Метод угловых инвариантов – эксперимент

Л. А. Федюхин[+1)], *Е. А. Колосовский*[+], *А. В. Горчаков*[*]

[+]*Институт физики полупроводников Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[*]*Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 27 июня 2022 г.
После переработки 4 июля 2022 г.
Принята к публикации 19 июля 2022 г.

Предложен метод прецизионного измерения и алгоритм расчета показателя преломления прозрачных оптических материалов, исключающий из наблюдаемых параметров длину взаимодействия зондирующего излучения с образцом. Впервые экспериментально определены инварианты углов коэффициента отражения/пропускания. Экспериментальная реализация метода осуществлена на плоскопараллельных пластинах сапфира.

DOI: 10.31857/S1234567822170025, EDN: jsggyt

Введение. "Несмотря на наличие различных, хорошо разработанных методов определения оптических параметров кристаллов, вопрос об отыскании новых методов, дополняющих существующие и свободных от некоторых их недостатков, сохраняет свое значение и в настоящее время". Ф. И. Федоров, "Оптика анизотропных сред", 1958 г. [1].

Методы измерения показателей преломления (ПП) оптических материалов весьма разнообразны [2–4]. Применение того или иного метода диктуется конкретным объектом и целью измерения с учетом используемых приборов и заданной погрешности. В последнее время существенно возрос интерес к прецизионному измерению ПП [5–7]. К этому обязывает все более высокая производительность, сложность моделирования и изготовления, требуемая в настоящее время от устройств на основе волноводов [8–9]. Значения ПП используемых материалов для этого необходимо знать с точностью 10^{-4}. Прецизионные измерения ПП являются важным элементом технологии проектирования оптических приборов высокого разрешения, большой числовой апертуры, с минимальными сферическими и хроматическими аберрациями [3]. Существующие методы, обеспечивающие прецизионную точность, требуют приготовления образцов специальной формы – призм достаточно больших размеров с хорошо обработанными гранями, заданными значениями углов и размеров граней. Процесс весьма затратный, измерения трудно поддаются автоматизации и занимают часы. Главное – расчет ПП в этих методах использует модель идеальной границы раздела сред, что не совместимо с требованием обеспечить необходимую точность.

В большинстве случаев обязательным условием при расчете ПП по измеренным значениям наблюдаемых параметров является непосредственное измерение длины взаимодействия зондирующего излучения с материалом. Исключением является расчет ПП по измерению угла Брюстера – минимума энергетического коэффициента отражения (R-коэффициента) зондирующего излучения, поляризованного в плоскости падения. Несмотря на очевидную простоту, метод практически не используется, поскольку предъявляет весьма жесткие требования к формированию границы раздела между образцом и окружающей средой. Корректное использование метода изложено в [10]. В [11] предложено использовать в качестве наблюдаемых параметров угловое положение трех последовательных интерференционных минимумов, формирующихся при отражении от границы раздела плоской монохроматической электромагнитной волны, поляризованной в плоскости падения (p-волны). Значения углов интерференционных минимумов связаны инвариантными соотношениями, что позволяет при расчете ПП исключить из наблюдаемых параметров длину взаимодействия зондирующего излучения с образцом. В настоящей работе предложена экспериментальная методика определения инвариантов коэффициентов отражения/пропускания (R/T-коэффициентов) на этой основе и алгоритм расчета ПП прозрачного оптического материала.

Модель инвариантов. Для плоскопараллельной пластины с идеальными границами раздела сред (на рис. 1 толщины буферных слоев $d_2 = 0$) в области прозрачности угловое положение минимумов

[1)]e-mail: leogal2007@mail.ru

R-коэффициента совпадает с угловым положением максимумов T-коэффициента p-волны. Значения углов падения θ_m, при которых формируются экстремумы (только минимумы R-коэффициента или только максимумы T-коэффициента), определяются интерференционным условием на фазовую толщину ψ пластины:

$$\psi = 2\pi \frac{d_3}{\lambda}\sqrt{n_3^2 - n_1^2 \sin^2\theta_m} = \pi m.$$

Здесь: n_1, n_3 – показатели преломления сред; d_3 – толщина пластины; λ – длина волны зондирующего излучения; m – абсолютный номер экстремума; что для θ_m дает:

$$\sin^2\theta_m = \frac{n_3^2}{n_1^2} - \frac{1}{n_1^2}\left(\frac{\lambda}{d_3}\frac{m}{2}\right)^2. \quad (1)$$

Целочисленный параметр m является абсолютным идентификатором экстремума. Максимальное значение m имеет первый от нормали экстремум. С ростом угла падения параметр m убывает.

Углы интерференционных экстремумов θ_m связаны инвариантными соотношениями [10]:

$$\mathrm{In}\, v_\varepsilon = \sin^2\theta_m - \frac{4\sin^2\theta_{m+1} - 3\sin^2\theta_m - \sin^2\theta_{m+2})^2}{8(\sin^2\theta_{m+2} - 2\sin^2\theta_{m+1} + \sin^2\theta_m)};$$

$$\mathrm{In}\, v_d = \sin^2\theta_{m+2} - 2\sin^2\theta_m + \sin^2\theta_m.$$

Величины $\mathrm{In}\, v_\varepsilon$ и $\mathrm{In}\, v_d$ содержат только угловые координаты, постоянны для выбранного материала пластины и дают простые формулы для расчета ПП n_3 и толщины d_3 пластины:

$$n_3 = n_1\sqrt{\mathrm{In}\, v_\varepsilon}; \quad d_3 = \frac{\lambda}{\sqrt{-2\mathrm{In} v_d}}. \quad (2)$$

Значение абсолютного идентификатора экстремума m также определяется только угловыми координатами:

$$m = \frac{4\sin^2\theta_{m+1} - 3\sin^2\theta_m - \sin^2\theta_{m+2}}{2(\sin^2\theta_{m+2} - 2\sin^2\theta_{m+1} + \sin^2\theta_m)}.$$

Мы включаем его в набор наблюдаемых параметров эксперимента. В точках экстремума R/T-коэффициентов внутренние параметры структуры (n_3 и d_3) разделены и могут быть определены независимо. Набор экстремумов – θ_m удобно представить в виде компонент вектора-столбца наблюдаемых параметров – $\boldsymbol{\theta}$. Максимальная длина $\boldsymbol{\theta}$ (далее – M) – равна числу минимумов в диапазоне углов падения $\left\{0 \div \frac{\pi}{2}\right\}$ и однозначно определяется параметрами структуры [11]:

$$M = m_{\max} - m_{\min},$$

$$m_{\max} = 2\left[\frac{d_3}{\lambda}n_3\right]; \; m_{\min} = 2\left[\frac{d_3}{\lambda}\sqrt{n_3^2 - n_1^2}\right]. \quad (3)$$

Значение M также включаем в набор наблюдаемых параметров эксперимента.

При экспериментальной реализации метода инвариантов следует учитывать,что практически при любом способе обработки поверхности образца неизбежно возникает отклонение состава/структуры приповерхностного слоя образца, далее буферного слоя, от состава и структуры его объема [12]. В силу этого обстоятельства, значения толщины и ПП, рассчитанные по (2), мы рассматриваем как нулевое приближение для более сложной математической модели, учитывающей наличие буферных слоев. Такой моделью может служить симметричная пятислойная структура (рис. 1). Считаем, что толщины и ПП буферных

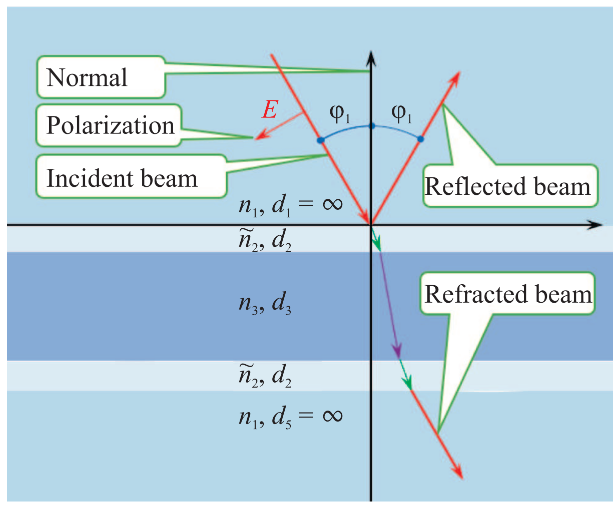

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема симметричной пятислойной структуры

слоев совпадают. Это справедливо при одинаковом способе и качестве обработки поверхностей. Толщины буферных слоев считаем много меньшими толщины пластины. Однако они являются основным источником поглощения зондирующего излучения. Это диктует необходимость включить в модель мнимую добавку к ПП буферного слоя:

$$\tilde{n}_2 = n_2 + ik_2.$$

Алгоритм расчета параметров симметричной пятислойки по известным значениям углового положения экстремумов $\boldsymbol{\theta}$ проиллюстрируем численным экспериментом с тестовыми параметрами, близкими к экспериментальной ситуации:

$$\{n_1, n_2, n_3, n_2, n_1\} = \{1.0, 1.73, 1.77, 1.73, 1\};$$

$$\{d_2, d_3, d_2\} = \{20.0, 447000.0, 20.0\} \text{ нм.}$$

Алгоритм заключается в следующем.

∘ По угловому распределению T-коэффициента пятислойки [4, 13] рассчитываем положение экстремумов $\boldsymbol{\theta}^t$ тестовой структуры.

∘ По формулам (1) рассчитываем значения толщины d_3 и ПП n_3 пластины, используя тренд экстремумов коэффициента пропускания от номера экстремума. На этом этапе номер экстремума отсчитываем от нормали.

∘ Строим вектор-столбец отклонений между тестовой $\boldsymbol{\theta}^t$ и пробной $\boldsymbol{\theta}^p$ структурами:

$$\Delta = \boldsymbol{\theta}^t - \boldsymbol{\theta}^p.$$

∘ Рассчитываем минимальное значение целевой функции:

$$F(d_i, n_i) = |\Delta|^2, \tag{4}$$

варьируя параметры структуры d_2, d_3, $\tilde{n}_2$, n_3, при условии, что общая толщина пластины $d = d_3 + 2d_2$ остается неизменной.

Отметим важные особенности использования целевой функции (4).

1. При расчете $F(d_i, n_i)$ принимается во внимание только угловое положение экстремумов. Амплитуды T-коэффициента, существенного источника погрешностей, в расчете не участвуют. Это обстоятельство выгодно отличают (4) от традиционно используемых целевых функций, в которых при расчете отклонения участвуют, как правило, два параметра (к примеру, угол падения φ_1 и R-коэффициент) и оба параметра определяются с некоторой погрешностью.

2. При расходимости светового пучка менее $2 \times \times 10^{-3}$ рад смещение экстремумов весьма незначительно – менее $2 \cdot 10^{-5}$ рад и слабо влияет на результат минимизации.

Результат минимизации целевой функции тестовой задачи в координатах $\{n_3, d_3\}$ представлен на рис. 2. Аналогичная динамика прослеживается и в других координатах $F(d_i, n_i) - \{n_2, n_3\}, \{n_2, d_3\}$ и т.п. Проведенный анализ показывает, что минимум $F(d_i, n_i)$ однозначно определяет все четыре вводных параметра структуры и, таким образом, доказывает перспективность метода для его экспериментальной реализации.

Эксперимент. Измерения угловых распределений T-коэффициента проведены на стенде, основные элементы которого представлены на рис. 3. Луч источника ИК-излучения (твердотельный одночастотный лазер BLD-1550-BF-20, длина волны $\lambda = = 1549.66$ нм (при $T = 25\,^\circ$C), ширина полосы излучения $\Delta f = 100$ кГц) после прохождения через призму Глана и образец, установленный на юстировочном узле, фиксируется фотоприемником. Юстировочный узел с установленным на нем образцом обеспечивает:

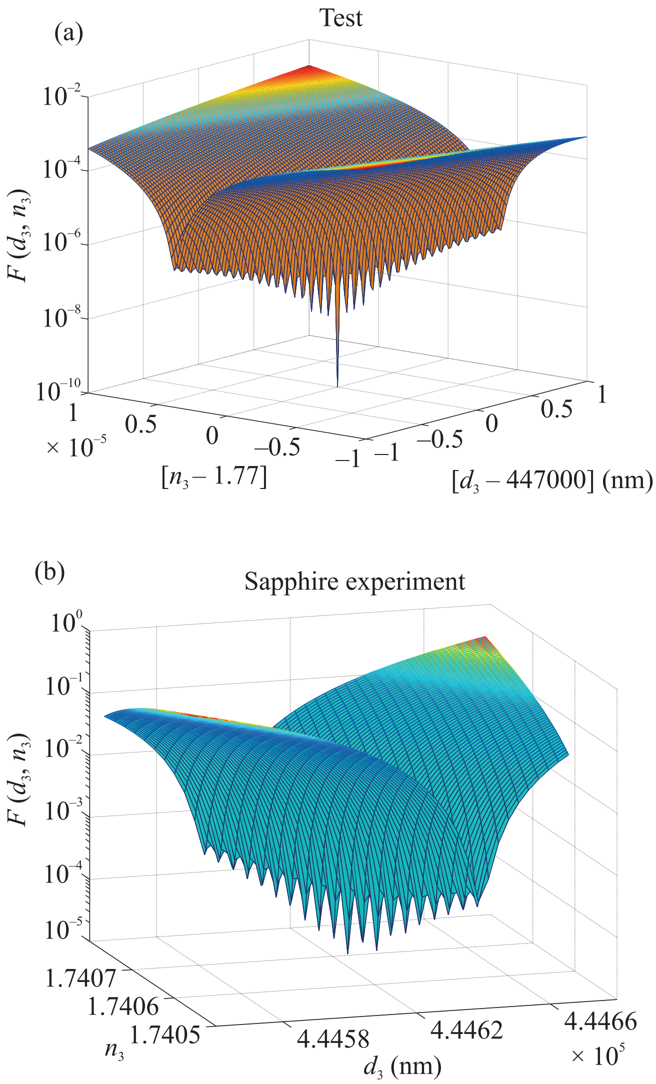

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Динамика минимизации целевой функции $F(d_3, n_3)$ при приближении пробных параметров структуры к тестовым. (b) – Динамика минимизации целевой функции $F(d_3, n_3)$ по экспериментальным значениям углового положения экстремумов T – коэффициента

∘ юстировку образца по трем координатным осям и трем осям вращения;

∘ вариацию углов падения зондирующего излучения на образец в диапазоне ~ 180 градусов;

∘ точность углового позиционирования рабочей поверхности образца по вертикальной оси вращения ~ 6 угловых с;

∘ точность позиционирования зондирующего излучения в плоскости образца ~ 1 мкм;

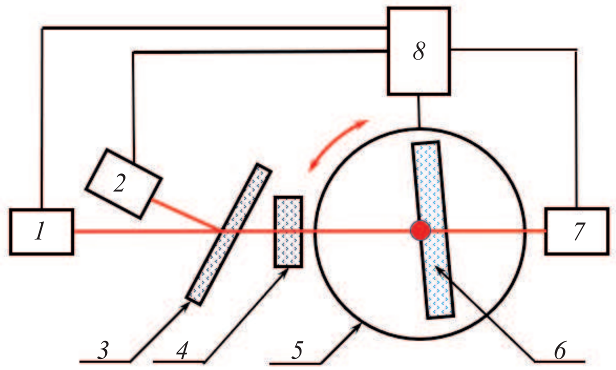

Рис. 3. (Цветной онлайн) Схема экспериментальнго стенда. *1* – твердотельный одночастотный лазер BLD-1550-BF-20; *2*, *7* – ИК-фотоприемники PM-100; *3* – клиновидный делитель пучка; *4* – призма Глана; *5* – юстировочный узел на базе программно-управляемого поворотного столика Thorlab HDR50; *6* – образец; *8* – автоматизированный блок управления юстировочным узлом и записи измеряемых параметров

∘ совмещение рабочей поверхности образца с вертикальной осью вращения;

∘ позиционирование точки падения зондирующего излучения на вертикальную ось вращения;

∘ время на смену образца и его юстировку ~ 10 мин;

∘ время автоматического сбора данных в диапазоне 180 град. ~ 12 мин.

Тестирование стенда показало, что апертура зондирующего излучения на рабочей поверхности образца по уровню $1/e$ составляет ~ 2 мм. Расходимость пучка $\sim 2.0 \cdot 10^{-3}$ рад. Стандартное отклонение интенсивности излучения от среднего по времени значения составило не более ~ 0.5 %. Эллиптичность излучения после пропускания через призму Глана составила $\sim 2.0 \cdot 10^{-4}$. Совмещение плоскости падения с направлением поляризации падающего излучения осуществляли вращением призмы Глана, устанавливая минимум отраженного сигнала при падении под углом, близком к углу полной поляризации к рабочей поверхности образца. Интенсивности падающего и прошедшего через образец света измеряли одновременно двумя ИК-фотоприемниками PM-100. Стандартное отклонение отношения этих сигналов от среднего по времени составило не более ~ 0.01 %. Динамический диапазон измерения коэффициента отражения при тестировании стенда составил ~ 80 дБ. Температуру помещения с измерительным стендом измеряли датчиком, расположенном вблизи образца. Вариация температуры за время проведения эксперимента не превышала 0.5 градуса и составляла ~ 23.8 °C.

Экспериментальная реализация предложенного алгоритма определения параметров оптического материала осуществлена на пластине сапфира (ориентация C-plane $\langle 0001 \rangle$), толщиной $d = 444 \pm 0.5$ мкм. В ходе проведения предварительных экспериментов измерены пространственные распределения R-коэффициента при углах падения ~ 10 градусов и определено положение оси (ребра) клина пластины. Отклонение коэффициента отражения в зоне падения пучка от среднего не превышало 0.2 %. Для исключения влияния (слабой) клиновидности пластины на положение экстремумов образец располагался так, чтобы ось (ребро) клина была параллельна плоскости падения.

Измерена рабочая длина волны излучателя монохроматором МДР-204. Она составила 1549.564 нм при $T = 23.8$ °C.

На рисунке 4 приведена экспериментальная зависимость T-коэффициента в диапазоне углов падения ~ 100 град. В правой ветви распределения $\{0 \div 90\,\text{град}\}$ зафиксирован $N = 181$ экстремум T-коэффициента. В дальнейших расчетах использованы первые 130 экстремумов. По результатам эксперимента рассчитываем значения квадрата синусов углового положения экстремумов – $\sin^2 \boldsymbol{\theta}$ (на рис. 5 помечены красными звездами) и, в соответствии с (1), квадратичный по номеру максимума тренд $\sin^2 \boldsymbol{\theta}$ (на рис. 5 помечен синими звездами). Коэффициент аппроксимации тренда близок к единице, $\mathbf{R} = 0.999999$, что свидетельствует о хорошем качестве обработки рабочих поверхностей экспериментального образца и подтверждает правомерность использования симметричной пятислойной модели с тонкими буферными слоями для обработки результатов эксперимента.

Далее рассчитываем значения толщины и ПП пластины в рамках трехслойной модели с идеальными границами раздела сред. Полученные значения используем в качестве стартовых для пятислойной модели:

$$d_{30} = 444.151\,\text{мкм}; \quad n_{30} = 1.7365.$$

Отметим, что значение толщины пластины d_{30} согласуется со значением, полученным прямым измерением (444 ± 0.5 мкм), а значение ПП n_{30} близко к ожидаемому (1.74). В то же время целевая функция вида $F(d_3, n_3)$ имеет достаточно высокое значение ($1.13 \cdot 10^{-3}$), что не позволяет говорить о точности показателя преломления структуры на уровне $1 \cdot 10^{-4}$.

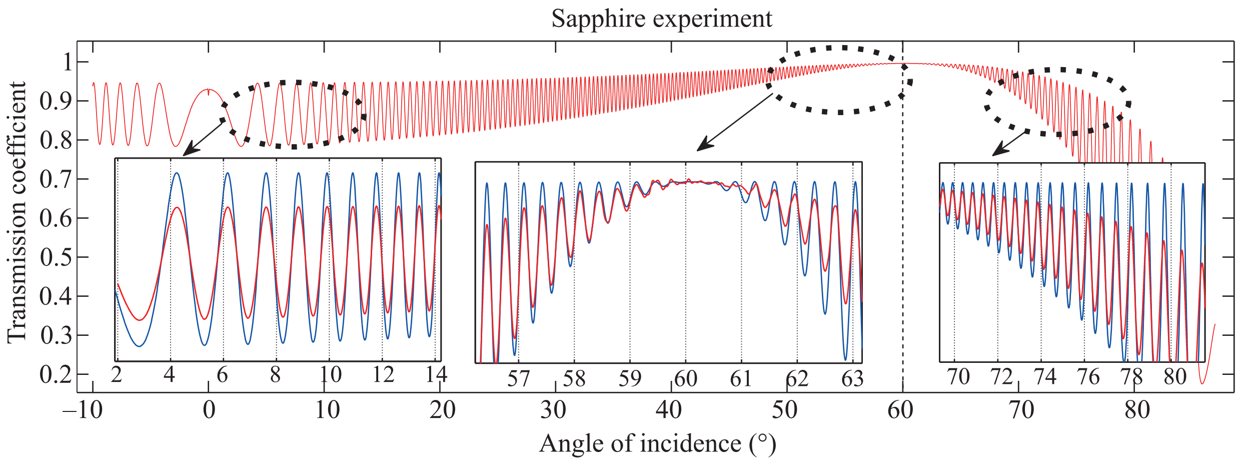

Рис. 4. (Цветной онлайн) Угловое распределение T-коэффициента. Эксперимент (помечено красным цветом). Расчет с параметрами минимизации (помечено синим цветом)

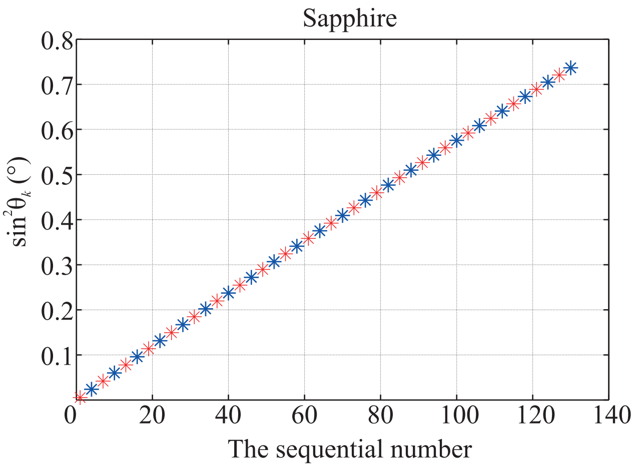

Рис. 5. (Цветной онлайн) Углы падения, при которых формируются экстремумы T-коэффициента (помечены красными звездами). Тренд зависимости, помечен синими звездами Первому номеру от нормали соответствует максимальный абсолютный номер $m = 998$

Минимизация целевой функции структуры с буферными слоями предполагает поиск минимума в фазовом пространстве четвертого порядка. Для оптимизации расчетов необходимо сузить диапазон поиска по возможно большему количеству параметров. Диапазон минимизации по толщине d_3 составляет $\Delta d_3 = 1$ мкм, в соответствии с данными толщины используемой пластины сапфира. Диапазон минимизации по ПП пластины n_3 определяется количеством экспериментально наблюдаемых абсолютных максимумов M. В нашем случае $M = 181$. Подставляя граничные значения толщины в (3), для диапазона минимизации по ПП пластины получим $n_3 = n_{30} \pm 0.013$. Диапазон минимизации по толщине буферного слоя принят равным $0 \div 50$ нм, в соответствии с экспериментальными значениями, полученными для ряда стекол [10]. Диапазон вариации ПП буферного слоя варьировали от 1 до 3.

Таблица 1. Значения параметров структуры, полученные алгоритмом минимизации

	Модель инвариантов	Симметричная пяти слойка
Inv_ε	3.0155	
Inv_d	$-6.1050 \cdot 10^{-6}$	
d_3, нм	443500	444620 ± 1.0
n_3	1.737	$1.74068 \pm 4 \cdot 10^{-6}$
d_2, нм		10 ± 5
n_2		1.52 ± 0.08
k_2		0.018 ± 0.003
$F(d_i, n_i)$	$1.14 \cdot 10^{-3}$	$1.38 \cdot 10^{-5}$

Динамика минимизации целевой функции по полученным экспериментальным данным для сапфира приведена на рис 2b. Детальный анализ показывает, что $F(d_i, n_i)$ уверенно определяет параметры структуры, значения которых приведены в табл. 1. Хотя подгонка функций с множественными экстремумами считается сложной задачей, в нашем случае, как можно видеть из рис. 4, алгоритм с ней справляется.

На рисунке 4 представлены фрагменты угловых распределений T-коэффициента в трех диапазонах углов падения – вблизи нормали, вблизи угла Брюстера (обозначен вертикальной штриховой линией) и за углом Брюстера. Красным цветом обозначены результаты эксперимента. Синим цветом обозначены распределения T-коэффициента, полученные прямым расчетом [4, 14] для симметричной пятислойной структуры с параметрами минимизации. Во всем диапазоне углов падения положение экстремумов обоих распределений визуально совпадает. В то же время амплитуды T-коэффициентов заметно отличаются. Отметим, что каждая точка углового распределения является результатом интерференции световых волн в интерферометре Фабри–Перо, образованном рабочими поверхностями плоскопараллельной пластины. Максимальное ($T_m^{\max}$ и минимальное ($T_m^{\min}$) значение T-коэффициентов с номером m определяют контрастность интерференционной картины $T_m^{\max}/T_m^{\min}$. Видим, что расчетная контрастность глубже экспериментальной. Повышения контрастности можно добиться более качественной обработкой поверхностей материала, уменьшением клиновидности структуры, снижением дифракционной расходимости пучка и другими способами используемыми при конструировании классических интерферометров Фабри–Перо. Проведенный авторами учет слабой клиновидности структуры, а также учет дифракционной расходимости светового пучка показал слабую чувствительность методики к указанным факторам, что является ее сильной стороной. Основная цель эксперимента достигнута – показано, что экстремумы T-коэффициентов позволяют однозначно определить параметры структуры. Стандартное отклонение углового положения экстремумов $\boldsymbol{\theta}^{\exp}$ от их расчетных значений $\boldsymbol{\theta}^{\min}$ составляет ~ 17 угловых секунд. Функция распределений отклонений приведена на рис. 6. Как можно видеть, она имеет нормальный несмещенный вид.

Доверительный интервал по уровню 0.99 для параметров $\{n_i, d_i\}$ получен численным расчетом дифференциала T-коэффициента при параметрах минимизации для экстремума с абсолютным значением $m = 948$, при котором изменения максимальны:

$$\begin{cases} \Delta d_2 = 5\,\text{нм}, \\ \Delta d_3 = 1.0\,\text{нм}, \\ \Delta n_2 = 0.03, \\ \Delta n_3 = 4 \cdot 10^{-6}, \\ \Delta k_3 = 0.003. \end{cases}$$

Как можно видеть, уровень доверительного интервала ПП пластины n_3 соответствует лучшим методикам измерения ПП оптических материалов. Проведенные измерения и расчеты позволяют говорить о том, что предложенная интерференционная методика измерения ПП в совокупности с установленными ранее [11] инвариантами углов R/T-коэффициентов является прецизионной. Более того, привлечение инвариантов разделяет измерение ПП

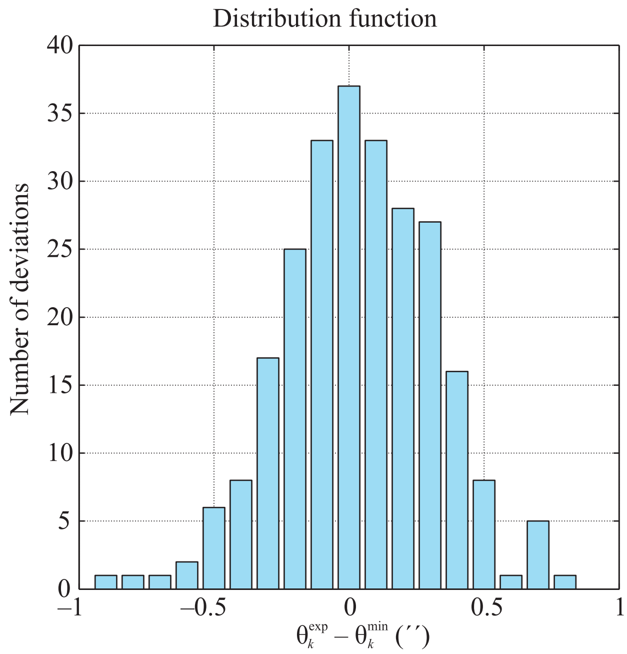

Рис. 6. (Цветной онлайн) Функция распределения отклонений экспериментальных значений положения экстремумов $\boldsymbol{\theta}^{\exp}$ от их расчетных значений $\boldsymbol{\theta}^{\min}$

и толщины пластины, что позволяет говорить о возможности измерения абсолютного значения ПП.

Заключение. Предложен прецизионный метод измерения и алгоритм расчета оптических параметров твердых тел, основанный на модели инвариантов углов R/T-коэффициентов и исключающий необходимость измерения геометрических размеров образца. Возможность независимого измерения показателя преломления и толщины пластины позволяет определить *абсолютные* значения ПП. Метод является разновидностью интерференционного метода измерения ПП. В качестве резонатора выступает сама плоскопараллельная пластина. Это существенное преимущество метода перед классической интерференционной оптической схемой Фабри–Перо, где резонатор образован внешними зеркалами. Для реализации высокой чувствительности классической схемы метода в этом случае требуется "чрезвычайная аккуратность и тщательность в подготовке эксперимента" [14].

Преимуществом метода является учет буферных слоев в модели симметричной пятислойной структуры, что сделано впервые. Предложенный алгоритм минимизации однозначно восстанавливают параметры плоскопараллельной пластины в области прозрачности – $\{\tilde{n}_2, n_3, d_2, d_3\}$. К преимуществам следует отнести возможность измерения ПП в неограниченном диапазоне значений.

Измерение в геометрии "на пропускание" упрощает оптическую схему метода, поскольку не требует подстройки положения фотоприемника при изменении угла падения излучения на структуру. Это позволяет обеспечить возможность измерений в диапазоне углов падения $\pm 90°$, что важно для предлагаемого метода. Геометрия "на пропускание" также является более предпочтительной при автоматизации процесса измерений.

Знание параметров буферных слоев, безусловно, важно при конструировании оптических приборов высокого разрешения, устройств нелинейной и интегральной оптики. Метод может быть полезен для диагностики свойств поверхности оптических материалов на стадии финишной обработки. Метод хорошо поддается автоматизации, что важно при серийном контроле. Авторы считают перспективным применение данного метода в метрологии, в том числе в области создания эталона показателя преломления.

Представленная на рис. 3 схема экспериментального стенда фактически является схемой рефрактометра нового типа. Для измерения ПП требуется плоскопараллельная пластина материала с хорошо обработанными рабочими поверхностями. Расчет ПП основан на модели симметричной пятислойной структуры, учитывающей буферные слои структуры. Процесс измерения автоматизирован. По времени не превышает одного часа.

1. Ф. И. Федоров, *Оптика анизотропных сред*, 2-е изд., испр., Едиториал УРСС, М. (2004).
2. ГОСТ 28869-90 *Межгосударственный стандарт*, ИПК Издательство стандартов, М. (2005).
3. D. B. Leviton and B. J. Frey, *Proceedings of SPIE 6273, Optomechanical Technologies for Astronomy*, 62732K (2006); v. 62734; https://doi.org/10.1117/12.672853.
4. С. Н. Свиташева, *Метод эллипсометрии для исследования наноразмерных пленок диэлектриков, полупроводников и металлов*, Издательство СО РАН, Новосибирск (2019).
5. K. Papatryfonos, T. Angelova, A. Brimont, B. Reid, S. Guldin, P. R. Smith, M. Tang, K. Li, A. J. Seeds, and H. Liu, AIP Advances **11**(2), 025327-1 (2021).
6. R. Mussina, D. R. Selviah, F. A. Fernandez, A. G. Tijhuis, and B. P. de Hon, Prog. Electromagn. Res. **145**, 93 (2014).
7. В. А. Швец, С. В. Рыхлицкий, И. Я. Миттова, Е. В. Томина, Журнал технической физики **83**(11), 92 (2013).
8. S. G. Choi, G. C. Hillier, and J. G. J. Adams, J. Appl. Phys. **115**, 023510 (2014).
9. S. Gehrsitz, H. Sigg, N. Herres, K. Bachem, K. Köhler, and F. K. Reinhart, Phys. B **60**, 11601 (1999).
10. Л. А. Федюхин, А. В. Горчаков, Н. Г. Коробейщиков, И. В. Николаев, Письма в ЖЭТФ **114**(5), 304 (2021).
11. Л. А. Федюхин, А. В. Горчаков, Е. А. Колосовский, Оптика и спектроскопия **128**(2), 266 (2020).
12. А. М. Ефимов, Е. С. Постников, *Физические основы и формализм оптики и спектроскопии оптических материалов*, Университет ИТМО, СПб. (2015).
13. М. М. Горшков, *Эллипсометрия*, Сов. радио, М. (1974).
14. Н. И. Калитиевский, *Волновая Оптика*, "Высшая Школа", М. (1995).