Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 4, с. 191 – 196

Процессы $e^+e^- \to a_1\pi$ и $e^+e^- \to [K_1(1270), K_1(1400)]K$ в киральной кварковой модели НИЛ

М. К. Волков[+1)], *К. Нурлан*[+*×1)]

[+]*Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия*

[*]*Институт ядерной физики, 050032 Алматы, Казахстан*

[×]*Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, 01008 Нур-Султан, Казахстан*

Поступила в редакцию 7 июня 2022 г.
После переработки 6 июля 2022 г.
Принята к публикации 6 июля 2022 г.

В $U(3) \times U(3)$ киральной модели Намбу–Иона–Лазинио вычислены полные сечения процессов $e^+e^- \to a_1\pi$ и $e^+e^- \to [K_1(1270), K_1(1400)]K$. В настоящее время экспериментальные данные по исследуемым процессам отсутствуют, поэтому полученные теоретические результаты следует рассматривать как предсказания.

DOI: 10.31857/S1234567822160017, EDN: jhagis

1. Введение. Ускорители, использующие встречные e^+e^- пучки, являются хорошим инструментом для изучения внутренних свойств и взаимодействия мезонов в широком спектре энергий. При низких энергиях было получено много важных результатов в экспериментах на LEP (ЦЕРН), ВЭПП (ИЯФ им. Г. И. Будкера), PEP II (BaBar, SLAC), Belle (KEK) и др. За последнее время были построены и планируются ряд новых электрон-позитронных коллайдеров, позволяющих исследовать взаимодействия элементарных частиц при более высоких энергиях и с большой статистикой (Belle II, BESIII, Super Charm-Tau Factory и др.). На указанных ускорителях уже сделан ряд важных открытий, в частности, открыты новые частицы с массами тяжелее 2 ГэВ [1–6]. Однако, в области более низких энергий до сих пор остаются нерешенным целый ряд вопросов. В частности, это касается исследований некоторых важных свойств аксиально-векторных мезонов. Например, не были исследованы процессы $e^+e^- \to a_1\pi$ и $e^+e^- \to [K_1(1270), K_1(1400)]K$. Изучение этих процессов представляет большой интерес поскольку в случае с a_1 мезоном до сих пор нет точного определения как массы этого мезона, так и ширины распада [7, 8]. В то же время, экспериментально достаточно точно измерен процесс $e^+e^- \to \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$, где важную роль играют промежуточные каналы с $\omega\pi$ и $a_1\pi$ мезонами [9–11]. Важность детального понимания этих процессов обусловлена тем, что они дают существенный вклад в определение аномального магнитного момента мюона [12, 13].

В случае странных аксиально-векторных мезонов интерес представляет изучение смешивания состояний K_{1A} и K_{1B}. Кроме того, наши теоретические исследования процессов $e^+e^- \to K_1(1270)K$ и $e^+e^- \to K_1(1400)K$ мотивированы недавними измерениями на ВЭПП в ИЯФ им. Г.И. Будкера, где было показано, что полное сечение процесса $e^+e^- \to K^+K^-\pi^+\pi^-$ на 50–90 % определяется промежуточными каналами $K_1(1270, 1400)K$ [14]. Независимое рассмотрение двух каналов относительно друг друга позволяет более детально изучить вышеуказанный процесс.

В настоящей работе мы даем теоретические оценки полных сечений процессов $e^+e^- \to a_1\pi$ и $e^+e^- \to K_1(1270, 1400)K$ в области энергий до 2 ГэВ в рамках $U(3)\times U(3)$ киральной кварковой модели Намбу–Иона–Лазинио (НИЛ) [15–23].

Статья построена следующим образом. Во второй главе приведены кварк-мезонные лагранжианы, необходимые для описания процессов. В главе 3 показаны амплитуды и сечения процессов. Последняя глава 4 посвящена краткому обсуждению полученных результатов.

2. Эффективный кварк-мезонный лагранжиан. Для описания процессов $e^+e^- \to a_1\pi$ и $e^+e^- \to (K_1(1270, 1400))K$ будем использовать эффективный кварк-мезонный лагранжиан, полученный в расширенной модели НИЛ. Модель описывает псевдоскалярные, векторные и аксиально-

[1)]e-mail: volkov@theor.jinr.ru; nurlan@theor.jinr.ru

векторные мезоны в основном и первом радиально-возбужденном состоянии. Лагранжиан взаимодействия кварков с мезонами принимает вид [21, 23]:

$$\Delta L_{\text{int}} = \bar{q} \sum_{i=0,\pm} \left[iA_\pi \gamma^5 \lambda_i^\pi \pi^i + \frac{1}{2} A_{a_1} \gamma^\mu \gamma^5 \lambda_i^\rho a_{1\mu}^i + \right.$$
$$\left. + iA_K \gamma^5 \lambda_i^K K^i + \frac{1}{2} A_{K_1} \gamma^\mu \gamma^5 \lambda_i^K K_{1\mu}^i \right] q +$$
$$+ \bar{q} \left[\frac{1}{2} \gamma^\mu \lambda_i^\omega (A_\omega \omega_\mu + B_\omega \omega_\mu) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2} \gamma^\mu \lambda^\phi (A_\phi \phi_\mu + B_\phi \phi_\mu) + \frac{1}{2} \gamma^\mu \lambda^\rho (A_\rho \rho_\mu + B_\rho \rho'_\mu) \right] q, \tag{1}$$

где q и $\bar{q}$ – поля u-, d- и s-кварков с составляющими массами $m_u = m_d = 270\,\text{МэВ}$, $m_s = 420\,\text{МэВ}$; матрицы λ являются линейными комбинациями матриц Гелл–Манна. Первые радиально возбужденные мезонные состояния отмечены штрихом. Мезоны в основном и первом радиально-возбужденном состоянии связаны с кварковыми полями множителями A_M и B_M [23]

$$A_M = A_M^0 \times$$
$$\times \left[g_M \sin(\theta_M + \theta_M^0) + g_M^{'} f_M(k_\perp^2) \sin(\theta_M - \theta_M^0) \right],$$
$$B_M = -A_M^0 \times$$
$$\times \left[g_M \cos(\theta_M + \theta_M^0) + g_M^{'} f_M(k_\perp^2) \cos(\theta_M - \theta_M^0) \right], \tag{2}$$

где $A_M^0 = 1/\sin(2\theta_M^0)$, $f_M\left(k_\perp^2\right) = \left(1 + d_M k_\perp^2\right) \Theta(\Lambda^2 - - k_\perp^2)$ – формфактор, описывающий первые радиально возбужденные состояния. Параметр наклона d_M зависит только от кваркового состава мезона [23], k – относительный импульс кварков в мезоне. Индекс M указывает соответствующий мезон. Углы смешивания θ_M, возникающие в результате диагонализации исходного лагранжиана, принимают значения:

$$\theta_\rho = \theta_\omega = \theta_{a_1} = 81.8^\circ, \quad \theta_K = 58.11^\circ,$$
$$\theta_{K_1} = 84.74^\circ, \quad \theta_\phi = 68.4^\circ,$$
$$\theta_\rho^0 = \theta_\omega^0 = \theta_{a_1}^0 = 61.5^\circ, \quad \theta_K^0 = 55.52^\circ,$$
$$\theta_{K_1}^0 = 59.56^\circ, \quad \theta_\phi^0 = 57.13^\circ. \tag{3}$$

В случае пионов можно принять $\theta_\pi \approx \theta_\pi^0 \approx \approx 59.12^\circ$ [23].

Константы перенормировки мезонных полей принимают вид

$$g_\pi = \sqrt{\frac{Z_\pi}{4I_{20}}}, \quad g_\rho = g_{a_1} = \sqrt{\frac{3}{2I_{20}}},$$
$$g_K = \sqrt{\frac{Z_K}{4I_{11}}}, \quad g_{K_1} = \sqrt{\frac{3}{2I_{11}}},$$
$$g_\pi^{'} = \sqrt{\frac{1}{4I_{20}^{f^2}}}, \quad g_\rho^{'} = g_{a_1}^{'} = \sqrt{\frac{3}{2I_{20}^{f^2}}},$$
$$g_K^{'} = \sqrt{\frac{1}{4I_{11}^{f^2}}}, \quad g_{K_1}^{'} = \sqrt{\frac{3}{2I_{11}^{f^2}}}, \tag{4}$$

где Z_π и Z_K – дополнительные константы перенормировки, возникающие при учете переходов $\pi - a_1$ и $K - K_1$ [21, 23].

Интегралы, фигурирующие в определении констант связи, имеют вид

$$I_{n_1 n_2}^{f^m} = -i \frac{N_c}{(2\pi)^4} \times$$
$$\times \int \frac{f^m(k_\perp^2)}{(m_u^2 - k^2)^{n_1} (m_s^2 - k^2)^{n_2}} \Theta(\Lambda^2 - k_\perp^2) \mathrm{d}^4 k, \tag{5}$$

где $\Lambda = 1.03$ ГэВ – параметр ультрафиолетового обрезания [23].

3. Амплитуды и полные сечения процессов $e^+e^- \to a_1\pi$ и $e^+e^- \to (K_1(1270, 1400))K$. Диаграммы, описывающие процесс $e^+e^- \to a_1\pi$, представлены на рис. 1 и 2.

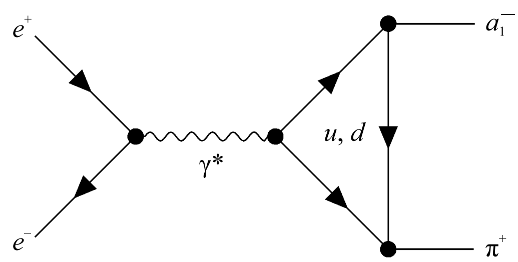

Рис. 1. Контактная диаграмма процесса $e^+e^- \to a_1\pi$

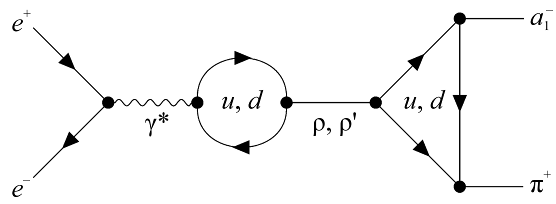

Рис. 2. Диаграмма с промежуточными ρ и ρ' мезонами для процесса $e^+e^- \to a_1\pi$

Полная амплитуда процесса $e^+e^- \to a_1\pi$ в расширенной модели НИЛ принимает вид:

$$\mathcal{M}(e^+e^- \to a_1\pi) = \\ = \frac{16\pi\alpha_{em}}{s} m_u g_\pi l_\mu \Big[B_{(\gamma)} + B_{(\rho+\rho')}\Big]_{\mu\nu} e_\nu(a_1), \qquad (6)$$

где $s = (p(e^-) + p(e^+))^2$, $l^\mu = \bar{e}\gamma^\mu e$ – лептонный ток. Члены в квадратной скобке в полученной амплитуде описывают вклады от контактной диаграммы и от диаграмм с промежуточными ρ и ρ' мезонами. Значения масс и ширин мезонов взяты из PDG [24]. Для вычисления кварковых петель используются методы, отработанные в модели НИЛ и успешно апробированные на других физических процессах [21, 23]. Петлевые интегралы разлагаются по импульсам внешних полей и сохраняются только логарифмический расходящиеся части. Учет таких членов позволяет сохранить киральную симметрию в модели [17]. В частности, в описании процесса $e^+e^- \to a_1\pi$ основные вклады вносят члены, содержащие логарифмический расходящиеся интегралы $I_{20}^{M,\ldots,M',\ldots}$. Использование этих интегралов привело к успешному описанию распада $\tau \to \pi[\rho,\rho']\nu_\tau$ [23, 25].

Вклад от контактной диаграммы имеет вид

$$B_{(\gamma)\mu\nu} = g_{\mu\nu} I_{20}^{a_1}. \qquad (7)$$

Сумма вкладов векторных ρ и ρ' мезонов принимает вид

$$B_{(\rho+\rho')\mu\nu} = \frac{C_\rho}{g_\rho}\frac{g_{\mu\nu}s - p_\mu p_\nu}{M_\rho^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_\rho} I_{20}^{\rho a_1} + \\ + \frac{C_{\rho'}}{g_\rho}\frac{g_{\mu\nu}s - p_\mu p_\nu}{M_{\rho'}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\rho'}} I_{20}^{\rho' a_1}, \qquad (8)$$

где $r_\rho = 1/2$. Константы C_ρ и $C_{\rho'}$ появляются в кварковых петлях перехода $\gamma \to \rho(\rho')$

$$C_\rho = A_\rho^0\Big[\sin(\theta_\rho + \theta_\rho^0) + R_\rho \sin(\theta_\rho - \theta_\rho^0)\Big], \\ C_{\rho'} = -A_\rho^0\Big[\cos(\theta_\rho + \theta_\rho^0) + R_\rho \cos(\theta_\rho - \theta_\rho^0)\Big], \qquad (9)$$

где $R_\rho \approx 0.55$ [23].

Интегралы с вершинами из лагранжиана (1) в числителе, которые также использовались в амплитуде, принимают вид:

$$I_{n_1 n_2}^{M,\ldots,M',\ldots} = -i\frac{N_c}{(2\pi)^4} \times \\ \times \int \frac{A_M \ldots B_M \ldots}{(k^2 - m_u^2)^{n_1}(k^2 - m_s^2)^{n_2}} \Theta(\Lambda^2 - k_\perp^2)\mathrm{d}^4k, \qquad (10)$$

где A_M, B_M определены в (2).

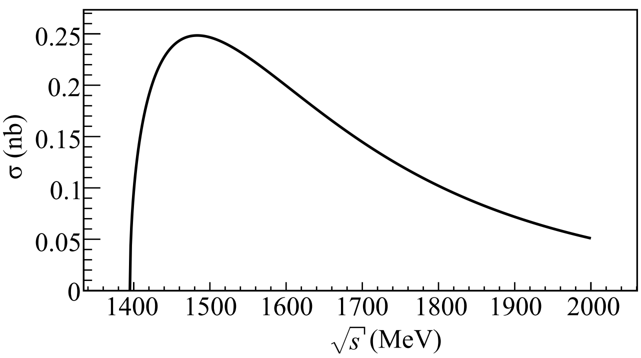

Рис. 3. Сечение процесса $e^+e^- \to a_1\pi$

Вычисленное в модели НИЛ сечение процесса $e^+e^- \to a_1\pi$ приведено на рис. 3.

Рассмотрим теперь процессы с рождением странных мезонов $e^+e^- \to K_1(1270)K$ и $e^+e^- \to K_1(1400)K$. Соответствующие диаграммы представлены на рис. 4 и 5. Здесь важную роль играет учет смешивания аксиально-векторных состояний K_{1A} и K_{1B}. Такое смешение описывается следующей формулой [17, 26–29]

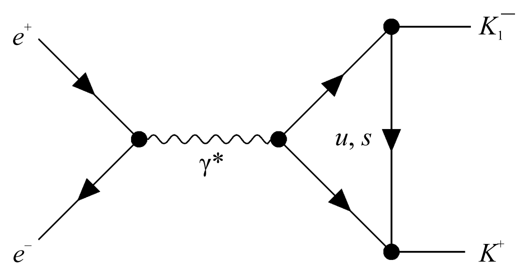

Рис. 4. Контактная диаграмма процесса $e^+e^- \to K_1K$

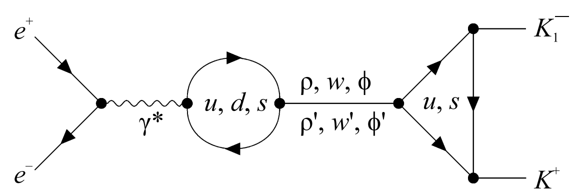

Рис. 5. Диаграмма с промежуточными векторными мезонами в основном и первом радиально-возбужденном состоянии для процесса $e^+e^- \to K_1K$

$$K_1(1270) = K_{1A}\sin\alpha + K_{1B}\cos\alpha, \\ K_1(1400) = K_{1A}\cos\alpha - K_{1B}\sin\alpha. \qquad (11)$$

Мезон K_1, входящий в лагранжиан (1), соответствует состоянию K_{1A}. Для состояния K_{1B}, не описываемого моделью НИЛ, применим следующую вершину его взаимодействия с кварками [17]:

$$L = \frac{g_B}{2} \sum_{j=0,\pm} K_{1B}^{\mu j} \left(\bar{q} \lambda_j^K \gamma^5 \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\mu q \right), \tag{12}$$

где константа связи определяется следующим образом [29]:

$$g_B = (I_{10} + I_{01})^{-1/2}. \tag{13}$$

Заметим, что интегралы, входящие в определение (13), регуляризуются параметром обрезания модели НИЛ [29, 30].

В результате для полной амплитуды процесса $e^+e^- \to K_1(1270)K$ с учетом смешивании K_{1A} и K_{1B} получаем

$$\mathcal{M}(e^+e^- \to K_1(1270)K) = \tag{14}$$
$$= \frac{8\pi\alpha_{em}}{s} l_\mu \Big[B_\gamma + B_{\rho+\rho'} + B_{\omega+\omega'} + e^{i\pi} B_{\phi+\phi'} \Big]_{\mu\nu} e_\nu(K_1).$$

Здесь мы берем фазу в соответствии с экспериментами [31, 32] (фактор $e^{i\pi}$ для ϕ и ϕ' мезонов). Члены в квадратной скобке в амплитуде описывают вклады от контактной диаграммы и от диаграмм с промежуточными ρ, ω и ϕ мезонами в основном и первом радиально-возбужденном состоянии. Во всех диаграммах учитываются вклады от аксиально-векторных состоянии K_{1A} и K_{1B}. Здесь основные вклады от кварковых петель вносят члены, содержащие логарифмический расходящиеся интегралы с участием s-кварка $I_{11}^{M,\dots,M',\dots}$. Такие интегралы ранее использовались для описания распадов $\tau \to [\omega, \phi] K \nu_\tau$ [23]. Более сложные выражения получаются при описании переходов $V \to K_{1B} K$. Здесь возникают, дополнительно, квадратично расходящиеся интегралы. Вычисления кварковых петель с участием мезона K_{1B} выходят за рамки модели и здесь мы для оценки интегралов по аналогии модели НИЛ сохраняем расходящиеся части [23, 30].

Для вклада от контактной диаграммы получаем

$$B_{(\gamma)_{\mu\nu}} = i(m_s + m_u)\sin\alpha I_{11}^{K_1 K} g_{\mu\nu} + g_B g_K \cos\alpha \times$$
$$\Big[\frac{2}{3} \left(I_{10} - \left((m_s - m_u)^2 + m_u^2 \right) I_{11} - 2m_u^2 (m_s - m_u) I_{21} \right) \tag{15}$$
$$+ \frac{1}{3} \left(I_{01} - \left((m_u - m_s)^2 + m_s^2 \right) I_{11} - \right.$$
$$\left. - 2m_s^2 (m_u - m_s) I_{12} \right) \Big] g_{\mu\nu}. \tag{16}$$

Вклады промежуточных векторных мезонов имеют вид

$$B_{(V+V')\mu\nu} = r_V \left[\frac{C_V}{g_V} \frac{g_{\mu\nu}s - p_\mu p_\nu}{M_V^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_V} \times \right.$$
$$\times (i \sin\alpha C_{V K_{1A} K} + \cos\alpha C_{V K_{1B} K}) +$$
$$+ \frac{C_{V'}}{g_V} \frac{g_{\mu\nu}s - p_\mu p_\nu}{M_{V'}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{V'}} \times$$
$$\left. \times (i \sin\alpha C_{V' K_{1A} K} + \cos\alpha C_{V' K_{1B} K}) \right], \tag{17}$$

где $V = \rho, \omega, \phi$ и $V' = \rho', \omega', \phi'$ векторные мезоны; $r_\rho = 1/2$, $r_\omega = 1/6$, $r_\phi = 1/3$;

$$C_{V K_{1A} K} = (m_s + m_u) I_{11}^{V K_1 K},$$
$$C_{V' K_{1A} K} = (m_s + m_u) I_{11}^{V' K_1 K}. \tag{18}$$

Константы, описывающие вклады мезона K_{1B} в промежуточные каналы, принимают вид

$$C_{\rho K_{1B} K} = g_B \Big[I_{10}^{\rho K} - \left((m_s - m_u)^2 + m_u^2 \right) I_{11}^{\rho K} -$$
$$- 2m_u^2 (m_s - m_u) I_{21}^{\rho K} \Big], \tag{19}$$

$$C_{\rho' K_{1B} K} = g_B \Big[I_{10}^{\rho' K} - \left((m_s - m_u)^2 + m_u^2 \right) I_{11}^{\rho' K} -$$
$$- 2m_u^2 (m_s - m_u) I_{21}^{\rho' K} \Big]. \tag{20}$$

Константы $C_{\phi K_{1B} K}$ и $C_{\phi' K_{1B} K}$ получаются путем замены $m_u \to m_s$ и соответствующих вершин $\rho \to \phi, \rho' \to \phi'$ в формулах (19) и (20).

Полная амплитуда для процесса $e^+e^- \to K_1(1400)K$ получается путем замены $\sin\alpha \to \cos\alpha$ и массы $M_{K_1(1270)} \to M_{K_1(1400)}$ в амплитуде (14).

Предсказания, полученные в модели НИЛ, для полных сечений процессов $e^+e^- \to K_1(1270)K$ и $e^+e^- \to K_1(1400)K$ приведены на рис. 6 и 7. Неопределенности расчетов, проведенных в $U(3) \times U(3)$ киральной кварковой модели НИЛ, можно оценить на уровне 15 % [23].

Заключение. В настоящее время для процессов $e^+e^- \to a_1\pi$, $e^+e^- \to K_1(1270)K$ и $e^+e^- \to K_1(1400)K$ нет экспериментальных данных. Однако, эти процессы могут играть важную роль в качестве промежуточных каналов в процессах с рождением четырех псевдоскалярных мезонов в конечном состоянии. Это такие процессы, как $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ и $e^+e^- \to K^+K^-\pi^+\pi^-$ [9, 10, 11, 14, 33].

Эксперименты по измерению сечения процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ проводились в диапазоне энергий 1.05 – 1.38 ГэВ на детекторе CMD-2 в ВЭПП [9, 10]. Результаты детальных анализов процесса показал,

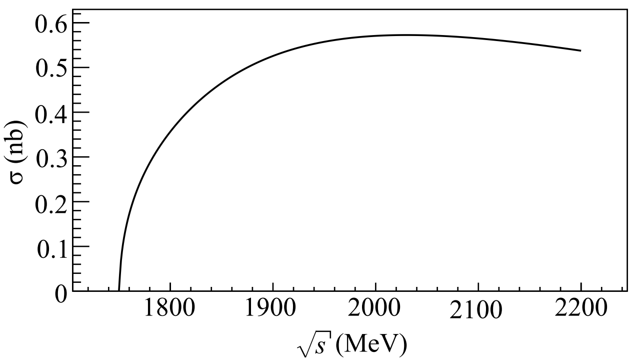

Рис. 6. Сечение процесса $e^+e^- \to K_1(1270)K$

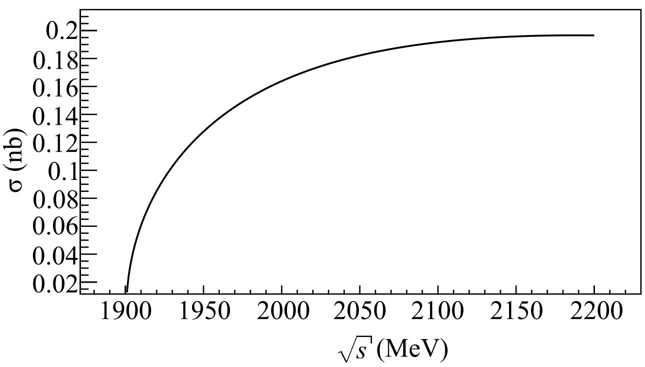

Рис. 7. Сечение процесса $e^+e^- \to K_1(1400)K$

что доминирующий вклад в сечение вносят промежуточные состояния $\omega\pi$ и $a_1\pi$. Также было установлено, канал с $a_1\pi$ мезонами играет важную роль при описании экспериментальных спектров инвариантных масс и угловых распределений [9]. В более поздних экспериментах BaBar также отмечалась заметная роль канала $a_1\pi$, однако, отдельно данный канал не был измерен из-за большой ширины резонанса a_1 [11]. В то же время, вклад канала с $\omega\pi$ мезонами был исследован более точно в широком диапазоне энергий до 4.5 ГэВ. Заметим, что процесс $e^+e^- \to \omega\pi$ ранее уже описывался в модели НИЛ в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными [34]. Приведенные эксперименты показывают важность изучения процесса $e^+e^- \to a_1\pi$ в дальнейших исследованиях при наличии большой статистики.

Что касается процессов с рождением странных мезонов, в недавних экспериментах по измерению полного сечения процесса $e^+e^- \to K^+K^-\pi^+\pi^-$ установлено, что основными промежуточными механизмами являются $e^+e^- \to (K_1(1270, 1400))K$. Вклад этих каналов в полное сечение составляет около 50–90 % [14]. Вследствие того, что резонансы $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$ являются широкими, их смешивание не принималось во внимание при проведении экспериментов при энергий < 2 ГэВ. Однако, рассмотрение процессов $e^+e^- \to K_1(1270)K$ и $e^+e^- \to K_1(1400)K$ независимо друг от друга позволяет более детально изучить вышеуказанные процессы.

Интересно отметить, что механизмы рождения мезонов в процессах электрон-позитронных столкновений и τ-лептонных распадах достаточно близки и могут быть описаны в едином подходе. В последние годы в модели НИЛ были описаны целый ряд τ-распадов, в частности, с участием аксиально-векторных мезонов $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$ [22, 23]. Причем в распадах с участием странных мезонов $\tau \to [K\omega, K\phi, K^*\pi, K^*\eta]\nu_\tau$ аксиально-векторный канал вносил основной вклад в ширину распада. Также, важную роль играет учет смешивания состоянии K_{1A} и K_{1B}. В указанных τ распадах в модели НИЛ удалось получить удовлетворительное согласие с экспериментальными данными [23]. Это позволяет надеяться на достоверность полученных в данной работе предсказаний для процессов e^+e^- аннигиляции.

Авторы благодарят профессора А. Б. Арбузова за полезные обсуждения.

Работа поддержана грантом Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (номер гранта AP15473301).

1. S.K. Choi, S.L. Olsen, K. Abe et al. (Belle Collaboration), Phys. Rev. Lett. **91**, 262001 (2003).
2. D. Acosta, T. Affolder, M.H. Ahn et al. (CDF Collaboration), Phys. Rev. Lett. **93**, 072001 (2004).
3. B. Aubert, R. Barate, D. Boutigny et al. (BaBar Collaboration), Phys. Rev. D **71**, 071103 (2005).
4. S.K. Choi, S.L. Olsen, I. Adachi et al. (Belle Collaboration), Phys. Rev. Lett. **100**, 142001 (2008).
5. T. Aaltonen, Jahred A. Adelman, T. Akimoto et al. (CDF Collaboration), Phys. Rev. Lett. **102**, 242002 (2009).
6. M. Ablikim, M.N. Achasov, X.C. Ai et al. (BESIII Collaboration), Phys. Rev. Lett. **112**(9), 092001 (2014).
7. M. Aghasyan, M.G. Alexeev, G.D. Alexeev et al. (COMPASS Collaboration), Phys. Rev. D **98**(9), 092003 (2018).
8. M. Mikhasenko, A. Pilloni, M. Albaladejo, C. Fernández-Ramírez, A. Jackura, V. Mathieu, J. Nys, A. Rodas, B. Ketzer, A.P. Szczepaniak (JPAC Collaboration), Phys. Rev. D **98**(9), 096021 (2018).
9. R.R. Akhmetshin, E.V. Anashkin, M. Arpagaus et al. (CMD-2 Collaboration), Phys. Lett. B **466**, 392 (1999).
10. M.N. Achasov, K.I. Beloborodov, A.V. Berdyugin et al. (Collaboration), JETP **96**, 789 (2003).
11. J.P. Lees, V. Poireau, V. Tisserand et al. (BaBar Collaboration), Phys. Rev. D **96**(9), 092009 (2017).

12. M. Davier, S. Eidelman, A. Hocker, and Z. Zhang, Eur. Phys. J. C **27**, 497 (2003).
13. S. Actis, A. Arbuzov, G. Balossini et al. (Collaboration), Eur. Phys. J. C **66**, 585 (2010).
14. D. N. Shemyakin, G. V. Fedotovich, R. R. Akhmetshin et al. (Collaboration), Phys. Lett. B **756**, 153 (2016).
15. Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122**, 345 (1961).
16. M. K. Volkov, Annals Phys. **157**, 282 (1984).
17. M. K. Volkov, Sov. J. Part. Nucl. **17**, 186 (1986).
18. D. Ebert and H. Reinhardt, Nucl. Phys. B **271**, 188 (1986).
19. U. Vogl and W. Weise, Prog. Part. Nucl. Phys. **27**, 195 (1991).
20. T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rept. **247**, 221 (1994).
21. M. K. Volkov and A. E. Radzhabov, Phys.-Uspekhi **49**, 551 (2006).
22. M. K. Volkov and A. B. Arbuzov, Phys.-Uspekhi **60**(7), 643 (2017).
23. M. K. Volkov, A. A. Pivovarov, and K. Nurlan, Symmetry **14**(2), 308 (2022).
24. P. A. Zyla, R. M. Barnett, J. Beringer et al. (Particle Data Group), PTEP **2020**(8), 083C01 (2020).
25. M. K. Volkov and A. A. Pivovarov, Pis'ma v ZhETF **109**(4), 219 (2019).
26. M. K. Volkov and A. A. Osipov, Sov. J. Nucl. Phys. **41**, 500 (1985).
27. M. Suzuki, Phys. Rev. D **47**, 1252 (1993).
28. X. W. Kang, T. Luo, Y. Zhang, L. Y. Dai, and C. Wang, Eur. Phys. J. C **78**(11), 909 (2018).
29. M. K. Volkov and A. A. Pivovarov, Phys. Part. Nucl. Lett. **16**(6), 565 (2019).
30. M. K. Volkov, A. A. Pivovarov, and K. Nurlan, arXiv:2205.02810 [hep-ph].
31. M. N. Achasov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin et al. (Collaboration), Phys. Rev. D **63**, 072002 (2001).
32. M. N. Achasov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin et al. (Collaboration), Phys. Rev. D **76**, 072012 (2007).
33. J. P. Lees, V. Poireau, E. Prencipe et al. (BaBar Collaboration) Phys. Rev. D **86**, 012008 (2012).
34. M. K. Volkov, A. B. Arbuzov, and D. G. Kostunin, Phys. Rev. D **86**, 057301 (2012).