Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 5, с. 307 – 312 © 2022 г. 10 сентября

Расчет дискретных и резонансных уровней акцепторов в узкозонных твердых растворах CdHgTe

М. С. Жолудев[+*1)], *В. В. Румянцев*[+*], *С. В. Морозов*[+*]

[+]*Институт физики микроструктур РАН, 603950 Н. Новгород, Россия*

[*]*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 603950 Н. Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 12 июля 2022 г.
После переработки 12 июля 2022 г.
Принята к публикации 24 июля 2022 г.

Проведены расчеты волновых функций электрона в поле однозарядного акцептора в узкозонных твердых растворах CdHgTe с учетом потенциала центральной ячейки. Путем аппроксимации результатов расчетов получено аналитическое выражение для значений энергии наиболее глубоких локализованных и резонансных состояний при различных значениях параметров потенциала центральной ячейки и доли кадмия в твердом растворе. Полученные зависимости могут быть использованы при идентификации акцепторных примесей в CdHgTe, в частности, мышьяка, как наиболее перспективного допанта для структур p-типа.

DOI: 10.31857/S1234567822170074, EDN: jsxket

Введение. Гетероструктуры на основе твердых растворов $Cd_xHg_{1-x}Te$ (кадмий-ртуть-теллур, КРТ) в которых ширину запрещенной зоны (E_g) можно менять в широких пределах, варьируя толщину и состав слоев, представляют интерес для создания приемников (см., например, [1]) и источников [2] излучения среднего ИК диапазона. В последнее время было обнаружено множество свидетельств того, что примесно-дефектные центры оказывают существенное влияние на оптические свойства объемных пленок и квантовых ям на основе $Cd_xHg_{1-x}Te$ [3, 4]. Они проявляют себя как источник дискретных и резонансных уровней, участвующих в поглощении и излучении света, а также обеспечивающих канал безызлучательной рекомбинации по механизму Шокли–Рида–Холла [5].

Наибольший интерес для изучения на данный момент представляют именно акцепторы. Во-первых, вследствие малой величины эффективной массы электронов энергия связи мелких доноров составляет доли мэВ, в то время как для акцепторов она варьируется от единиц до десятков мэВ (см., например, [6, 7]). Во-вторых, для реализации лазерных диодов и быстродействующих фотовольтаических приемников на основе КРТ требуется решить хорошо известную проблему создания слоев p-типа [8]. Естественным акцептором в данном материале является вакансия ртути, однако задача управления распределением данного вида дефектов в гетероструктурах представляется весьма сложной. Перспективной альтернативой является мышьяк, однако данные по его энергетическому спектру противоречивы и ограничены относительно широкозонными твердыми растворами с $x > 0.2$ (см. ниже). В то же время узкозонные твердые растворы (в том числе бесщелевые материалы с инвертированной зонной структурой) также представляют большой практический интерес для продвижения фотоприемников в длинноволновую область (длина волны более 25 мкм) и как наиболее подходящий материал для квантовых ям длинноволновых лазеров [8].

В большинстве работ для определения энергии ионизации примеси мышьяка использовались косвенные методы, основанные на интерпретации результатов измерений эффекта Холла при различных температурах с использованием подгоночных параметров [9–11]. В данных работах, как правило, приводятся малые энергии ионизации в диапазоне 4–6 мэВ (исключение составляет работа [12], где энергия ионизации принимается за 15 мэВ) для доли кадмия 0.2–0.3. Учитывая, что в структурах на основе HgCdTe всегда присутствуют остаточные двухвалентные акцепторы – вакансии ртути, данные транспортных измерений сложны для однозначной интерпретации, и в ряде работ указывают несколько энергий ионизации для различных типов акцепторов [13]. Оптическими методами, в основном при исследованиях фотолюминесценции, в недавних работах были

[1)]e-mail: zholudev@ipmras.ru

получены более высокие значения для энергии ионизации мышьяка ~ 20 мэВ [14]. Таким образом, вопрос об исследованиях энергетического спектра акцепторов в HgCdTe остается актуальным.

Недавние успехи в теоретическом описании дискретных и резонансных состояний кулоновских акцепторов в КРТ [15] позволяют перейти к исследованию реальных примесей, для которых необходим учет потенциала центральной ячейки (ПЦЯ). Данная работа посвящена расчету зависимости энергий уровней примеси от параметров модельного ПЦЯ. Мы рассматриваем твердые растворы $Cd_xHg_{1-x}Te$ с содержанием кадмия $x \leq 0.3$, ширина запрещенной зоны в которых составляет до 240 мэВ. Данный диапазон параметров покрывает все бесщелевые материалы, а также область, где могут наблюдаться резонансные состояния акцепторов.

Метод расчета. В данной работе мы используем тот же подход для вычисления локализованных и резонансных состояний, что и в работе [15]. Волновая функция вычисляется как решение стационарного уравнения Шредингера в рамках метода огибающих функций с гамильтонианом Кейна 6×6, который учитывает зону с симметрией Γ_6 и две зоны с симметрией Γ_8. Расчеты проводятся в приближении сферической симметрии, где квантовыми числами, однозначно определяющими состояние электрона являются: J – полный угловой момент, $L = J + 1/2$ – орбитальный момент компоненты Γ_6 и M – проекция полного углового момента на ось z.

В приближении сферической симметрии стационарное уравнение Шредингера сводится [15–17] к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для радиальных функций (зависящих только от координаты r):

$$(\hat{\mathbf{H}}_0^{(J,L)} + U(r))\mathbf{f}^{(J,L)}(r) = E\mathbf{f}^{(J,L)}(r), \qquad (1)$$

где $\hat{\mathbf{H}}_0^{(J,L)}$ – гамильтониан однородного полупроводника, а $U(r)$ – потенциал примеси. В данной работе мы используем потенциал примеси из работ [4, 18], включающий кулоновский потенциал и ПЦЯ в виде экранированного кулоновского поля:

$$U(r) = \frac{e}{\epsilon_0 r}\left[1 - Z_1 \exp\left(-\frac{r}{\lambda_1}\right)\right],$$

где e – элементарный заряд, ϵ_0 – низкочастотная диэлектрическая проницаемость полупроводника, Z_1 – зарядовое число, характеризующее величину ПЦЯ, а λ_1 – радиус ПЦЯ. Величины Z_1 и λ_1 являются подгоночными параметрами.

В отсутствие дефекта решениями системы уравнений (1) являются сферические волны, и в трехзонной модели Кейна минимум 2 из 6 линейно независимых решений имеют мнимые волновые числа [15, 19]. Это приводит к тому, что при численном интегрировании уравнения (1) развивается неустойчивость. Поэтому для решения данной системы уравнений применяется метод матрицы рассеяния [20, 21]. В рамках данного метода радиальные функции вблизи примесного центра и вдали от него вычисляются следующим образом:

$$\mathbf{f}(r < r_1) = \mathbf{F}_0^{(a)}(r)\mathbf{a}_0,$$

$$\mathbf{f}(r > r_N) = \left(\mathbf{F}_N^{(a)}(r)\mathbf{F}_N^{(b)}(r)\right)\begin{pmatrix} \mathbf{a}_N \\ \mathbf{b}_N \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{F}_0^{(a)}(r)$ – матрица, столбцы которой являются решениями, полученными с помощью обобщенного метода Фробениуса, $\mathbf{F}_N^{(a)}(r)$ и $\mathbf{F}_N^{(b)}(r)$ – матрицы, столбцы которых являются решениями в виде сферических волн, полученными в приближении нулевого потенциала примеси, а $\mathbf{a}_0$, $\mathbf{a}_N$ и $\mathbf{b}_N$ – векторы неизвестных коэффициентов. Величина r_N выбирается достаточно большой, чтобы полем примеси можно было пренебречь по сравнению с влиянием соседних центров (подробнее см. [15]).

Матрица рассеяния связывает коэффициенты вблизи центра и вдали от него следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a}_N \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{0,N}^{(aa)} & \mathbf{S}_{0,N}^{(ab)} \\ \mathbf{S}_{0,N}^{(ba)} & \mathbf{S}_{0,N}^{(bb)} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \mathbf{a}_0 \\ \mathbf{b}_N \end{pmatrix},$$

откуда имеем

$$\mathbf{S}_{0,N}^{(ba)}\mathbf{a}_0 = -\mathbf{S}_{0,N}^{(bb)}\mathbf{b}_N.$$

В случае локализованных состояний амплитуда вдали от примеси равна нулю (т.е. $\mathbf{b}_N = 0$). Поэтому условием для определения энергии таких уровней будет следующее уравнение:

$$\det \mathbf{S}_{0,N}^{(ba)}(E) = 0.$$

В случае резонансных состояний амплитуда вблизи цента будет заметно больше, чем амплитуда вдали от него, поэтому для них будет выполняться аналогичное условие:

$$\left|\det \mathbf{S}_{0,N}^{(ba)}(E)\right| \ll 1.$$

Таким образом, для определения энергии локализованных и резонансных состояний в работе [15] была введена степень локализации волновой функции (СЛВФ), равная:

$$R(E) = \left|\det \mathbf{S}_{0,N}^{(ba)}(E)\right|^{-1}.$$

Максимумы этой величины соответствуют локализованным и резонансным состояниям примеси.

Для вычисления положения примесных уровней необходимо провести расчеты СЛВФ в некотором диапазоне энергий с небольшим шагом, который определяется требуемой точностью. Поскольку такой подход требует большого времени, он не эффективен при определении значений подгоночных параметров для реальных примесей. В данной работе мы предлагаем аналитическое выражение для зависимости энергий наиболее глубоких акцепторных состояний от параметров x, Z_1 и λ_1, полученное путем аппроксимации результатов расчетов СЛВФ.

В качестве функции, аппроксимирующей значения энергии уровней, используется аналог поверхности Безье [22] с тремя переменными:

$$E^{(J,L,i)}(x, Z_1, \lambda_1) = \sum_{m_x=0}^{n_x} \sum_{m_Z=0}^{n_Z} \sum_{m_\lambda=0}^{n_\lambda} W^{(J,L,i)}_{m_x,m_Z,m_\lambda} \times$$

$$\times B^{(0,x_{\max})}_{n_x,m_x}(x) B^{(Z_{\min},Z_{\max})}_{n_Z,m_Z}(Z_1) B^{(0,\lambda_{\max})}_{n_\lambda,m_\lambda}(\lambda_1), \qquad (2)$$

составленный на основе многочленов Бернштейна [22]:

$$B^{(a,b)}_{n,m}(t) = \frac{n!}{m!(n-m)!} \frac{(t-a)^m (b-t)^{n-m}}{(b-a)^n}.$$

Преимуществом выражения (2) по сравнению с более простыми многочленами нескольких переменных является то, что коэффициенты $W^{(J,L,i)}_{m_x,m_Z,m_\lambda}$ обладают большей устойчивостью к незначительным флуктуациям входных данных, используемых при аппроксимации. Это позволяет использовать расчеты СЛВФ, проведенные с меньшим разрешением по энергии.

Количество коэффициентов в выражении (2) может составлять несколько десятков, однако вычисление энергий примесных уровней на основе данной функции на несколько порядков эффективнее прямого расчета и анализа СЛВФ по скорости и используемому объему данных.

Результаты. В данной работе мы рассматриваем узкозонные твердые растворы $\mathrm{Cd}_x\mathrm{Hg}_{1-x}\mathrm{Te}$ с долей кадмия не более $x_{\max} = 0.3$. Для параметров ПЦЯ был выбран следующий диапазон: $-1 \le Z_1 \le 1$, $\lambda_1 \le 4$ нм. Расчет СЛВФ проводился с разрешением по энергии $\Delta E = 0.05$ мэВ. Значения шага изменения параметров были следующими: $\Delta x = 0.005$, $\Delta Z_1 = 0.1$ и $\Delta\lambda_1 = 0.1$ нм.

Результаты расчетов СЛВФ для некоторых значений параметров ПЦЯ представлены на рис. 1. Положение резонансных и локализованных состояний хорошо видно по темным линиям на графиках. Прерывистый вид этих линий для более мелких состояний связан с низким разрешением по энергии и составу твердого раствора. Хорошо видно, что наиболее глубокое состояние ($J = 3/2$, $L = 1$, $i = 1$) является также наиболее чувствительным к ПЦЯ в силу большей локализации носителей заряда вблизи примесного центра.

В таблице 1 приведены значения коэффициентов $W^{(J,L,i)}_{m_x,m_Z,m_\lambda}$ в формуле (2), полученные путем аппроксимации результатов расчетов СЛВФ с помощью метода наименьших квадратов. Максимальное отклонение исходных значений от аппроксимирующей функции для наиболее глубоких состояний составило от 0.03 до 0.09 мэВ, что сопоставимо с разрешением по энергии, используемом при расчетах. Количество коэффициентов для каждого уровня составило $n_x \times n_Z \times n_\lambda = 72$. Дальнейшее увеличение их числа не приводит к существенному увеличению точности аппроксимации.

Из рисунка 1 видно, что варьирование параметра Z_1 в диапазоне от -1 до 1 позволяет получить энергии ионизации акцептора от 5 до 25 мэВ, что соответствует интервалу значений, приводимых в литературе для примеси мышьяка в твердых растворах $\mathrm{Cd}_x\mathrm{Hg}_{1-x}\mathrm{Te}$ с $x \sim 0.3$. Значение параметра λ_1 на рис. 1 было выбрано на основе результатов, полученных в работе [23] при подгонке энергий ионизации вакансий ртути с использованием того же модельного ПЦЯ, где наилучшее согласие достигалось для λ_1 в диапазоне 2.5–3.5 нм. При уменьшении параметра λ_1 энергии ионизации в целом уменьшаются и зависимость от состава твердого раствора становится более резкой, т.е. спектр акцептора стремится к случаю $Z_1 = 0$, что объясняется уменьшением влияния ПЦЯ даже на основное состояние при большей локализации "добавочного" потенциала. Увеличение параметра λ_1 значительно выше 3 нм представляется необоснованным, так как качественные соображения о причинах химического сдвига (деформация кристаллической решетки около примеси и отличие диэлектрической проницаемости вблизи иона примеси от ее среднего значения в кристалле) предполагают локализацию соответствующих возмущений на масштабе нескольких постоянных решетки.

Отметим, что для вакансий ртути подобранные в работе параметры ПЦЯ соответствуют сильному экранированию кулоновского потенциала, т.е. "химический сдвиг" приводит к значительному уменьшению энергии ионизации относительно случая $Z_1 = 0$. Энергии ионизации примеси мышьяка ~ 20 мэВ, полученные в последних работах оптическими метода-

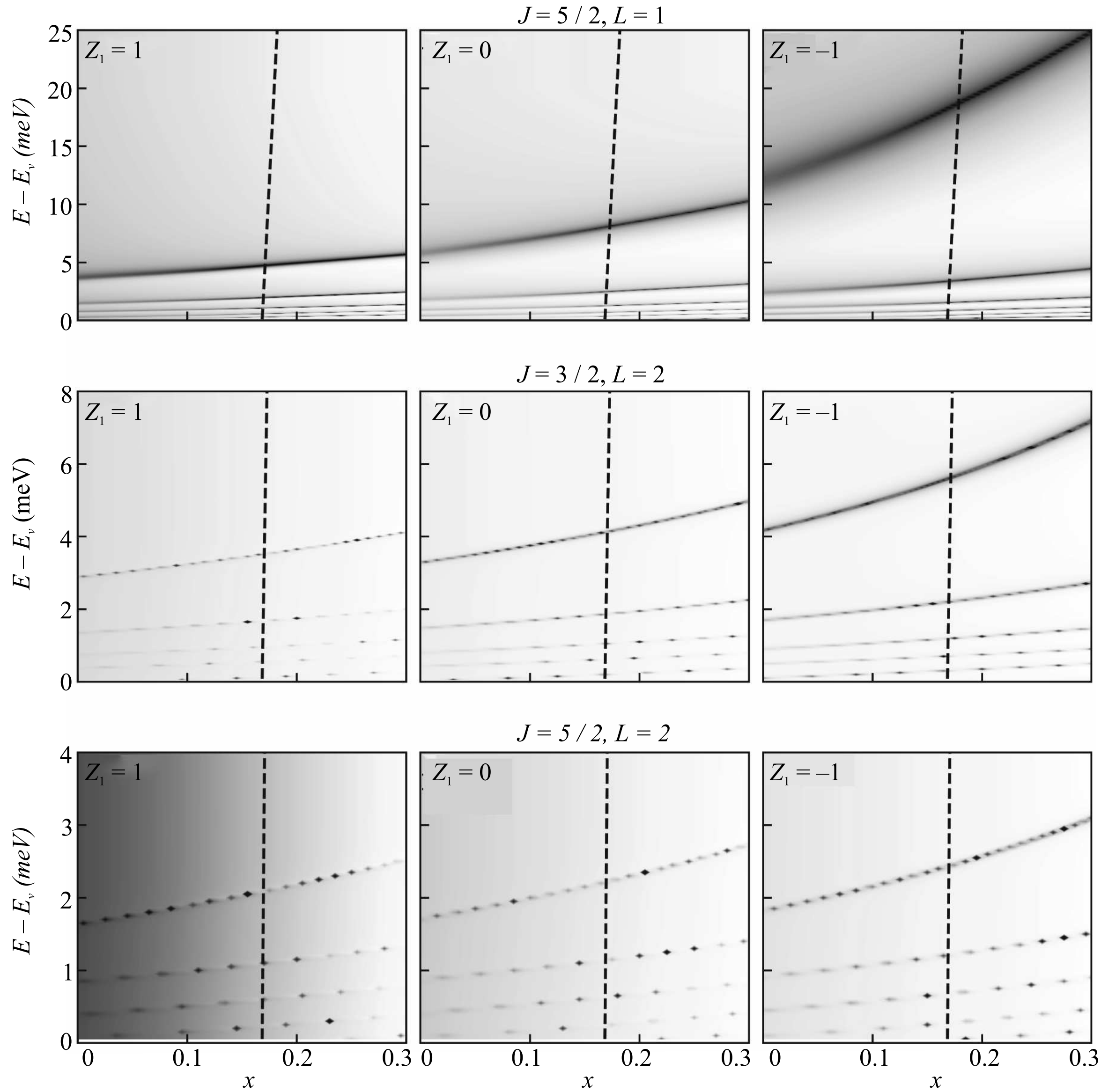

Рис. 1. Результаты расчета СЛВФ для различных составов твердого раствора $Cd_xHg_{1-x}Te$. Темный цвет соответствует более сильной локализации волновой функции вблизи примесного центра. Энергия отсчитывается от потолка валентной зоны. Положение зоны проводимости отмечено штриховой линией. Значение параметра λ_1 на всех графиках равно 3 нм

ми, практически совпадают с энергией отрыва второй дырки от вакансии ртути [23], однако одновалентному акцептору для достижения такой энергии, требуется, наоборот, "притягивающий" ПЦЯ (более типичный для большинства полупроводников), т.е. $Z_1 < 0$. В этом случае, как это следует из рис. 1, для энергий ионизации ожидается более выраженная зависимость энергии ионизации от состава твердого раствора (в предположении, что параметры ПЦЯ слабо зависят от состава твердого раствора x). Положение спектральных особенностей, формируемых примесью мышьяка, должно сильнее зависеть от доли кадмия x по сравнению с особенностями, связанными с вакансиями ртути, практически не меняющих положения в диапазоне x от 0.152 до 0.23 [4, 24]. Таким образом, разная зависимость энергии ионизации от состава твёрдого раствора для вакансий ртути и примеси мышьяка может быть использована для идентификации соответствующих центров при экспериментальных исследованиях, несмотря на близость спектрального положения особенностей, отвечающих разным центрам.

Таблица 1. Коэффициенты $W^{(J,L,i)}_{m_x,m_Z,m_\lambda}$ для вычисления энергии локализованных и резонансных примесных состояний. Для каждого состояния указано значение δE – максимального отклонения расчетных значений энергии от аппроксимирующей функции

	(m_x, m_Z)											
m_λ	(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)	(0, 3)	(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(2, 0)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)
$J = 3/2,\ L = 1,\ i = 1,\ \delta E = 0.09$ мэВ												
0	5.80	5.77	5.80	5.82	7.47	7.43	7.49	7.50	10.28	10.24	10.33	10.37
1	5.77	6.10	5.65	5.47	7.41	7.84	7.27	6.94	10.43	11.13	9.85	9.18
2	9.80	5.83	5.03	3.92	13.15	7.72	6.14	4.80	21.97	9.73	8.26	5.95
3	10.92	5.66	4.76	4.20	14.95	6.76	6.35	5.12	22.08	9.79	8.10	6.72
4	12.61	5.67	4.44	3.48	17.11	7.25	5.50	4.16	26.15	9.93	7.06	5.26
5	13.71	5.62	4.19	3.31	18.54	7.10	5.27	3.94	27.75	9.99	6.58	5.02
$J = 3/2,\ L = 2,\ i = 1,\ \delta E = 0.05$ мэВ												
0	3.28	3.28	3.28	3.28	3.90	3.90	3.90	3.89	4.97	4.97	4.96	4.96
1	3.29	3.28	3.29	3.29	3.91	3.92	3.85	3.94	4.98	4.91	5.00	5.03
2	3.24	3.31	3.26	3.25	3.86	3.85	4.02	3.81	4.87	5.19	4.87	4.75
3	3.73	3.38	3.17	2.95	4.48	4.21	3.53	3.48	6.38	4.99	4.68	4.26
4	4.30	3.29	3.07	2.84	5.34	3.77	3.74	3.29	7.44	4.88	4.53	4.03
5	4.87	3.23	3.00	2.66	6.06	3.82	3.52	3.08	8.52	4.76	4.38	3.74
$J = 3/2,\ L = 1,\ i = 2,\ \delta E = 0.05$ мэВ												
0	1.81	1.81	1.81	1.81	2.29	2.30	2.30	2.29	3.14	3.15	3.16	3.17
1	1.86	1.82	1.80	1.76	2.31	2.29	2.23	2.20	3.34	3.19	3.13	3.00
2	2.26	1.89	1.67	1.54	2.97	2.37	2.17	1.94	4.20	3.33	2.81	2.59]
3	2.21	1.89	1.69	1.56	2.71	2.44	2.04	1.94	3.91	3.38	2.90	2.62
4	2.45	1.92	1.61	1.44	3.14	2.42	2.05	1.80	4.64	3.33	2.74	2.38
5	2.60	1.92	1.58	1.39	3.31	2.40	2.00	1.73	4.95	3.31	2.70	2.29
$J = 5/2,\ L = 2,\ i = 1,\ \delta E = 0.03$ мэВ												
0	1.70	1.71	1.70	1.70	2.07	2.08	2.07	2.07	2.73	2.73	2.73	2.73
1	1.70	1.70	1.71	1.70	2.08	2.06	2.09	2.08	2.72	2.74	2.73	2.71
2	1.71	1.70	1.71	1.71	2.07	2.09	2.06	2.05	2.73	2.71	2.70	2.73
3	1.74	1.73	1.69	1.66	2.14	2.10	2.04	2.03	2.88	2.79	2.70	2.56
4	1.83	1.73	1.67	1.62	2.26	2.12	2.02	1.93	3.11	2.78	2.60	2.50
5	1.94	1.73	1.64	1.57	2.42	2.11	1.98	1.88	3.42	2.76	2.57	2.38

Заключение. В данной работе путем аппроксимации большого объема результатов теоретических расчетов было получено аналитическое выражение для значений энергии локализованных и резонансных состояний однозарядного акцептора в твердых растворах $Cd_xHg_{1-x}Te$ с учетом ПЦЯ. Данное выражение применимо для вычисления энергии примесных уровней в широком диапазоне параметров. Полученные результаты могут быть использованы для определения параметров ПЦЯ для однозарядных акцепторов в КРТ на основе экспериментальных данных.

Работа поддержана НЦМУ "Центр фотоники", при финансировании Министерством науки и высшего образования РФ, соглашение # 075-15-2022-316.

1. Н. Н. Михайлов, С. А. Дворецкий, Д. Г. Икусов, В. В. Карпов, В. Г. Ремесник, Е. В. Сусов, И. Н. Ужаков, А. В. Филатов, В. А. Швец, В. Я. Алешкин, в *Материалы XXIII Международного Симпозиума "Нанофизика и Наноэлектроника"*, Издательство Нижегородского госуниверситета им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород (2019), p.760.
2. S. V. Morozov, V. V. Rumyantsev, M. S. Zholudev, A. A. Dubinov, V. Ya. Aleshkin, V. V. Utochkin, M. A. Fadeev, K. E. Kudryavtsev, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretskii, V. I. Gavrilenko, and F. Teppe, ACS Photonics **8**, 3526 (2021).
3. I. I. Izhnin, A. I. Izhnin, H. V. Savytskyy, O. I. Fitsych, N. N. Mikhailov, V. S. Varavin, S. A. Dvoretsky, Yu. G. Sidorov, and K. D. Mynbaev, Opto-Electron. Rev. **20**, 375 (2012).
4. V. V. Rumyantsev, D. V. Kozlov, S. V. Morozov, M. A. Fadeev, A. M. Kadykov, F. Teppe, V. S. Varavin, M. V. Yakushev, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretskii, and

V.I. Gavrilenko, Semicond. Sci. Technol. **32**, 095007 (2017).
5. D. Donetsky, G. Belenky, S. Svensson, and S. Suchalkin, Appl. Phys. Lett. **97**, 052108 (2010).
6. C. L. Littler, D. G. Seiler, and M. R. Loloee, J. Vac. Sci. Technol. A **8**, 1133 (1990).
7. C.L. Littler, in *Growth and Characterization of Materials for Infrared Detectors*, SPIE, San Diego (1993), v. 2021, p. 184.
8. W. Lei, J. Antoszewski, and L. Faraone, Appl. Phys. Rev. **2**, 041303 (2015).
9. D. D. Edwall, L. O. Bubulac, and E. R. Gertner, J. Vac. Sci. Technol. B Microelectron. Nanometer Struct. Process. Meas. Phenom. **10**, 1423 (1992).
10. M. H. Kalisher, J. Cryst. Growth **70**, 365 (1984).
11. G. A. Umana-Membreno, H. Kala, S. Bains, N. D. Akhavan, J. Antoszewski, C. D. Maxey, and L. Faraone, J. Electron. Mater. **45**, 4686 (2016).
12. A. C. Chen, M. Zandian, D. D. Edwall, R. E. De Wames, P. S. Wijewarnasuriya, J. M. Arias, S. Sivananthan, M. Berding, and A. Sher, J. Electron. Mater. **27**, 595 (1998).
13. X. H. Shi, S. Rujirawat, R. Ashokan, C. H. Grein, and S. Sivananthan, Appl. Phys. Lett. **73**, 638 (1998).
14. J. Shao, W. Lu, L. Chen, X. Lu, S. Guo, J. Chu, and L. He, in *Seventh International Conference on Thin Film Physics and Applications*, SPIE, Shanghai (2011), v. 7995, p. 23.
15. M. S. Zholudev, V. V. Rumyantsev, and S. V. Morozov, Semicond. Sci. Technol. **37**, 025003 (2022).
16. A. Baldereschi and N. O. Lipari, Phys. Rev. B **8**, 2697 (1973).
17. E. P. Pokatilov, V. A. Fonoberov, V. M. Fomin, and J. T. Devreese, Phys. Rev. B **64**, 245328 (2001).
18. Д. В. Козлов, В. В. Румянцев, С. В. Морозов, А. М. Кадыков, М. А. Фадеев, В. С. Варавин, Н. Н. Михайлов, С. А. Дворецкий, В. И. Гавриленко, F. Терре, Физика и техника Полупроводников **50**, 1690 (2016).
19. М. С. Жолудев, В. В. Румянцев, С. В. Морозов, Физика и техника полупроводников **55**, 861 (2021).
20. D. Y. K. Ko and J. C. Inkson, Phys. Rev. B **38**, 9945 (1988).
21. C. Ramirez, F. H. González, and C. G. Galván, J. Phys. Soc. Jpn. **88**, 094002 (2019).
22. M. Hazewinkel, *Encyclopaedia of Mathematics: Supplement*, Springer Science & Business Media, Dordrecht (1997).
23. Д. В. Козлов, Т. А. Уаман Светикова, А. В. Иконников, В. В. Румянцев, А. А. Разова, М. С. Жолудев, Н. Н. Михайлов, С. А. Дворецкий, В. И. Гавриленко, С. В. Морозов, Письма В ЖЭТФ **113**, 399 (2021).
24. V. V. Rumyantsev, S. V. Morozov, A. V. Antonov, M. S. Zholudev, K. E. Kudryavtsev, V. I. Gavrilenko, S. A. Dvoretskii, and N. N. Mikhailov, Semicond. Sci. Technol. **28**, 125007 (2013).