Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 9, с. 628 – 634

Квантовая обратная связь вне контролируемой системы

В. А. Томилин[1], *Л. В. Ильичев*

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 25 июля 2022 г.
После переработки 8 сентября 2022 г.
Принята к публикации 20 сентября 2022 г.

Предложен новый метод управления квантовыми системами при помощи обратной связи. Обратная связь не затрагивает параметры самой управляемой системы, а меняет информационное содержание ее контактов с окружением (меняет так называемое "распутывание" квантовой операции, описывающей эти контакты). В качестве примера рассмотрена задача об управлении состоянием двухмодового атомарного конденсата Бозе-Эйнштейна, одна из мод которого подвергается фазо-контрастному зондированию в интерферометре Маха–Цандера. Различные "распутывания" операции фотодетектирования осуществляются при помощи изменения фазового сдвига в свободном от конденсата плече интерферометра. Выведено кинетическое уравнение, описывающее эволюцию состояния конденсата с учетом обратной связи, и на основе его стационарного решения рассчитано расхождение Кульбака–Лейблера между распределениями атомов по модам с обратной связью и в ее отсутствие. Показано, что это расхождение достигает максимума при нетривиальных значениях задающих распутывание параметров.

DOI: 10.31857/S123456782221011X, EDN: lirimb

1. Введение. Каноническое определение кибернетики как науки об общих закономерностях получения, хранения, преобразования и передачи информации в сложных управляющих системах [1] можно несколько сузить на класс *самоуправляемых* систем. При этом в фокусе внимания оказывается петля обратной связи как основа автоконтроля. С развитием экспериментальных техник обращения с системами, демонстрирующими существенно квантовые свойства, сформировалась наука о квантовой обратной связи [2]. Первые эксперименты в этом направлении были проведены в 1980-х гг. [3, 4]. Некоторые ранние методы теории квантового (само)управления изложены в [5, 6].

Все множество подходов к организации квантовой обратной связи может быть разделено на две большие группы: так называемая обратная связь, основанная на измерениях (*measurement-based feedback*), и когерентная обратная связь (*coherent feedback*). В первом случае непрерывно наблюдаемая квантовая система оказывается генератором классической информации, например, серии фоторегистраций. С помощью механизма обратной связи эта информация инициирует дополнительные преобразования состояния системы (помимо вызванного самим измерением) или условий ее эволюции. В альтернативном подходе, коим является когерентная обратная связь, управление осуществляется через взаимодействие рассматриваемой системы с другой квантовой системой. При этом стадия извлечения из системы классической информации отсутствует [7, 8]. В работе [9] предложен эффективный способ контроля состояния атомарного бозе-конденсата с помощью комбинации обоих типов обратной связи.

Для управления системой S при помощи петли обратной связи, основанной на измерениях, используется взаимодействующая с S вспомогательная система-контроллер C. Такая схема появилась в работах Р. Эшби [10] на самой заре кибернетики, когда именно самоуправляемые системы были основным объектом исследования. На рисунке 1 стрелками показаны каналы взаимодействия систем между собой

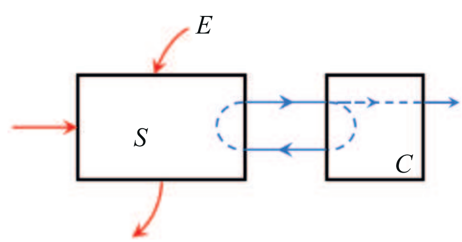

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема управления системой S при помощи контроллера C. Система взаимодействует как с контроллером, так и с более широким пространством окружения E (стрелками обозначены каналы этого взаимодействия). Петля обратной связи охватывает как систему, так и контроллер

[1] e-mail: 8342tomilin@mail.ru

и с внешним окружением. Обе подсистемы, S и C, являются классическими. Это предполагает наличие неконтролируемых каналов взаимодействия между ними и окружением, что неотделимо от представления о параметрах систем как элементах объективно существующей физической реальности.

Иначе обстоит дело в случае квантовой природы системы S. Мыслима ситуация практически полного контроля каналов ее взаимодействия с окружением. Элементарный акт такого взаимодействия можно представить в виде акта измерения некоторой наблюдаемой, относящейся к системе, с последующей регистрацией результата измерения (событием). При этом само состояние системы S в общем случае меняется. Таким образом, получение информации от квантовой системы неотделимо от процесса приготовления ее состояния. Это обстоятельство расширяет арсенал возможных методов контроля и формирования квантовых состояний. На схеме рисунке 2,

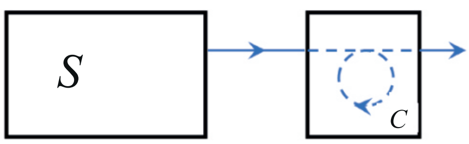

Рис. 2. (Цветной онлайн) Управление квантовой системой S при помощи обратной связи, модифицирующей способ взаимодействия системы с окружением

где и основная система S, и контроллер C являются квантовыми, информация, поступающая из S, представляется в виде серии регистрируемых событий в C. Можно организовать петлю обратной связи, замкнутую внутри контроллера и не затрагивающую систему S, как в классическом случае на рис. 1. Такая обратная связь будет управлять самим способом взаимодействия контроллера с системой S, основываясь на истории предшествующих событий, подходящим образом модифицируя параметры контроллера. Подобное внешнее замыкание петли обратной связи целесообразно, когда включение в нее системы S затруднено по каким-либо обстоятельствам.

В [11] было показано, что при помощи такого рода обратной связи в виде адаптивного фотодетектирования можно осуществить оптимальное измерение фазы волнового пакета. Настоящая работа посвящена непосредственно аспекту управления, т.е. изучению эволюции состояния системы, подверженной действию обратной связи, замкнутой внутри контроллера.

Состояние системы S оказывается функцией истории регистрации событий. В организации такой обратной связи может быть задействован (что сделано в настоящей работе) корпускулярно-волновой дуализм, как специфически квантовое явление, превращающий схему рис. 2 в весьма интересный объект изучения. Определенный и, возможно, простейший вариант квантовой обратной связи, организованный внутри контроллера, есть предмет настоящей работы. Она завершает цикл из трех работ, где квантовая обратная связь используется для контроля состояния атомарного конденсата Бозе–Эйнштейна (BEC). В первой работе [12] конденсат в одной из двух локализованных мод зондируется оптическим пучком внутреннего канала интерферометра Маха–Цандера (MZI). Регистрация фотона в том или ином выходном канале интерферометра переключала параметры удерживающего конденсат потенциала. Сохраняя единство обозначений с работой [12], будем обозначать эти события символами $\pm$. Было показано, что надлежащий выбор этих параметров приводит к радикальной перестройке состояния конденсата. Не менее эффективный инструмент его контроля предложен в [9]. Прежняя схема из [12] модифицирована дополнительной оптической петлей, создающей когерентную обратную связь в зондирующем пучке. Инициируемые фоторегистрациями переключения происходят между различными фазовыми сдвигами в петле когерентной обратной связи. Сам конденсат уже не затронут внешней обратной связью, но еще нельзя говорить о реализации схемы рис. 2. Это делается в настоящей работе, где переключения между фазовыми сдвигами $\varphi_{\pm}$ происходят во втором внутреннем канале MZI, не задействованном в зондировании конденсата. На рисунке 3 (как отсылка к схеме рис. 2) отмечены границы систем S и C.

Необходимы некоторые дополнительные комментарии касательно мотивации такого рода исследований. Организация автоконтроля систем с помощью искусственной обратной связи радикально меняет их свойства. Это в полной мере относится уже к классическим системам [13]. Часто новые свойства оказываются неожиданными и труднообъяснимыми. Обычная физическая интуиция помогает не всегда. В еще большей степени сказанное касается квантовых систем. Процесс генерации событий открытой квантовой системой обладает имманентной случайностью, природа которой лежит в самых фундаментальных основах квантовой физики. Организация обратной связи на основе этой случайности способна породить систему с совершенно неожиданными и потенциально ценными свойствами, как показано в [14]. Следовательно, вполне оправдан "свободный поиск" и накопление теоретических моделей квантовой обрат-

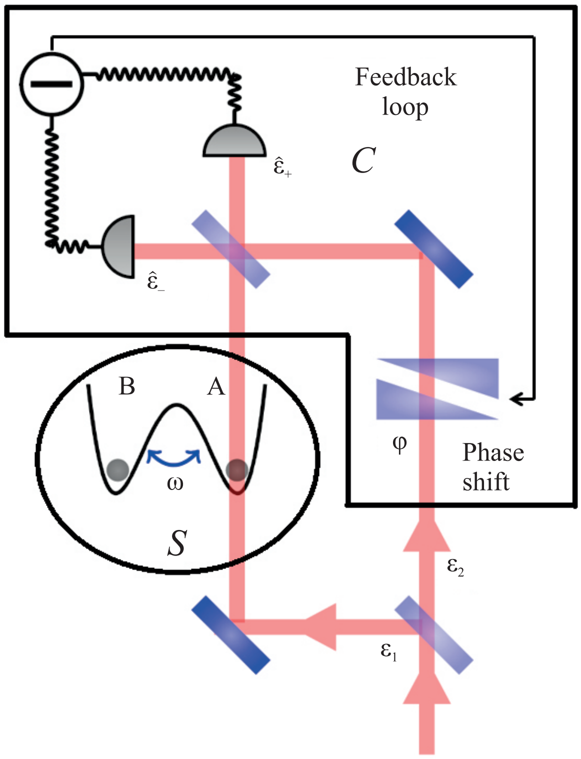

Рис. 3. (Цветной онлайн) Схема управления двухъямным атомарным конденсатом Бозе–Эйнштейна в интерферометре Маха–Цандера при помощи обратной связи, контролирующей фазовый сдвиг в свободном плече интерферометра

ной связи. К такого рода исследованиям относится и настоящая работа.

2. Модель. Действие обратной связи, рассматриваемой в данной работе, зависит от типа зарегистрированного события – в каком из двух выходных каналов интерферометра был зарегистрирован фотон. В соответствии с этим происходит переключение фазового сдвига, расположенного в свободном от конденсата плече интерферометра. Ясно, что тип события может быть описан бинарной классической переменной. Последовательность событий (история) оказывается связанной с эволюцией состояния самой контролируемой системы. Существует удобный формализм, приспособленный для описания такого рода гибридов квантовой и классической систем [15]. Предметом изучения в нем являются условные состояния $\hat{\varrho}^{(\pm)}$, индексированные типом последнего по времени зарегистрированного события – типом фоторегистрации в детекторах $D_\pm$ на выходе интерферометра. В таком простейшем подходе история редуцируется до последнего по времени события. Полная матрица плотности конденсата является суммой матриц плотности условных состояний: $\hat{\varrho} = \hat{\varrho}^{(+)} + \hat{\varrho}^{(-)}$, а вероятность того, что последняя фоторегистрация была в детекторе σ, есть $p_\sigma = Tr\,\hat{\varrho^{(\sigma)}}$. Пространственная структура конденсата предполагается в виде двух локализованных мод a и b с операторами рождения и уничтожения $\hat{a}^\dagger$, $\hat{a}$ и $\hat{b}^\dagger$, $\hat{b}$ соответственно. Мода a зондируется оптическим пучком внутри интерферометра. Частота зондирующего излучения имеет большую отстройку от частот атомных резонансов (так называемый режим дисперсионного взаимодействия [16]). При этом реальные переходы с возбуждением атомов конденсата очень редки, а зондирующее излучение приобретает фазовый сдвиг, пропорциональный числу атомов в зондируемой моде [17].

В отсутствие обратной связи эволюция состояния конденсата в марковском приближении подчиняется управляющему уравнению (здесь и далее будем записывать управляющие уравнения в безразмерной форме):

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho} + \imath[\hat{H}, \hat{\varrho}] = \sum_{\sigma=\pm}\Big(2\hat{\mathcal{E}}_\sigma(\varphi)\hat{\varrho}\hat{\mathcal{E}}^\dagger_\sigma(\varphi) - \\ - \{\hat{\mathcal{E}}^\dagger_\sigma(\varphi)\hat{\mathcal{E}}_\sigma(\varphi), \hat{\varrho}\}\Big), \quad (1)$$

правую часть которого образует структура Линдблада, ответственная за необратимость эволюции. Фигурными скобками здесь и далее обозначены антикоммутаторы. Операторами Линдблада в этой структуре служат амплитуды выходных полей (см. рис. 3, оба светоделителя интерферометра предполагаются сбалансированными)

$$\hat{\mathcal{E}}_\pm(\varphi) \doteq \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(e^{\imath\chi\hat{a}^\dagger\hat{a}} \pm e^{\imath\varphi}\Big), \quad (2)$$

отвечающих событиям фоторегистраций в одном из двух детекторов на выходе MZI. $\hat{\mathcal{E}}_\pm(\varphi)$ сформированы выходным светоделителем как суперпозиции амплитуд внутренних пучков интерферометра. Эти амплитуды подверглись фазовым сдвигам: в зондирующем пучке сдвиг создается атомами моды a и предполагается пропорциональным их числу, χ – фазовый сдвиг, создаваемый одним атомом; φ – контролируемый фазовый сдвиг во втором пучке.

Марковское приближение в случае обратной связи не будет нарушено, если последняя достаточно быстрая. При этом следует от единого управляющего уравнения перейти к системе связанных уравнений на операторы условных состояний. Это можно сделать, заметив, что изменение состояния системы непосредственно в результате фоторегистрации описывается так называемыми сэндвичными членами типа $\hat{\mathcal{E}}_\sigma(\varphi)\hat{\varrho}\hat{\mathcal{E}}_\sigma^\dagger(\varphi)$. Действие обратной связи привязано к актам фоторегистрации и потому должно влиять на структуру именно сэндвичных слагаемых. Опираясь на эти соображения, можно записать управляющие уравнения в следующем виде:

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(+)} + \imath[\hat{H},\hat{\varrho}^{(+)}] = \sum_{\sigma=\pm}\Big(2\hat{\mathcal{E}}_+(\varphi_\sigma)\hat{\varrho}^{(\sigma)}\hat{\mathcal{E}}_+^\dagger(\varphi_\sigma) - \\ - \{\hat{\mathcal{E}}_\sigma^\dagger(\varphi_+)\hat{\mathcal{E}}_\sigma(\varphi_+),\hat{\varrho}^{(+)}\}\Big),$$
$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(-)} + \imath[\hat{H},\hat{\varrho}^{(-)}] = \sum_{\sigma=\pm}\Big(2\hat{\mathcal{E}}_-(\varphi_\sigma)\hat{\varrho}^{(\sigma)}\hat{\mathcal{E}}_-^\dagger(\varphi_\sigma) - \\ - \{\hat{\mathcal{E}}_\sigma^\dagger(\varphi_-)\hat{\mathcal{E}}_\sigma(\varphi_-),\hat{\varrho}^{(-)}\}\Big). \qquad (3)$$

В отсутствие фазовых сдвигов во втором пучке операторами Линдблада являются $\hat{\mathcal{E}}_\pm(0)$. Связь с ними дается матрицами

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathcal{E}}_+(\varphi_{\sigma_1}) \\ \hat{\mathcal{E}}_-(\varphi_{\sigma_2}) \end{pmatrix} = U(\varphi_{\sigma_1},\varphi_{\sigma_2})\cdot\begin{pmatrix} \hat{\mathcal{E}}_+(0) \\ \hat{\mathcal{E}}_-(0) \end{pmatrix};$$
$$U(\varphi_{\sigma_1},\varphi_{\sigma_2}) =$$
$$\begin{pmatrix} \cos(\varphi_{\sigma_1}/2)e^{\imath\varphi_{\sigma_1}/2} & -\imath\sin(\varphi_{\sigma_1}/2)e^{\imath\varphi_{\sigma_1}/2} \\ -\imath\sin(\varphi_{\sigma_2}/2)e^{\imath\varphi_{\sigma_2}/2} & \cos(\varphi_{\sigma_2}/2)e^{\imath\varphi_{\sigma_2}/2} \end{pmatrix} \qquad (4)$$

В случае отсутствия обратной связи ($\varphi_+ = \varphi_- = \varphi$) матрица U унитарна. Иначе говоря, различный выбор φ соответствует различным "распутываниям" (*unraveling*) [5] операции фотодетектирования.

Для описания динамики конденсата, гамильтониана $\hat{H}$, выбрана простейшая модель. В ней отсутствует взаимодействие между атомами в локализованных модах. Глубины потенциальных ям обеих мод предполагаются одинаковыми. Поскольку полное число атомов конденсата не изменяется, соответствующие слагаемые, пропорциональные $\hat{a}^\dagger\hat{a}$ и $\hat{b}^\dagger\hat{b}$, могут быть отброшены. В итоге оставлена только структура

$$\hat{H} = \omega\Big(\hat{a}^\dagger\hat{b} + \hat{b}^\dagger\hat{a}\Big), \qquad (5)$$

принципиально важная для дальнейшего и описывающая переходы атомов между модами. Здесь ω – безразмерный параметр, равный отношению скорости перехода атома между модами к частоте фоторегистраций.

Пользуясь (2), можно в явном виде развернуть структуру правых частей в (3):

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(+)} + \imath[\hat{H},\hat{\varrho}^{(+)}] = e^{\imath\chi\hat{n}}\hat{\varrho}e^{-\imath\chi\hat{n}} + \hat{\varrho} - 4\hat{\varrho}^{(+)} + \\ + e^{\imath\chi\hat{n}}\Big(e^{-\imath\varphi_+}\hat{\varrho}^{(+)} + e^{-\imath\varphi_-}\hat{\varrho}^{(-)}\Big) + \\ + \Big(e^{\imath\varphi_+}\hat{\varrho}^{(+)} + e^{\imath\varphi_-}\hat{\varrho}^{(-)}\Big)e^{-\imath\chi\hat{n}},$$
$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho}^{(-)} + \imath[\hat{H},\hat{\varrho}^{(-)}] = e^{\imath\chi\hat{n}}\hat{\varrho}e^{-\imath\chi\hat{n}} + \hat{\varrho} - 4\hat{\varrho}^{(-)} - \\ - e^{\imath\chi\hat{n}}\Big(e^{-\imath\varphi_+}\hat{\varrho}^{(+)} + e^{-\imath\varphi_-}\hat{\varrho}^{(-)}\Big) - \\ - \Big(e^{\imath\varphi_+}\hat{\varrho}^{(+)} + e^{\imath\varphi_-}\hat{\varrho}^{(-)}\Big)e^{-\imath\chi\hat{n}}. \qquad (6)$$

Здесь $\hat{n} \doteq \hat{a}^\dagger\hat{a}$; $\hat{\varrho}$ – полный статистический оператор атомарного конденсата: $\hat{\varrho} = \hat{\varrho}^{(+)} + \hat{\varrho}^{(-)}$. Он получается "забвением" информации о типе последней фоторегистрации. Из (6) следует

$$\frac{d}{dt}\hat{\varrho} + \imath[\hat{H},\hat{\varrho}] = 2e^{\imath\chi\hat{n}}\hat{\varrho}e^{-\imath\chi\hat{n}} - 2\hat{\varrho}. \qquad (7)$$

В этом уравнении отсутствуют следы обратной связи, что является результатом отмеченного забвения информации.

3. Случай быстрого разрушения когерентности. "Динамический" базис в пространстве состояний конденсата, диагонализующий гамильтониан (5), т.е. естественный при описании динамики, не совпадает с "кинетическим" базисом. Последний наиболее удобен для представления необратимой эволюции – правых частей (6) и (7). Диагональные матричные элементы операторов $\hat{\varrho}$ и $\hat{\varrho}^{(\pm)}$ в этом базисе эволюционируют независимо от недиагональных, которые претерпевают затухание – разрушение когерентности. Различие динамического и кинетического базисов представляет основную трудность при получении точных решений управляющих уравнений. Если сильно различны характерные масштабы времени гамильтоновой и диссипативной эволюции, тот или иной базис становится "главным", что подсказывает соответствующую трансформацию и упрощение уравнений.

Мы рассмотрим ситуацию быстрого разрушения когерентности, когда главным оказывается кинетический базис. Это базис Фока по числам атомов в модах a и b. Будет предполагаться фиксированным полное число атомов в конденсате и использоваться краткое обозначение для векторов кинетического базиса: $|n\rangle \doteq |n\rangle_a \otimes |N-n\rangle_b$. Зондирование конденсата разрушает когерентность между разными n. Гамильтониан генерирует эту когерентность, но относительно медленно: $|\omega| \ll 1$. Поэтому можно ограничиться диагональными и ближайшими к диагонали элементами матрицы плотности:

$$\hat{\varrho} = \sum_{n=0}^{N} \left(p_n |n\rangle\langle n| + q_n |n+1\rangle\langle n| + \overline{q}_n |n\rangle\langle n+1| \right), \quad (8)$$

аналогично для $\hat{\varrho}^{(\pm)}$, однако в присутствие обратной связи матричные элементы также получают зависимость от фазовых сдвигов $\varphi_{\pm}$. Черта над символом обозначает комплексное сопряжение. Уравнения $dq_n/dt = ...$ и $dq_n^{(\pm)}/dt = ...$ содержат в правых частях, наряду со слагаемыми $\propto \omega$, также и члены эволюционирующие со скоростью $\propto 1$ (в используемой нами безразмерной форме). В уравнениях $dp_n/dt = ...$ и $dp_n^{(\pm)}/dt = ...$ таких членов нет. Следовательно, q_n и $q_n^{(\pm)}$, как более быстрые переменные, оказываются подчинены медленной эволюции p_n и $p_n^{(\pm)}$. Это позволяет перейти к уравнениям, содержащим только диагональные элементы матриц плотности:

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt} p_n = \\ &= \frac{\omega^2}{2} \Big[(n+1)(N-n) p_{n+1} + n(N-n+1) p_{n-1} \Big] - \\ &- \frac{\omega^2}{2} \Big[(n+1)(N-n) + n(N-n+1) \Big] p_n, \\ &\frac{d}{dt} p_n^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-) + W_n(\varphi_+, \varphi_-) \cdot n(N-n+1) \times \\ &\times \left(p_{n-1}^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-) - p_n^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-) \right) + \\ &+ W_{n-1}(\varphi_+, \varphi_-) \cdot (n+1)(N-n) \times \\ &\times \left(p_{n+1}^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-) - p_n^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-) \right) = \\ &= 2 \Big(V_n(\varphi_+, \varphi_-) - 2 \Big) p_n^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-) + \\ &+ 2 \Big(1 + \cos(\chi n - \varphi_-) \Big) p_n. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь использована связь $p_n^{(-)} = p_n - p_n^{(+)}$;

$$V_n(\varphi_+, \varphi_-) \doteq \cos(\chi n - \varphi_+) - \cos(\chi n - \varphi_-) \quad (10)$$

и

$$\begin{aligned} &W_n(\varphi_+, \varphi_-) \doteq \quad (11) \\ &\doteq \omega^2 \cdot \frac{\cos(\chi/2) V_{n+1/2}(\varphi_+, \varphi_-) - 2}{V_{n+1/2}^2(\varphi_+, \varphi_-) - 4\cos(\chi/2) V_{n+1/2}(\varphi_+, \varphi_-) + 4}. \end{aligned}$$

В установившемся режиме $p_n = 1/(N+1)$.

4. Результаты и обсуждение. Нас далее будет интересовать воздействие обратной связи на распределение числа атомов по ямам, т.е. величины $p_n^{(+)}$ и $p_n^{(-)}$, в установившемся режиме. Удобным инструментом при исследовании распределений является информация Кульбака (расхождение Кульбака–Лейблера) [18]. Ее величина характеризует отклонение исследуемого распределения от некоторого реперного. Информация Кульбака всегда неотрицательна и обращается в нуль при совпадении распределений. В качестве реперных использовались поочередно два распределения. В обоих случаях обнаруживаются интересные следствия наличия обратной связи.

В первом варианте реперным выбрано однородное распределение полного числа атомов N между двумя ямами: $p_n = (1+N)^{-1}$. Напомним, что таковым является установившееся распределение в отсутствие информации о типе последней фоторегистрации. Целесообразность выбора диктуется естественным ожиданием обнаружить перекос условных распределений $p_n^{(+)}$ и $p_n^{(-)}$ с преимущественным заселением одной из ям. В сумме эти распределения, как своего рода "позитив", и "негатив" должны давать однородное распределение. Важно понять степень преимущественного заселения одной из ям посредством используемого типа обратной связи. Информация Кульбака как функция φ_+ и φ_- для этого случая имеет вид

$$\begin{aligned} K^{(\pm)}(\varphi_+, \varphi_-) = \sum_{n=0}^{N} P_n^{(\pm)}(\varphi_+, \varphi_-) \times \\ \times \ln \left(P_n^{(\pm)}(\varphi_+, \varphi_-) \cdot (N+1) \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь фигурируют нормированные на единицу распределения $P_n^{(\sigma)}(\varphi_+, \varphi_-) \doteq$ $\doteq p_n^{(\sigma)}(\varphi_+, \varphi_-) / \sum_{n'} p_{n'}^{(\sigma)}(\varphi_+, \varphi_-)$. Величины $K^{(\pm)}(\varphi_+, \varphi_-)$ характеризуют степень неоднородности распределений $P_n^{(\pm)}(\varphi_+, \varphi_-)$. Заметим, что эту неоднородность условные распределения могут приобрести уже при $\varphi_+ = \varphi_-$, т.е. когда переключений нет и обратная связь фактически отсутствует. Поэтому целесообразно рассмотреть также вариант, где реперными распределениями, с которыми сравниваются $P_n^{(\sigma)}(\varphi_+, \varphi_-)$ выступают $P_n^{(\sigma)}(\varphi, \varphi)$, где $\varphi \doteq (\varphi_+ + \varphi_-)/2$. Это ближайшая к (φ_+, φ_-) точка диагонали плоскости фазовых сдвигов, в которой прекращаются их переключения и, соответственно, действие обратной связи. Для распределений в точках диагонали далее используются обозначения $R_n^{(\pm)}(\frac{\varphi_+ + \varphi_-}{2})$, и соответствующая информация Кульбака

$$K_{fb}^{(\pm)}(\varphi_+, \varphi_-) = = \sum_{n=0}^{N} P_n^{(\pm)}(\varphi_+, \varphi_-) \cdot \ln\left(\frac{P_n^{(\pm)}(\varphi_+, \varphi_-)}{R_n^{(\pm)}(\frac{\varphi_+ + \varphi_-}{2})}\right). \quad (13)$$

Расчеты сделаны для $N = 10$, $\chi = \pi/20$, $\omega = 0.07$. Поскольку $K^{(-)}(\varphi_+, \varphi_-) = K^{(+)}(2\pi - \varphi_-, 2\pi - \varphi_+)$ (аналогично для $K_{fb}^{(\pm)}$), результаты приведены только для $K^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-)$ и $K_{fb}^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-)$.

Диагонали $\varphi_+ = \varphi_-$ квадратных полей рис. 4a, b отвечают отсутствию обратной связи. Из рисунка 4a видно упомянутое выше отклонение $P_n^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-)\,|_{\varphi_+ = \varphi_-}$ от однородного распределения. Однако, что весьма примечательно, максимальное отклонение в терминах информации Кульбака имеет место при наличии переключений фазовых сдвигов между $\varphi_+ \simeq -0.65\pi$ и $\varphi_- \simeq -0.2\pi$ (выбрана наиболее близкая к диагонали точка). $K_{fb}^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-)$ является показателем расхождения распределения в точке (φ_+, φ_-) от распределения в ближайшей диагональной точке $(\frac{\varphi_+ + \varphi_-}{2}, \frac{\varphi_+ + \varphi_-}{2})$, где отсутствует обратная связь. Во всех диагональных точках $K_{fb}^{(+)}$, естественно, обращается в нуль, и максимумы лежат в стороне. Как видно из рис. 4b, они группируются в пары, расположенные по разные стороны диагонали на одинаковом расстоянии от нее. Вся картина инвариантна при сдвиге вдоль диагонали на $2\sqrt{2}\pi$, чему соответствует одновременное изменение φ_+ и φ_- и, следовательно, их полусуммы на 2π. Можно заметить, что нижний максимум из левой пары на рис. 4b имеет координату $\varphi_+ \simeq -0.65\pi$, а верхний максимум – координату $\varphi_- \simeq -0.2\pi$. Точка с этими координатами – максимум $K^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-)$. Остается неясным – является ли это случайным совпадением или нет.

Вышеуказанное обстоятельство, что максимумы расхождений Кульбака–Лейблера лежат в стороне от главной диагонали, может быть потенциально использовано для приготовления состояния двухмодового конденсата, в котором атомы преимущественно находятся лишь в одной из ям. Заметим, что оптическое зондирование уже делает распределение атомов по ямам не равномерным. Обратная связь способна усилить эту неравномерность (что следует из большей величины максимумов на рис. 4b по сравнению с рис. 4a). При этом нет необходимости в реальном времени изменять сам формирующий оптическую ловушку потенциал, что является несомненным преимуществом предлагаемой схемы как нового перспективного инструмента инженерии квантовых состояний.

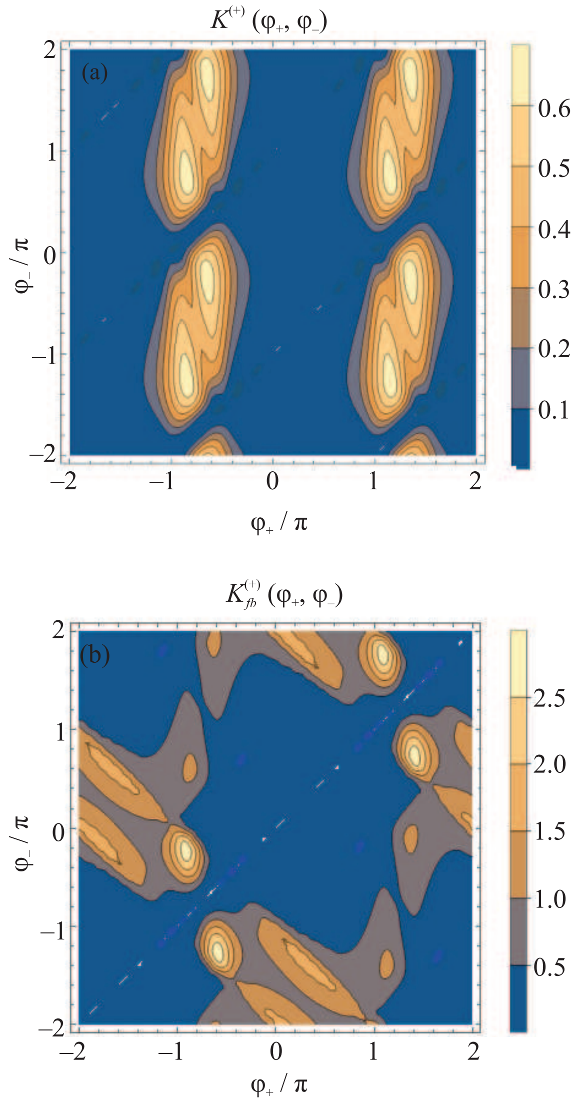

Рис. 4. (Цветной онлайн) Расхождения Кульбака–Лейблера между: (a) – распределениями $P_n^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-)$ и $p_n = \frac{1}{N+1}$; (b) – распределениями $P_n^{(+)}(\varphi_+, \varphi_-)$ и $R_n^{(\pm)}(\frac{\varphi_+ + \varphi_-}{2})$, вычисленные при $\chi = \pi/20$, $\omega = 0.07$, $N = 10$

5. Заключение. Рассмотренная модель интерферометрического контроля состояния атомарного бозе-конденсата с помощью системы обратной связи демонстрирует контринтуитивное явление. Обратная связь не затрагивает динамику конденсата (не меняет параметры гамильтониана) и не модифицирует его состояние сверх того, что диктуется “стандартной” реакцией системы на очередное событие фоторегистрации. Обратная связь инициирует переключения между различными распутываниями информационных событий. Система, как генератор событий, оказывается чувствительной к наличию такого переключения, что странно с классической точки зрения, поскольку манипуляции производятся над уже рассеянным системой излучением. Есть основания толковать это как исключительно квантовое явление: во-первых, понятие распутывания отсутствует в классике; во-вторых, зондирующее излучение, как неотъемлемая часть системы обратной связи, демонстрирует в нашей модели и волновые, и корпускулярные свойства. Первые позволяют вносить фазовые сдвиги в пучки, а вторые позволяют оперировать с хорошо локализованными во времени событиями фоторегистраций и привязывать к ним переключения фазовых сдвигов (переключения распутываний). И конденсат, и зондирующее излучение проявляют существенно квантовые свойства, что выражается в формировании квантовой запутанности между числом атомов в конденсате и фазой поля. Именно это обстоятельство и делает рассмотренную схему обратной связи рабочей и эффективной.

В плане дальнейших исследований представляет интерес переход от событий (+) и (-) как спецификаторов состояний $\hat{\varrho}^{(+)}$ и $\hat{\varrho}^{(-)}$ к более длинным историям. Есть основания ожидать, что обратная связь в этом случае обеспечит еще более сильный перекос условных распределений полного числа атомов между ямами.

Работа выполнена в рамках Государственного задания (проект # AAAA-A21-121021800168-4) в Институте автоматики и электрометрии СО РАН.

1. Н. Винер, *Кибернетика, или управление и связь в животном и машинном мире*, Советское радио, М. (1968).
2. J. Zhang, arXiv:1407.8536v3 (2014).
3. Y. Yamamoto, N. Imoto, and S. Machida, Phys. Rev. A **33**, 3243 (1986).
4. J. H. Shapiro, G. Saplakoglu, S.-T. Ho, P. Kumar, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich, J. Opt. Soc. Am. B **4**, 1604 (1987).
5. H. M. Wiseman and G. J. Milburn, *Quantum Measurement and Control*, Cambridge University Press, Cambridge (2010).
6. K. Jacobs, *Quantum Measurement Theory and Its Applications*, Cambridge University Press, Cambridge (2015).
7. S. Lloyd, Phys. Rev. A **62**, 022108 (2000).
8. R. J. Nelson, Y. Weinstein, D. Cory, and S. Lloyd, Phys. Rev. Lett. **85**, 3045 (2000).
9. В. А. Томилин, Л. В. Ильичев, Квантовая электроника **50**, 537 (2020).
10. У. Росс Эшби, *Схема усилителя мыслительных способностей*, в сб. "Автоматы", К. Э. Шеннон, Дж. Маккарти, ред., Издательство иностранной литературы, М. (1956), с. 281 [W. Ross Ashby, *Design for an Intelligence-Amplifier, in Automata Studies*, ed. by C. E. Shannon and J. McCarthy, Ann. Math. Stud. Princeton University Press, Princeton, New Jersey (1956), v. 34, p. 215].
11. L. S. Martin, W. P. Livingston, S. Hacohen-Gourgy, H. M. Wiseman, and I. Siddiqi, Nat. Phys. **16**, 1046 (2020).
12. V. A. Tomilin and L. V. Il'ichov, Ann. Phys. (Berlin) **528**, 619 (2016).
13. G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems, 6th ed.*, Pearson, London (1999).
14. В. А. Томилин, Л. В. Ильичёв, Письма в ЖЭТФ **94**, 734 (2011) [V. A. Tomilin and L. V. Il'ichov, JETP Lett. **94**, 676 (2012)].
15. L. Diósi, Preprint arXiv:1401.0476v1 (2014).
16. D. F. Walls and G. Milburn, *Quantum Optics*, Springer-Verlag, Berlin (1994).
17. M. R. Andrews, M. Mewes, N. J. van Druten, D. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, Science **273**, 5271 (1996).
18. S. Kullback and L. A. Leibler, *Information and Statistics*, Wiley, N.Y. (1959).