = 2Q_2(\Omega,\mathbf{k})E_x E_y, \tag{4b}$$

где $Q_{1,2} = (\tilde{\sigma}_{xxx} \pm \tilde{\sigma}_{xyy})/2$. Анализ частотной и температурной зависимостей функций Q_1 и Q_2 является целью настоящей работы.

Отыскание функций квадратичного отклика флуктуаций параметра порядка будем проводить в рамках подхода [21], в основе которого лежит анализ временного уравнения Гинзбурга–Ландау (ГЛ) для двумерного сверхпроводника в поле электромагнитной волны:

$$\left\{\gamma\frac{\partial}{\partial t} + \alpha T_c\left[\epsilon + \xi^2\left(\hat{\mathbf{p}} - 2e\mathbf{A}(\mathbf{r},t)\right)^2\right]\right\}\psi(\mathbf{r},t) = f(\mathbf{r},t), \tag{5}$$

где ψ – волновая функция флуктуационных куперовских пар, $\hat{\mathbf{p}} = -i\nabla$ – оператор импульса, ξ – корреляционная длина, $\epsilon = (T-T_c)/T_c$ – приведенная температура, T_c – температура сверхпроводящего перехода, α – параметр разложения ГЛ, $e = -|e|$ – заряд электрона, $\mathbf{A}$ – проекция векторного потенциала ЭМ волны на плоскость сверхпроводника, причем выбрана калибровка $\mathbf{E} = -\partial_t\mathbf{A}$, $f(\mathbf{r},t)$ – сила Ланжевена, моделирующая белый шум равновесных флуктуаций параметра порядка в системе. Здесь и далее мы положили $\hbar = k_B = 1$. Параметр $\gamma = \gamma' + i\gamma''$ является комплекснозначной величиной. Вещественная часть этого параметра пропорциональна времени ГЛ $\gamma' = \alpha T_c\epsilon\tau_{GL}$, которое в рамках теории Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) имеет простой вид $\tau_{GL} = \pi/8(T-T_c)$, и, таким образом, $\gamma' = \pi\alpha/8$. Наличие мнимой части, $\gamma'' = -(\alpha T_c/2)\partial T_c/\partial E_F$, обусловлено требованием калибровочной инвариантности временного уравнения ГЛ [22] и может иметь различную микроскопическую природу (например, быть следствием асимметрии электрон-дырочного спектра [23]). Роль параметра γ'' различна в отдельных эффектах. Так, например, он не входит в функции линейного отклика флуктуаций на электрическое поле, но является ключевым во флуктуационном эффекте Холла [20]. Далее предполагается, что мнимая часть параметра γ мала по сравнению с вещественной, $\eta \equiv \gamma''/\gamma' \ll 1$.

Перепишем уравнение (5) в операторной форме:

$$\left\{\hat{L}^{-1} - \hat{M}_1 - \hat{M}_2\right\}\psi(\mathbf{r},t) = f(\mathbf{r},t), \tag{6}$$

где

$$\hat{L}^{-1} = \gamma\frac{\partial}{\partial t} + \alpha T_c[\epsilon + \xi^2\mathbf{p}^2], \tag{7a}$$

$$\hat{M}_1 = \alpha T_c\xi^2 2e(\mathbf{pA} + \mathbf{Ap}), \tag{7b}$$

$$\hat{M}_2 = -\alpha T_c\xi^2(2e)^2\mathbf{A}^2. \tag{7c}$$

Будем искать решение в виде разложения по степеням амплитуды электромагнитной волны $\psi \approx \psi_0 hm + \psi_1 + \psi_2$. Так как нас интересуют эффекты второго порядка, то и разложение ведем до слагаемых $\sim A_iA_j$. Формальное решение уравнения (6) можно представить в виде

$$\psi_0(\mathbf{r},t) = \hat{L}f(\mathbf{r},t), \tag{8a}$$

$$\psi_1(\mathbf{r},t) = \hat{L}\hat{M}_1\hat{L}f(\mathbf{r},t), \tag{8b}$$

$$\psi_2(\mathbf{r},t) = (\hat{L}\hat{M}_1\hat{L}\hat{M}_1 + \hat{L}\hat{M}_2)\hat{L}f(\mathbf{r},t). \tag{8c}$$

Для определения измеримых величин, в частности – электрического тока, достаточно знать лишь корреляционные свойства флуктуаций. Спектральные характеристики сил Ланжевена выражаются следующим образом:

$$\langle f^*(\mathbf{r},t)f(\mathbf{r}',t')\rangle = 2T_c\gamma'\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\delta(t-t'), \tag{9}$$

где $\langle ...\rangle$ означает операцию усреднения по флуктуациям. Так как интересующие нас физические величины определяются усреднением соответствующих операторов по флуктуациям, знание лишь корреляционной функции (9) достаточно для определения отклика системы.

Задача состоит в вычислении флуктуационных поправок к электрическому току, индуцированному электромагнитным излучением. Выражение для оператора плотности тока получаем варьированием функционала ГЛ $\mathcal{F}$ по векторному потенциалу $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{j} \equiv -\left\langle\frac{\delta\mathcal{F}}{\delta\mathbf{A}}\right\rangle. \tag{10}$$

Как обычно, в случае квадратичного закона дисперсии, общее выражение для тока удобно разделить на пара- и диамагнитный вклады:

$$\mathbf{j}^P = 4e\alpha T_c\xi^2\mathrm{Re}[\langle\psi^*\hat{\mathbf{p}}\psi\rangle], \tag{11a}$$

$$\mathbf{j}^D = -8e^2\alpha T_c\xi^2\langle|\psi|^2\rangle\mathbf{A}. \tag{11b}$$

Далее под обозначением $\mathbf{j}$ мы будем подразумевать только квадратичные поправки к току.

Рассмотрим вначале диамагнитный вклад:

$$\mathbf{j}^D = -8e^2\alpha T_c\xi^2\big(\langle\psi_0^*\psi_1\rangle + \langle\psi_1^*\psi_0\rangle\big)\mathbf{A}. \tag{12}$$

В формуле (12) мы ограничились учетом линейной поправки ψ_1 к параметру порядка, так как нас интересует отклик второго порядка по амплитуде волны. Выполним усреднение первого слагаемого в выражении (12):

$$\langle\psi_0^*\psi_1\rangle = \alpha T_c\xi^2 2e\langle\psi_0^*\hat{L}(\hat{\mathbf{p}}\mathbf{A} + \mathbf{A}\hat{\mathbf{p}})\psi_0\rangle. \tag{13}$$

Разлагая все величины по Фурье-компонентам и используя спектральные свойства белого шума (9), получаем:

$$\langle\psi_0^*\psi_1\rangle = 4e\alpha T_c^2\xi^2\gamma'\int\frac{d\mathbf{q}d\omega}{(2\pi)^3}|L_{\mathbf{q}}(\omega)|^2 \Bigg[L_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}(\omega+\Omega)[2\mathbf{q}+\mathbf{k}]\mathbf{a}_0e^{i\mathbf{kr}-i\Omega t} + L_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}(\omega-\Omega)[2\mathbf{q}-\mathbf{k}]\mathbf{a}_0^*e^{-i\mathbf{kr}+i\Omega t}\Bigg], \tag{14}$$

где

$$L_{\mathbf{q}\omega} = \frac{1}{\varepsilon_{\mathbf{q}} - i\gamma\omega}, \tag{15a}$$

$$\varepsilon_{\mathbf{q}} = \alpha T_c[\epsilon + \xi^2\mathbf{q}^2], \tag{15b}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{a}_0e^{i\mathbf{kr}-i\Omega t} + \mathbf{a}_0^*e^{-i\mathbf{kr}+i\Omega t}. \tag{15c}$$

После подстановки (14) в выражение (12) и выполнения замен $\mathbf{q}\to\mathbf{q}\pm\mathbf{k}/2$ и $\omega\to\omega\pm\Omega/2$, выражение для диамагнитного вклада принимает вид:

$$\mathbf{j}^D(\mathbf{r},t) = -64e^3(\alpha T_c\xi^2)^2T_c\gamma'\mathbf{a}_0e^{2(i\mathbf{kr}-i\Omega t)} \int\frac{d\mathbf{q}d\omega}{(2\pi)^3}(\mathbf{qa}_0)\Big[|L_{\mathbf{q}-\mathbf{k}/2}(\omega-\Omega/2)|^2L_{\mathbf{q}+\mathbf{k}/2}(\omega+\Omega/2) + |L_{\mathbf{q}+\mathbf{k}/2}(\omega+\Omega/2)|^2L^*_{\mathbf{q}-\mathbf{k}/2}(\omega-\Omega/2)\Big], \tag{16}$$

где для краткости представлено лишь слагаемое, осциллирующее на удвоенной частоте, $\sim e^{2(i\mathbf{kr}-i\Omega t)}$. Вычисление интеграла по частоте в (16) проводится обычным образом с помощью теории вычетов. Разлагая получившееся выражение по малому параметру $\eta=\gamma''/\gamma'$, приходим к

$$\mathbf{j}^D(\mathbf{r},t)=64i\eta e^3(\alpha T_c\xi^2)^2T_c\mathbf{a}_0e^{2(i\mathbf{kr}-i\Omega t)}$$
$$\int\frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2}\frac{(\mathbf{q}\mathbf{a}_0)}{\varepsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}/2}[\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}/2}+\varepsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}/2}-i\gamma'\Omega]}$$
$$\left\{1-\frac{\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}/2}-\varepsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}/2}}{\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}/2}+\varepsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}/2}-i\gamma'\Omega}\right\}. \quad (17)$$

В выражении (17) возможно аналитически провести интегрирование по полярному углу. Выбирая вектор $\mathbf{k}$ в качестве направления оси x и используя формулу $\mathbf{a}_0=i\mathbf{E}/\Omega$, запишем ответ в следующей форме:

$$\mathbf{j}^D(\Omega,\theta)=-\sigma_0I_1\left(\frac{\epsilon}{k^2\xi^2},\frac{\pi\Omega}{16T_ck^2\xi^2}\right)\begin{pmatrix}E_x^2\\E_xE_y\end{pmatrix}, \quad (18)$$

где I_1 – безразмерный однократный интеграл, зависящий от двух параметров и

$$\sigma_0=\frac{\eta e^3}{4\Omega k^3\xi^2}. \quad (19)$$

Явный вид I_1 приведен в дополнительных материалах.

Вычисление парамагнитной части тока (11a) выполняется аналогично. Прежде всего, формула (11a) для квадратичного отклика принимает вид

$$\mathbf{j}^P(\mathbf{r},t)=4e\alpha T_c\xi^2\mathrm{Re}[\langle\psi_0^*\hat{\mathbf{p}}\psi_2\rangle+\langle\psi_1^*\hat{\mathbf{p}}\psi_1\rangle+\langle\psi_2^*\hat{\mathbf{p}}\psi_0\rangle]. \quad (20)$$

После подстановки в выражение (20) операторов взаимодействия с электромагнитной волной (8b) и (8c) удобно разделить парамагнитный вклад на две части:

$$\mathbf{j}_1^P(\mathbf{r},t)=4e\alpha T_c\xi^2\mathrm{Re}\left[\langle\psi_0^*\left(\hat{\mathbf{p}}\hat{L}\hat{M}_2+(\hat{L}\hat{M}_2)^+\hat{\mathbf{p}}\right)\psi_0\rangle\right], \quad (21a)$$

$$\mathbf{j}_2^P(\mathbf{r},t)=4e\alpha T_c\xi^2\mathrm{Re}\left[\langle\psi_0^*\left(\hat{\mathbf{p}}\hat{L}\hat{M}_1\hat{L}\hat{M}_1+\right.\right.$$
$$\left.\left.(\hat{L}\hat{M}_1)^+\hat{\mathbf{p}}\hat{L}\hat{M}_1+(\hat{L}\hat{M}_1\hat{L}\hat{M}_1)^+\hat{\mathbf{p}}\right)\psi_0\rangle\right]. \quad (21b)$$

После интегрирования по частоте имеем:

$$\mathbf{j}_1^P=32i\eta e^3(\alpha T_c\xi^2)^2T_c\mathbf{a}_0^2e^{2i(\mathbf{kr}-\Omega t)}$$
$$\int\frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2}\frac{\mathbf{q}}{\varepsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}[\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}-2i\gamma'\Omega]}$$
$$\left\{1-\frac{\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}}{\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}-2i\gamma'\Omega}\right\}. \quad (22a)$$

$$\mathbf{j}_2^P=32i\eta e^3(\alpha T_c\xi^2)^3T_ce^{2i(\mathbf{kr}-\Omega t)}$$
$$\int\frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2}\frac{\mathbf{q}\big((2\mathbf{q}+\mathbf{k})\cdot\mathbf{a}_0\big)\big((2\mathbf{q}-\mathbf{k})\cdot\mathbf{a}_0\big)}{(\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}-2i\gamma'\Omega)(\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{q}}-i\gamma'\Omega)}$$
$$\left\{\frac{2}{\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}}+\left[\frac{1}{\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}}+\frac{1}{\varepsilon_{\mathbf{q}}}\right]\right.$$
$$\left.\times\left[\frac{\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}}{\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}-2i\gamma'\Omega}+\frac{\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{q}}}{\varepsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}+\varepsilon_{\mathbf{q}}-i\gamma'\Omega}\right]\right\}. \quad (22b)$$

Наконец, интегрируя по полярному углу, приходим к выражениям

$$\mathbf{j}_1^P(\Omega,\theta)=-\sigma_0I_2\left(\frac{\epsilon}{k^2\xi^2},\frac{\pi\Omega}{16T_ck^2\xi^2}\right)\begin{pmatrix}E_x^2+E_y^2\\0\end{pmatrix} \quad (23a)$$

$$\mathbf{j}_2^P(\Omega,\theta)=-\sigma_0I_3\left(\frac{\epsilon}{k^2\xi^2},\frac{\pi\Omega}{16T_ck^2\xi^2}\right)\begin{pmatrix}3E_x^2+E_y^2\\2E_xE_y\end{pmatrix}. \quad (23b)$$

Явный вид I_2 и I_3 приведен в дополнительных материалах.

3. Обсуждение результатов. На рисунке 2 представлены зависимости функций квадратичного отклика Q_1 и Q_2 от безразмерной величины $k\xi$. Для построения зависимостей использованы следующие параметры. Корреляционная длина полагалась равной $\xi=10$ нм, критическая температура $T_c=9$ К, угол скольжения $\theta=\pi/4$, а значение приведенной температуры $\epsilon=0.1$ выбрано так, чтобы удовлетворить условиям применимости теории ГЛ. Разложение ГЛ справедливо при условии $\epsilon\ll1$. С другой стороны, при приближении к точке фазового перехода флуктуации параметра усиливаются, и с определенного момента их взаимодействием нельзя пренебрегать. Температурную область сильных флуктуаций ограничивает параметр Гинзбурга–Леванюка $\epsilon\gg\mathrm{Gi}\sim T_c/E_F$. Для сверхпроводящих структур на базе MoS_2 с критической температурой $T_c=9$ К, эффективной массой электрона $m\approx0.5m_0$ [24] (где m_0 – масса свободного электрона) и концентрацией электронов $n=10^{14}\,\text{см}^{-2}$ данный параметр имеет значение порядка $\mathrm{Gi}\sim10^{-3}$, где использовано определение энергии Ферми с учетом спинового и долинного вырождений, $E_F=\pi n/2m$. Как видно из графиков рис. 2, квадратичный отклик наиболее силен в области малых частот, $k\xi\ll1$.

Влияние температуры на величину индуцированных токов особенно заметно в области малых частот (рис. 3). Температурная зависимость функций отклика явно нелинейная, например, изменение приведенной температуры на 50 процентов увеличивает высоту максимума $\mathrm{Im}Q_2$ более, чем в два раза.

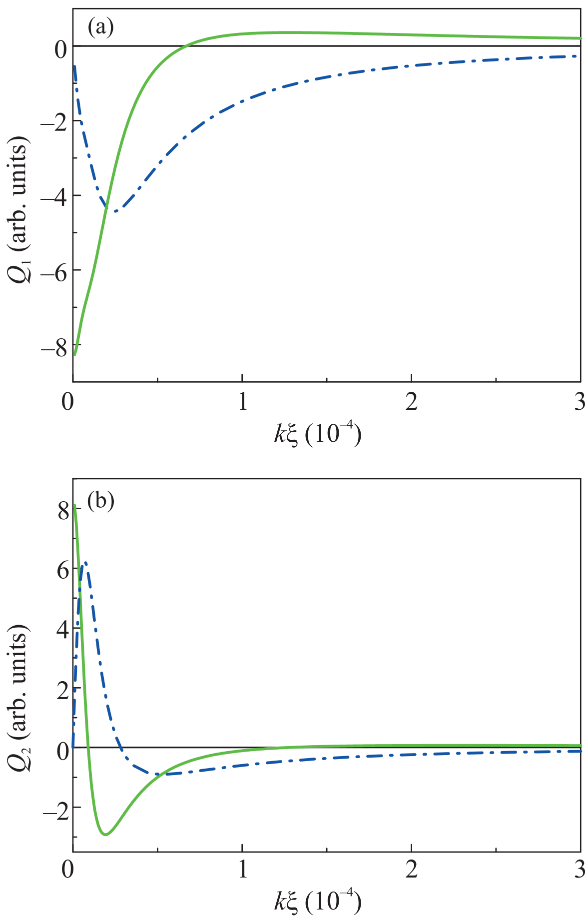

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость функций отклика Q_1 (a) и Q_2 (b) от безразмерной величины $k\xi$. Зеленые сплошные кривые соответствуют вещественным частям функций Q_1 и Q_2, синие штрихпунктирные – мнимым

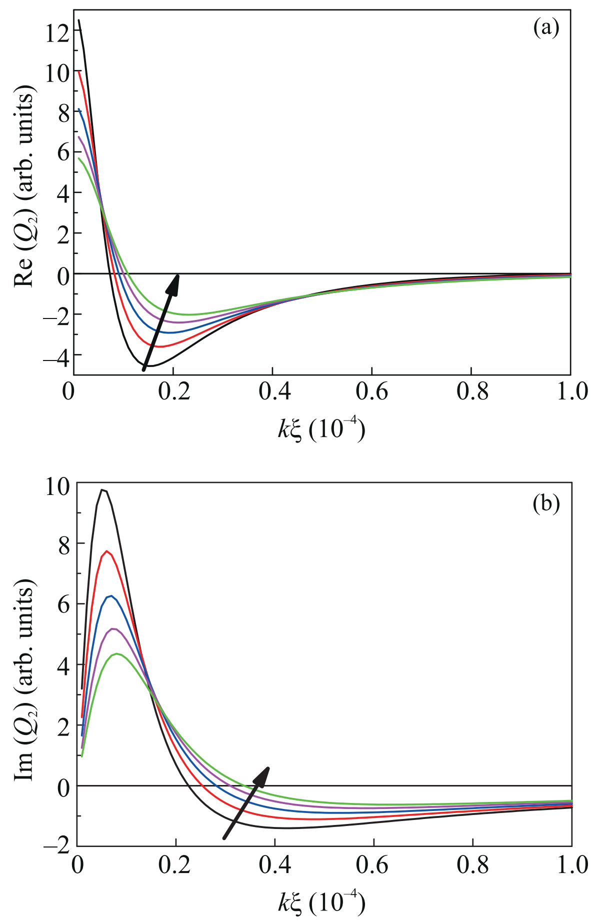

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость вещественной (a) и мнимой (b) частей функции отклика Q_2 от безразмерной величины $k\xi$ при различных значениях приведенной температуры. Стрелка обозначает рост приведенной температуры ϵ от 0.08 до 0.12

Явный вид однократных интегралов I_1, I_2, I_3 позволяет легко исследовать асимптотическое поведение функций отклика. В пределе стационарного поля, $\Omega \to 0$, вещественные части функций отклика принимают конечные значения:

$$\mathrm{Re}\big[Q_1(\Omega = 0)\big] = -\mathrm{Re}\big[Q_2(\Omega = 0)\big] = -\frac{\eta e^3 \xi^2 \cos(\theta)}{48 c \epsilon^2}. \tag{24}$$

В свою очередь мнимые части стремятся к нулю. Этот естественный результат подтверждает, что в пределе стационарного поля эффект запаздывания отклика отсутствует. По предельному выражению (24) возможно делать выводы о влиянии различных параметров на величину изучаемого эффекта. В частности, обратная пропорциональность квадрату приведенной температуры, $\sim \epsilon^{-2}$, объясняет резкое усиление отклика системы при приближении к критической температуре (рис. 3). Кроме того, квадратичный отклик оказывается крайне чувствительным к корреляционной длине, $\sim \xi^2$, что делает этот параметр одним из ключевых в рассматриваемом эффекте.

Выражение (24) также позволяет оценить величину амплитуды осцилляций тока. Эксперименты по измерению параметра η в MoS_2 неизвестны авторам. Однако его величину можно оценить по формуле $\eta \propto |\partial T_c / \partial E_F| \propto T_c/E_F \sim 10^{-3}$ при концентрации электронов $n = 10^{14}$ см$^{-2}$ и критической температуре $T_c = 9$ К. Для сравнения, экспериментально измеренное значение этого параметра в пленках TaN имеет такой же порядок величины [25]. Длина когерентности $\xi \approx \xi_0$ и $\xi \approx \sqrt{\xi_0 l}$ в чистом и грязном пределах соответственно (ξ_0 – длина когерентности БКШ, l – длина свободного пробега). Таким образом, $\xi \sim 10{-}100$ нм. Используя указанные параметры, получаем оценку $j/I \sim [0.01 - 0.1] \cos(\theta)$ нА·см/Вт, где I – интенсивность ЭМ волны.

4. Заключение. Изложенная в настоящей работе теория квадратичного отклика флуктуаций параметра порядка показывает, что частотная зависимость эффекта генерации второй гармоники, обусловленная флуктуациями параметра порядка, качественно подобна вкладу нормальных электронов в генерацию второй гармоники [3]. В то же время, имеют место и существенные отличия, позволяющие разделить оба вклада. Во-первых, температурная зависимость отклика флуктуаций ожидается очень резкой, $\sim \epsilon^{-2}$. Во-вторых, как и для стационарной компоненты электрического тока [26], эффект оказывается пропорциональным параметру γ''. Как упоминалось выше, величина и знак этого интегрального параметра определяется особенностями спектра нормальных электронов, и эффект генерации второй гармоники может выступать здесь как дополнительный независимый метод определения этого параметра наряду с флуктуационным эффектом Холла.

Работа выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики БАЗИС и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Проект # FSUN-2020-0004).

1. H. V. K. Tom, T. F. Heinz, and Y. R. Shen, Phys. Rev. Lett. **51**, 1983 (1983).
2. J. J. Dean and H. M. van Driel, Phys. Rev. B **82**, 125411 (2010).
3. M. M. Glazov, Письма в ЖЭТФ **93**, 408 (2011).
4. S. Wu, L. Mao, A. M. Jones, W. Yao, C. Zhang, and X. Xu, Nano Lett. **12**, 2032 (2012).
5. L. Wu, S. Patankar, T. Morimoto, N. L. Nair, E. Thewalt, A. Little, J. G. Analytis, J. E. Moore, and J. Orenstein, Nature Phys. **13**, 350 (2017).
6. N. Kumar, S. Najmaei, Q. Cui, et al., Phys. Rev. B **87**, 161403 (2013).
7. L. M. Malard, T. V. Alencar, A. P. M. Barboza, et al., Phys. Rev. B **87**, 201401 (2013).
8. S. Nakamura, K. Katsumi, H. Terai, et al., Phys. Rev. Lett. **125**, 097004 (2020).
9. Y. Saito, T. Nojima, and Y. Iwasa, Nat. Rev. Mater. **2**, 16094 (2016).
10. W. Shi, J. Ye, Y. Zhang, R. Suzuki, M. Yoshida, J. Miyazaki, N. Inoue, Y. Saito, and Y. Iwasa, Sci. Rep. **5**, 12534 (2015).
11. X. Xi, Z. Wang, W. Zhao, J.-H. Park, K. T. Law, H. Berger, L. Forró, J. Shan, and K. F. Mak, Nature Phys. **12**, 139 (2016).
12. J. M. Lu, O. Zheliuk, I. Leermakers, N. F. Q. Yuan, U. Zeitler, K. T. Law, and J. T. Ye, Science **350**, 1353 (2015).
13. D. Costanzo, S. Jo, H. Berger, and A. F. Morpurgo, Nat. Nanotechnol. **11**, 339 (2016).
14. S. C. de la Barrera, M. R. Sinko, D. P. Gopalan, N. Sivadas, K. L. Seyler, K. Watanabe, T. Taniguchi, A. W. Tsen, X. Xu, D. Xiao, and B. M. Hunt, Nat. Commun. **9**, 1427 (2018).
15. G. Tang, R. L. Klees, C. Bruder, and W. Belzig, Phys. Rev. B **104**, L241413 (2021).
16. S. Ilic, J. S. Meyer, and M. Houzet, Phys. Rev. Lett. **119**, 117001 (2017).
17. N. F. Q. Yuan, K. F. Mak, and K. T. Law, Phys. Rev. Lett. **113**, 097001 (2014).
18. D. Mockli and M. Khodas, Phys. Rev. B **101**, 014510 (2020).
19. D. Mockli, M. Haim, and M. Khodas, J. Appl. Phys. **128**, 053903 (2020).
20. A. A. Varlamov, A. Galda, and A. Glatz, Rev. Mod. Phys. **90**, 015009 (2018).
21. А. А. Варламов, А. И. Ларкин, *Теория флуктуаций в сверхпроводниках*, Добросвет (2007).
22. A. G. Aronov, S. Hikami, and A. I. Larkin, Phys. Rev. B **51**, 3880 (1995).
23. K. Michaeli, K. S. Tikhonov, and A. M. Finkel'stein, Phys. Rev. B **86**, 014515 (2012).
24. A. Kormanyos, G. Burkard, M. Gmitra, J. Fabian, V. Zólyomi, N. D. Drummond, and V. Fal'ko, 2D Mater. **2**, 022001 (2015).
25. N. P. Breznay, K. Michaeli, K. S. Tikhonov, A. M. Finkel'stein, M. Tendulkar, and A. Kapitulnik, Phys. Rev. B **86**, 014514 (2012).
26. M. V. Boev, Phys. Rev. B **101**, 104512 (2020).