Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 4, с. 217 – 224

Управление фемтосекундной филаментацией посредством выстраивания молекул газа лазерными импульсами коротковолнового ИК диапазона

В. О. Компанец[+1)], *А. А. Архипова*[+*], *А. А. Мельников*[+], *С. В. Чекалин*[+]

[+]*Институт спектроскопии РАН, 108840 Троицк, Москва, Россия*

[*]*Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", 101000 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 30 июня 2022 г.
После переработки 13 июля 2022 г.
Принята к публикации 13 июля 2022 г.

Экспериментально продемонстрирована возможность управления процессом филаментации фемтосекундного лазерного импульса в газообразном азоте с помощью неадиабатического выстраивания молекул импульсами на длине волны 1400 нм как в однофиламентном режиме, так и при множественной филаментации. Зарегистрированы сдвиги спектра и изменение длительности импульса, связанные с изменениями показателя преломления в областях возрождения вращательного волнового пакета. В режиме множественной филаментации обнаружена устойчивая и воспроизводимая локализация излучения в отдельные филаменты с субдифракционной расходимостью и уширением спектра более, чем на октаву, при выстраивании молекул в направлении, перпендикулярном поляризации импульса.

DOI: 10.31857/S1234567822160054, EDN: jhrrjg

При филаментации фемтосекундных лазерных импульсов [1] достигается высокая концентрация светового поля [2, 3], которая поддерживается на расстоянии, значительно превышающем рэлеевскую длину, в результате динамического баланса самофокусировки излучения в среде с керровской нелинейностью и его дефокусировки на свободных электронах, образованных в результате ионизации среды [1, 4]. Управление этим процессом при распространении лазерного излучения в режиме фемтосекундной филаментации в газах [5] представляет чрезвычайный интерес для приложений, связанных с передачей световой энергии на большие расстояния, в том числе лазерного зондирования атмосферы и создания удаленных источников белого света в атмосфере. Одной из таких возможностей является выстраивание молекул с анизотропной поляризуемостью лазерным импульсом, позволяющее менять условия филаментации для импульса, следующего в том же направлении с определенной задержкой [6, 7]. Короткий лазерный импульс создает квантово-механический волновой пакет, представляющий собой когерентную суперпозицию многих вращательных состояний молекул газа. На языке классической механики, оси молекул, вдоль которых поляризуемость максимальна, получают вращательный момент и стремятся выстроиться в направлении поляризации лазерного излучения [7–11]. Если длительность лазерного импульса много короче типичного вращательного периода молекулы, то процесс выстраивания будет неадиабатическим ("*non-adiabatic (field-free) alignment*") [9, 10], и характерная временная эволюция этого вращательного волнового пакета ("фазировка" и "дефазировка"), определяемая только инерцией возбужденных молекул, происходит уже после окончания лазерного импульса [11]. В молекулярных газах с анизотропной поляризуемостью, в отличие от жидкостей [8], наблюдается повторная фазировка (или "возрождение") вращательных волновых пакетов (*revivals of rotational wave packets*) [10, 11] с периодом T_{rev} от единиц до десятков пикосекунд, определяемым вращательной постоянной молекул газа B ($T_{\mathrm{rev}} = 1/2Bc$). Возрождение волновых пакетов, называемое иногда "квантовым следом" (*quantum wake*), может происходить также на четверти, половине и трех четвертях этого периода, приводя к изменению с соответствующими временными задержками показателя преломления в сечении пучка уже прошедшего импульса. Поскольку добавка к показателю преломления различна в случае молекул, выстраивающихся параллельно и перпендикулярно вектору поляризации лазерного излучения, изначально изотропная среда в области квантового следа становится двулучепреломляющей. Данная об-

[1)]e-mail: kompanetsvo@isan.troitsk.ru

ласть распространяется в газе вслед за первым импульсом, выстраивающим молекулы, со скоростью, которую можно считать равной его групповой скорости. Поэтому второй фемтосекундный импульс может распространяться синхронно с областью квантового следа достаточно долгое время, так что влияние индуцированной первым импульсом добавки к показателю преломления на процесс его филаментации будет существенно усилено.

Таким образом, лазерно-индуцированное неадиабатическое выстраивание молекул в газах открывает возможности для управления состоянием атмосферных трасс в задачах транспорта лазерного излучения [12], создания условий лазерной генерации на ионах азота при филаментации в воздухе [13], управления генерацией суперконтинуума и гармоник высокого порядка, увеличения электронной плотности в плазменных каналах филамента и дальнейшего сжатия импульсов [7, 14]. В экспериментах по исследованию влияния предварительного выстраивания молекул на особенности филаментации показано, что при этом может возрастать длина филамента [15–17], а также меняться длительность импульса и его спектр [7, 14, 16, 17]. Практически все эти работы проводились с использованием излучения на длине волны 800 или 400 нм (вторая гармоника). Однако условия проведения экспериментов в этих работах существенно различались (интенсивность лазерного импульса, фокусировка, длина филамента, давление и сорт газа). Кроме того, как показано ниже, в работах [17–22] использовались неадекватные методы регистрации динамики изменения показателя преломления, вызванного выстраиванием молекул, что привело к противоречивым результатам.

В настоящей работе экспериментально исследовано влияние выстраивания молекул азота фемтосекундным импульсом с центральной длиной волны 1400 нм, на изменение параметров проходящего через область квантового следа зондирующего лазерного импульса с центральной длиной волны 800 нм при росте энергии последнего вплоть до начала множественной филаментации. Использование в эксперименте импульсов на двух существенно различных длинах волн позволило четко выделить сигнал от зондирующего импульса при их одинаковой поляризации, когда эффект выстраивания максимален. Кроме того, возбуждение на 1400 нм позволило получить более длинный филамент, а также увеличить вкладываемую в филамент энергию за счет роста порога филаментации и уменьшения вероятности ионизации, происходящего при увеличении центральной длины волны импульса. Тем самым увеличивалась длина взаимодействия зондирующего импульса с областью квантового следа, а роль нелинейных эффектов, возникающих в генерируемой лазерной плазме, уменьшалась [23, 24]. Отметим, что выстраивание молекул импульсами коротковолнового ИК диапазона ранее не исследовалось экспериментально. Некоторые особенности для случая распространения в воздухе были обнаружены в работе [25] с помощью численного моделирования.

В наших экспериментах измерялись зависимости спектра, длительности и пространственного распределения зондирующего импульса, прошедшего через газ, от его задержки относительно первого импульса, выстраивающего молекулы. Использовалась титан-сапфировая фемтосекундная система с регенеративным усилителем Spitfier HP (Spectra Physics), позволяющая получать на выходе импульсы с длительностью 45 фс, энергией 4 мДж, и частотой повторения 1 кГц на длине волны 800 нм. Часть излучения, преобразованная в оптическом параметрическом усилителе TOPAS-C (Light Conversion) в импульсы на длине волны 1400 нм, использовалась для выстраивания молекул азота в газовой кювете. Излучение на длине волны 800 нм после ахроматической полуволновой пластины, согласующей поляризации обоих импульсов, зондировало область квантового следа импульса на 1400 нм. Оба импульса сводились дихроичным зеркалом и фокусировались линзой с фокусным расстоянием 30 см в газовую кювету длиной 60 см. Линза располагалась вплотную ко входному окну кюветы. Стартовая позиция возникающих в газе филаментов контролировалась через боковое окно кюветы цифровой камерой и совмещалась для импульсов на обеих длинах волн при помощи регулируемого телескопа, установленного в канале зондирования. Регулировка временных интервалов между импульсами осуществлялась при помощи оптической линии задержки, управляемой компьютером. Спектральные характеристики излучения после кюветы регистрировались при помощи волоконного спектрометра FLAME-S-XR1-ES с интегрирующей сферой FOIS-1 (Ocean Optics) при одновременном управлении линией задержки, что позволяло записывать спектрально-временные зависимости. Длительность импульсов измерялась одноимпульсным автокоррелятором ASF-20 (Авеста). Частота повторения импульсов в эксперименте была уменьшена до 50 Гц для исключения влияния эффектов накопления, вызванных, например, образованием ионов в процессе филаментации. Увеличение давления в кювете до 3 атм (оптимального для генерации суперконтинуума [26]) давало возможность превзойти порог

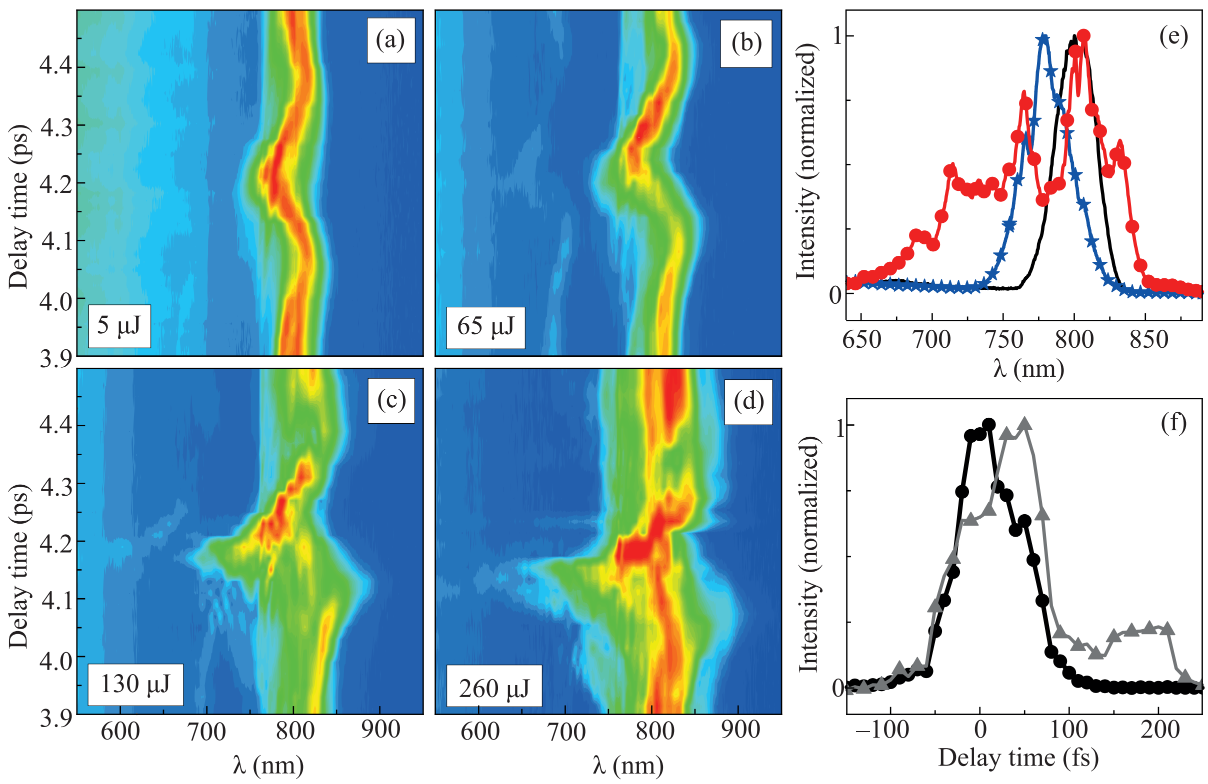

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a)–(d) – Спектры зондирующего импульса, полученные при различных его задержках относительно импульса на 1400 нм в области возрождения вращательного волнового пакета вблизи половины периода полного возрождения при разных энергиях (указаны на спектрах). (e) – Максимальная ширина спектра для входного импульса (сплошная линия), при энергиях 5 мкДж (звездочки) и 260 мкДж (кружки). (f) – Сигнал четырехволнового смешения импульсов накачки и зондирования (кружки) и отклик во всем исследуемом спектральном диапазоне (треугольники) вблизи нуля задержки

филаментации для доступной в нашем эксперименте энергии импульса на 1400 нм и тем самым увеличить его интенсивность, а также пропорциональную ей степень выстраивания молекул в области квантового следа. Давление подбиралось по устойчивой генерации видимого спектра суперконтинуума в филаменте при максимально достижимой в эксперименте энергии импульсов на 1400 нм, составляющей 220 мкДж после входного окна кюветы при длительности 45 фс (FWHM). Длина и диаметр филамента, определяемые по фотографии его светящегося плазменного канала в газе, составляли 2 см и 90 мкм для импульсов на 800 нм, и 5 см и 105 мкм для импульсов на 1400 нм, соответственно. Поэтому в условиях эксперимента филаментация пробного импульса на 800 нм проходила внутри квантового следа филамента, созданного импульсом на 1400 нм. При задержках, соответствующих попаданию зондирующего импульса в область восстановления выстраивания молекул (см. ниже), наблюдалось двукратное удлинение созданного им филамента, связанное с фокусирующим действием вращательного квантового следа [7, 15, 16].

Возрождение вращательных волновых пакетов в наших экспериментах наблюдалось в моменты времени, кратные соответствующему периоду, а также четверти, половине и трем четвертям этого периода. Известно, что процессы, наблюдаемые в этих случаях, подобны. Поэтому, следуя большинству проведенных в этой области исследований, мы проводили подробные измерения в области временных задержек вблизи 4 пс, что приблизительно соответствует половине периода восстановления вращательного волнового пакета для молекул азота. Спектры зондирующего импульса, зарегистрированные при различных его энергиях в этой временной области, представлены на рис. 1a–d. При энергии 5 мкДж, недостаточной для образования филамента, наблюдаемый сдвиг его спектра связан только со знакопеременной добавкой к показателю преломления газа, возникающей в области квантового следа. Характерное циклическое смещение спектра качественно воспроизводит тенденцию, предсказанную в работе [14] (см. рис. 1a, b). При этом в области, где скорость изменения показателя преломления максимальна, наблюдалось небольшое (~5 нм) в сравнении с рассчитанным в работе [14] уширение спектра, что объясняется на порядок меньшей длиной филамента в наших экспериментах. Общая же величина изменения длины волны при сдвиге в красную и синюю сторону оказывается существенно большей (более 40 нм). Отметим, что именно эта величина в работах [18, 19] интерпретирована как уширение спектра импульса, по-видимому, из-за недостаточного временного разрешения. При энергии 65 мкДж зондирующий импульс с длиной волны 800 нм образует филамент. При этом сдвиг частоты, обусловленный фазовой модуляцией, которая происходит из-за изменения показателя преломления в квантовом следе, остается преобладающим в согласии с оценками [27–31]. С дальнейшим ростом интенсивности растет влияние керровской нелинейности, приводящей к уширению (в основном в область коротких длин волн) спектра более, чем на 100 нм, с характерной сильной модуляцией (рис. 1e).

Необходимо отметить, что характерные значения экспериментально наблюдаемого времени возрождения вращательного волнового пакета, приведенные для одних и тех же условий в разных работах, довольно сильно различаются. Данное обстоятельство, по-видимому, обусловлено различным выбором нулевого времени задержки. В наших экспериментах оно определялось по сигналу четырехволнового смешения импульсов накачки и зондирования (см. рис. 1f). В сигнале, учитывающем отклик во всем исследуемом спектральном диапазоне (рис. 1f), видна задержка вращательного отклика, которая составляет около 150 фс. Это время несколько больше рассчитанного в [29, 30] и измеренного в [32, 33] для импульса на 800 нм, но хорошо согласуется с оцененным в [25] для ближнего ИК диапазона.

Из полученных экспериментальных данных найдена зависимость центра тяжести спектра [34] от времени задержки (рис. 2), по которой, в свою очередь, определена динамика изменения показателя преломления $\Delta n(t)$ при неадиабатическом выстраивании молекул в области квантового следа. Для этого использовалась формула $\Delta n(t) \approx \frac{c_0}{L\lambda_0} \int\limits_{-\infty}^{t} \Delta\lambda(t')dt'$ [33], где $\Delta\lambda$ – измеренный спектральный сдвиг, λ_0 – центральная длина волны лазерного импульса, L – длина филамента, c_0 – скорость света в вакууме. Полученные данные достаточно хорошо согласуются (см. рис. 2) с расчетами изменения показателя

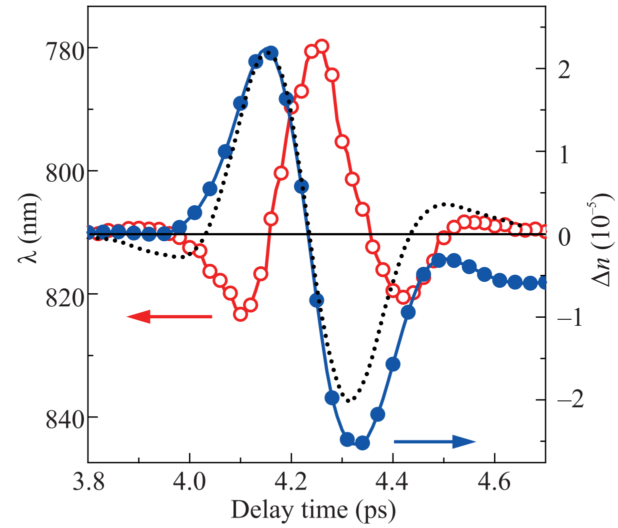

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости центра тяжести спектрального распределения (пустые кружки) и изменения показателя преломления (кружки) от времени задержки зондирующего импульса, определенные из экспериментальных данных на пороге образования филамента (рис. 1b). Пунктирная кривая – качественный ход показателя преломления в квантовом следе по данным работ [25, 27]

преломления молекулярного азота в области квантового следа в зависимости от времени задержки относительно момента возбуждения [25, 33, 35]. Такое изменение можно описать с помощью формулы $\Delta n(t) = 2\pi N n_0^{-1} \Delta\alpha(\langle\cos^2\theta\rangle(t) - 1/3)$, где N – плотность газа, n_0 – линейный показатель преломления, $\Delta\alpha$ – разность поляризуемостей молекулы для поля, параллельного и перпендикулярного ее оси, θ – угол между направлением поляризации возбуждающего импульса и осью молекулы. При этом максимум показателя преломления для зондирующего импульса, при котором оси молекул выстраиваются параллельно направлению его поляризации, достигается при задержке 4.15 пс, а минимум – при 4.32 пс, что не совпадает с измеренными экстремумами сдвига длины волны (рис. 2), пропускания газа и интенсивности третьей гармоники (не показаны).

Следует отметить, что во многих работах (см., например, [17–22]) именно зависимости пропускания образца, уширения спектра зондирующего импульса или интенсивности его третьей гармоники от времени задержки, наблюдавшиеся экспериментально, трактуются как зависимости приращения показателя преломления в квантовом следе. Качественно эти зависимости подобны, однако согласно численному моделированию, проведенному в работах [14, 16, 31, 33], максимальные сдвиги спектра должны наблюдаться в те моменты времени, когда производная показателя преломления максимальна (в хорошем согласии с результатами наших измерений). В этих точках добавка к показателю преломления близка к нулю, и причина противоречия полученных ранее результатов состоит в том, что именно эти точки, соответствующие наблюдаемым максимумам пропускания, сдвига частоты или интенсивности третьей гармоники, отождествлялись авторами с положениями, соответствующими максимальным добавкам к показателю преломления.

На рисунке 3 приведены результаты измерения длительности зондирующих импульсов с длиной вол-

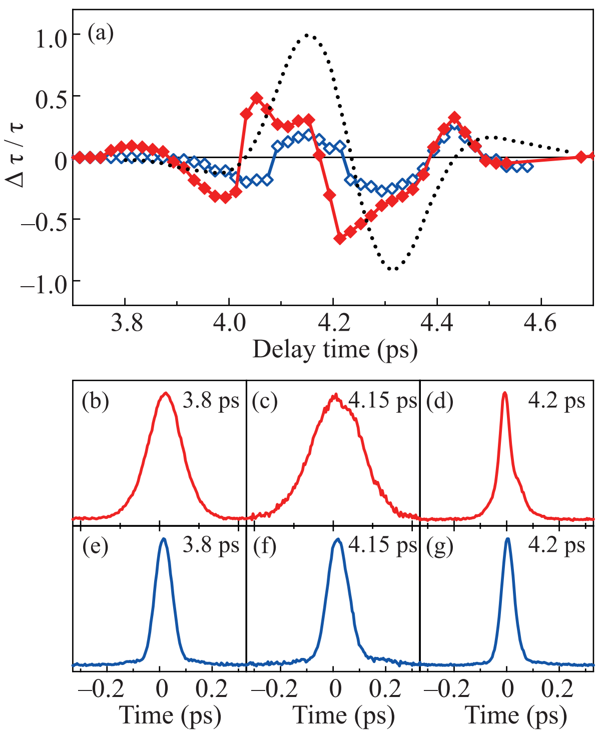

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Относительное изменение длительности зондирующего импульса, измеренное при различных временных задержках в области возрождения квантового следа вблизи половины периода, при исходной длительности 110 фс (красные ромбы) и 55 фс (синие пустые ромбы). Пунктиром изображен ход изменения показателя преломления. Корреляционные функции, измеренные для импульсов длительностью 110 фс (b)–(d) и 55 фс (e)–(g) при различных временных задержках

ны 800 нм, проходящих через области с изменением показателя преломления. Эксперименты проведены при двух исходных длительностях импульса: 55 и 110 фс. Оба импульса удлинялись в области роста показателя преломления (время задержки 4.00–4.15 пс) и укорачивались в области его спада (4.15–4.30 пс), что можно объяснить разницей показателя преломления для переднего и заднего фронтов, которая ведет к удлинению импульса в первом случае и укорочению во втором. Укорочение или удлинение импульса максимально, когда он целиком попадает в область dn/dt одного знака [36], т.е. при длительности, близкой к времени прохождения им такой области. Из рисунка 3 видно, что эффект существенно больше для 110 фс импульса: сжатие в 3, а уширение в 1.5 раза по сравнению с 1.4 и 1.2 для импульса с исходной длительностью 55 фс. В работе [20] в аналогичных условиях наблюдалось прямо противоположное поведение для импульса с исходной длительностью 140 фс. По утверждению авторов, она уменьшалась до 130 фс и увеличивалась до 160 фс при прохождении области квантового следа с ориентацией осей молекул соответственно вдоль и поперек направления поляризации импульса, что противоречит также расчетам, сделанным в работе [14]. Причиной такого расхождения результатов могла быть некорректная методика определения авторами работы [20] положений экстремумов добавки к показателю преломления, упомянутая выше.

При увеличении интенсивности зондирующего импульса наблюдается уширение его спектра, сопровождаемое сильной модуляцией (см. рис. 1e). Данная модуляция связана с интерференцией одинаковых частот, возникающих при керровской самомодуляции в разных частях импульса [1, 36], что свидетельствует о росте вклада керровской нелинейности. Тем не менее, красный и синий сдвиги спектра зондирующего импульса при соответствующих временах задержки доказывают определяющую роль выстраивания молекул в изменении показателя преломления газа. Более того, наши эксперименты показали, что управляющая функция квантового следа сохраняется и при интенсивностях зондирующего импульса, при которых возникает множественная филаментация. Известно, что при множественной филаментации образуется пучок дочерних филаментов, расположение которых по сечению пучка и вдоль оси распространения, а также их параметры хаотично меняются от импульса к импульсу [1]. Проблема регуляризации этого процесса достаточно актуальна для приложений, и поэтому активно исследуется. Сведения о влиянии выстраивания молекул на множественную филаментацию, полученные в предыдущих работах, проведенных исключительно с импульсами на длине волны 800 нм, достаточно противоречивы. Так, в работах [21, 22] сообщается об исчезновении множественной филаментации при параллельной ориентации молекул и поляризации лазера, а в

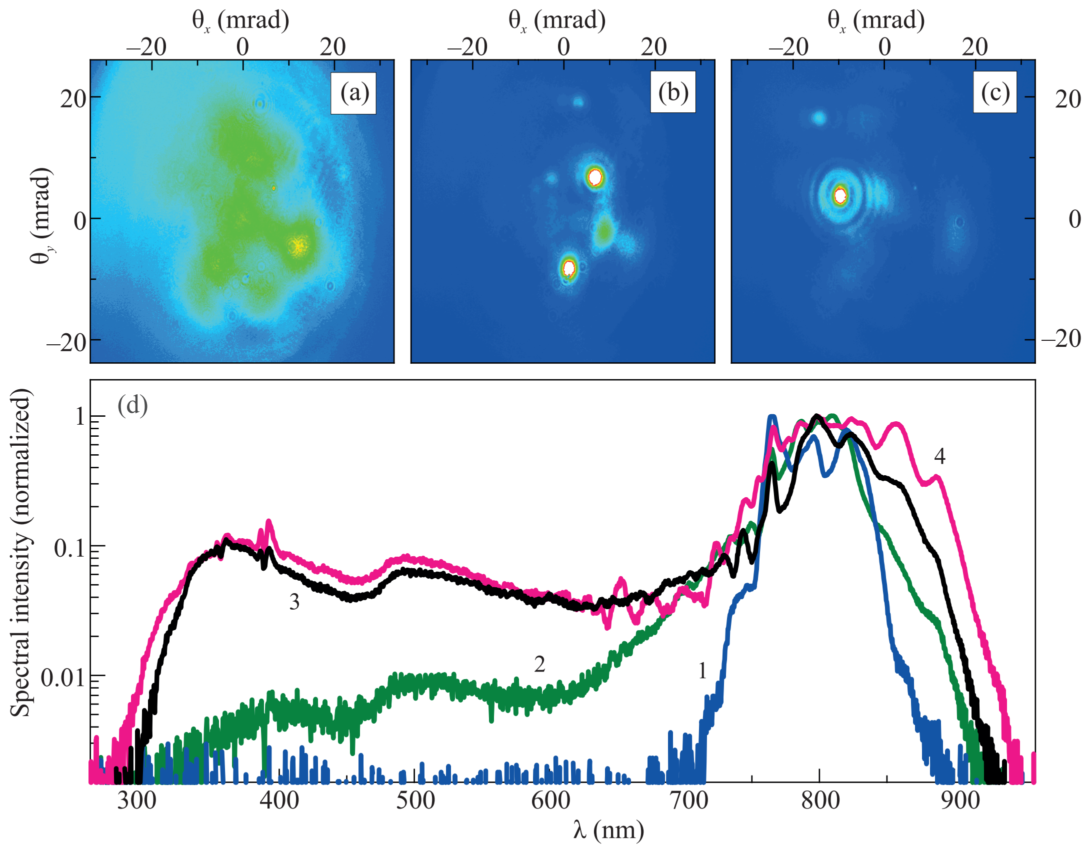

Рис. 4. (Цветной онлайн) Профиль зондирующего пучка на 800 нм в угловых координатах после кюветы с газом при временных задержках: (a) – 3.5; (b) – 4.32 и (c) – 4.4 пс. Виден захват и перекачка энергии в дочерний филамент. (d) – Спектры зондирующего импульса: кривая *1* – вне области квантового следа при временной задержке 3.5 пс, кривые *2*, *3* и *4* – спектры излучения, захваченного дочерним филаментом, при энергии импульса 175, 205 и 336 мкДж, соответственно, и временной задержке 4.4 пс

[7] – о возникновении в этом случае "*ripplelike*" профиля с уширенным спектром.

В наших экспериментах пучок становился неоднородным по сечению при увеличении энергии зондирующего импульса до 200 мкДж, что приблизительно в пять раз больше критической мощности самофокусировки (рис. 4a). При перестройке временной задержки в области квантового следа яркость отдельных неоднородностей в пучке резко возрастала (рис. 4b, c). При изменении времени задержки от 4.3 до 4.5 пс (в области роста показателя преломления при выстраивании молекул) "высвечивались" разные неоднородности в пятне (чаще одна), причем при фиксации времени задержки картины были стабильными и воспроизводились при обратном ходе линии задержки. Это дало возможность зарегистрировать наблюдавшиеся дочерние филаменты и измерить их параметры. Обнаружено, что дочерний филамент распространялся в виде направленного пучка с расходимостью 3–4 мрад со спектром в диапазоне 300–900 нм (рис. 4), причем в такой филамент захватывалось до 4 % энергии зондирующего импульса. При этом дочерние филаменты не выходили за пределы основного пучка, расходимость которого была существенно большей, возрастая в этом диапазоне времен задержки из-за возникновения отрицательной линзы при выстраивании молекул газа [7]. Типичный спектр излучения дочернего филамента, зарегистрированный для времени задержки 4.3 пс, приведен на рис. 4d. Наблюдалось уширение и рост интенсивности спектра при увеличении энергии импульса вплоть до 200 мкДж, после чего рост прекращался. По-видимому, это связано с достижением в филаменте интенсивности $\sim 5\times 10^{13}$ Вт/см^2, при которой дальнейший ее рост ограничивается возникшей плазмой (*intensity clamping* [37]). Исходя из этого, можно оценить диаметр филамента как ~ 100 мкм, из чего следует, что расходимость наблюдаемых пучков меньше дифракционной. При отстройке временной задержки из области квантового следа, пучок снова приобретает типичный вид, показанный на рис. 4a.

Мы полагаем, что наблюдаемая селективность ухода энергии в дочерние филаменты связана с уменьшением взаимодействия между ними в расходящемся пучке, который формируется при образовании отрицательной линзы в газе с выстроенными молекулами. Такое предположение подтверждается отсутствием эффекта в моменты времени, соответствующие возникновению волноводного распространения зондирующего импульса [38] из-за положительной линзы в квантовом следе, когда реализуется более плотная упаковка дочерних филаментов, усиливающая их взаимодействие, обмен энергией и приводящая к их слиянию [39]. Дальнейшая самофокусировка и фазовая самомодуляция, приводящая к генерации широкополосного суперконтинуума и образованию плазменного канала в филаменте, происходит за счет керровской нелинейности.

Проведенные нами эксперименты показали, что с помощью неадиабатического выстраивания молекул импульсом на 1400 нм можно управлять процессом филаментации фемтосекундного лазерного импульса в газообразном азоте. В однофиламентном режиме зарегистрированы сдвиги спектра и изменение длительности импульса, связанные с изменениями показателя преломления в областях возрождения вращательного волнового пакета. При множественной филаментации фемтосекундного импульса в газе продемонстрировано избирательное стимулирование отдельных филаментов при выстраивании молекул в направлении, перпендикулярном поляризации импульса, при синхронном распространении импульса и области квантового следа. При этом обнаружена устойчивая и воспроизводимая локализация излучения в отдельные филаменты с субдифракционной расходимостью и уширением спектра более, чем на октаву, связанная с уменьшением взаимодействия между дочерними филаментами в расходящемся пучке.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект # 18-12-00422).

1. A. Couairon and A. Mysyrowicz, Phys. Rep. **441**, 47 (2007).
2. А. В. Митрофанов, Д. А. Сидоров-Бирюков, М. В. Рожко, А. А. Воронин, П. Б. Глек, С. В. Рябчук, Е. Е. Серебрянников, А. Б. Федотов, А. М. Желтиков, Письма в ЖЭТФ **112**, 22 (2020).
3. А. Е. Дормидонов, Е. Д. Залозная, В. П. Кандидов, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, Письма в ЖЭТФ **115**, 15 (2022).
4. V. P. Kandidov, S. A. Shlenov, and O. G. Kosareva, Quantum Electron. **39**, 205 (2009).
5. В. О. Компанец, Д. Е. Шипило, И. А. Николаева, Н. А. Панов, О. Г. Косарева, С. В. Чекалин, Письма в ЖЭТФ **111**, 27 (2020).
6. S. Varma, Y. H. Chen, and H. M. Milchberg, Phys. Rev. Lett. **101**, 205001 (2008).
7. J. Wu, H. Cai, Y. Peng, Y. Tong, A. Couairon, and H. Zeng, Laser Physics **19**, 1759 (2009).
8. R. W. Boyd, Nonlinear Optics, 2nd ed., Academic Press, Amsterdam (2003).
9. T. Seideman, J. Chem. Phys. **103**, 7887 (1995).
10. T. Seideman, Phys. Rev. Lett. **83**, 4971 (1999).
11. I. S. Averbukh and N. F. Perelman, Phys. Lett. A **139**, 449 (1989).
12. M. C. Schroeder, I. Larkin, T. Produit, E. W. Rosenthal, H. Milchberg, and J.-P. Wolf, Opt. Express **28**, 11463 (2020).
13. H. Xie, H. Lei, G. Li, Q. Zhang, X. Wang, J. Zhao, Z. Chen, J. Yao, Y. Cheng, and Z. Zhao, Phys. Rev. Research **2**, 023329 (2020).
14. J. Wu, H. Cai, H. Zeng, and A. Couairon, Opt. Lett. **33**, 2593 (2008).
15. S. Varma, Y.-H. Chen, and H. M. Milchberg, Phys. Plasmas **16**, 056702 (2009).
16. S. Varma, Y.-H. Chen, J. P. Palastro, A. B. Fallahkair, E. W. Rosenthal, T. Antonsen, and and H. M. Milchberg, Phys. Rev. A **86**, 023850 (2012).
17. N. Kaya, G. Kaya, Y. Boran, A. Kolomenski, and H. A. Schuessler, Optik **242**, 167360 (2021).
18. F. Calegari, C. Vozzi, S. Gasilov, E. Benedetti, G. Sansone, M. Nisoli, S. De Silvestri, and S. Stagira, Phys. Rev. Lett. **100**, 123006 (2008).
19. F. Calegari, C. Vozzi, and S. Stagira, Phys. Rev. A **79**, 023827 (2009).
20. N. Kaya, G. Kaya, M. Sayrac, Y. Boran, S. Anumula, J. Strohaber, A. A. Kolomenskii, and H. A. Schuessler, Opt. Express **24**, 2562 (2016).
21. H. Cai, J. Wu, X. Bai, H. Pan, and H. Zeng, Opt. Lett. **35**, 49 (2010).
22. J. Wu, H. Cai, Y. Peng, and H. Zeng, Phys. Rev. A **79**, 041404R (2009).
23. S. Skupin and L. Berge, Opt. Commun. **280**, 173 (2007).
24. V. Yu. Fedorov and V. P. Kandidov, Laser Phys. **18**, 1530 (2008).
25. D. Langevin, J. M. Brown, M. B. Gaarde, and A. Couairon, Phys. Rev. A **99**, 063418 (2019).
26. M. Hatayama, A. Suda, M. Nurhuda, K. Nagasaka, and K. Midorikawa, J. Opt. Soc. Am. B **20**, 603 (2003).
27. J. H. Odhner, D. A. Romanov, and R. J. Levis, Phys. Rev. Lett. **103**, 075005 (2009).
28. J. H. Odhner, D. A. Romanov, and R. J. Levis, Phys. Rev. Lett. **105**, 125001 (2010).
29. P. A. Oleinikov and V. T. Platonenko, Laser Phys. **3**, 618 (1993).

30. I. V. Fedotov, A. D. Savvin, A. B. Fedotov, and A. M. Zheltikov, Opt. Lett. **32**, 1275 (2007).
31. E. T. J. Nibbering, G. Grillon, M. A. Franco, B. S. Prade, and A. Mysyrowicz, J. Opt. Soc. Am. B **14**, 650 (1997).
32. P. W. Dooley, I. V. Litvinyuk, K. F. Lee, D. M. Rayner, M. Spanner, D. M. Villeneuve, and P. B. Corkum, Phys. Rev. A **68**, 023406 (2003).
33. C. Marceau, S. Ramakrishna, S. Géniera, T.-J. Wang, Y. Chen, F. Theberge, M. Châteauneuf, J. Dubois, T. Seideman, and S. L. Chin, Opt. Commun. **283**, 2732 (2010).
34. J.-F. Ripoche, G. Grillon, B. Prade, M. Franco, E. Nibbering, R. Lange, and A. Mysyrowicz, Opt. Commun. **135**, 310 (1997).
35. Y.-H. Chen, S. Varma, A. York, and H. M. Milchberg, Opt. Express **15**, 11341 (2007).
36. R. A. Bartels, T. C. Weinacht, N. Wagner, M. Baertschy, C. H. Greene, M. M. Murnane, and H. C. Kapteyn, Phys. Rev. Lett. **88**, 013903 (2002).
37. J. Kasparian, R. Sauerbrey, and S. L. Chin, Appl. Phys. B **71**, 877 (2000).
38. A. B. Fedotov, A. N. Naumov, D. A. Sidorov-Biryukov, and A. M. Zheltikov, Laser Phys. **9**(6), (1999).
39. H. Cai, J. Wu, P. Lu, X. Bai, L. Ding, and H. Zeng, Phys. Rev. A **80**, 051802R (2009).