Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 10, с. 659 – 666

Влияние длины и давления газовой струи на процесс генерации оптических гармоник фемтосекундным излучением лазерной системы на кристалле Fe:ZnSe с длиной волны 4.5 мкм

Б. В. Румянцев[1)], А. В. Пушкин, К. Е. Михеев, Ф. В. Потемкин

Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 сентября 2022 г.
После переработки 12 октября 2022 г.
Принята к публикации 14 октября 2022 г.

В данной работе экспериментально исследовано влияние длины и давления газовой струи аргона на процесс генерации гармоник низкого порядка (5, 7, 9, 11) фемтосекундным излучением лазерной системы на кристалле Fe:ZnSe с длиной волны 4.5 мкм. Экспериментально установлено, что увеличение длины среды генерации вплоть до длины перетяжки позволяет более чем на порядок (в 12 раз) увеличить эффективность генерации. Кроме того, показано, что изменение длины газовой среды также приводит к изменению зависимости энергии генерируемого излучения от давления, что является следствием изменения условий фазового согласования, для корректного моделирования которых необходимо учитывать нелинейно-оптические эффекты распространения генерирующего излучения.

DOI: 10.31857/S1234567822220037, EDN: lyfggn

Введение. Генерация гармоник высокого [1] и низкого порядков [2] фемтосекундным лазерным излучением является одной из актуальных тем современных исследований, лежащей на стыке лазерной физики, нелинейной оптики и атомной физики. Основной интерес данной области исследований заключается в возможности использования когерентного излучения генерируемых гармоник для получения аттосекундных электромагнитных импульсов [3] и исследования зонной структуры конденсированных сред [4]. В силу высокого порядка нелинейности процесса генерации, увеличивающегося с ростом номера гармоники, и, как следствие, относительно малой эффективности преобразования генерация излучения гармоник с необходимым уровнем энергии требует оптимизации экспериментальных параметров. В настоящее время существуют различные способы генерации гармоник – в частности, с использованием в качестве мишени газовых сред [5, 6], твердых тел [7], плазмы [8]. Одним из наиболее гибких в плане изменения экспериментальных параметров методов генерации гармоник является генерация в газовых средах [9], поскольку газы позволяют управлять как микроскопическим откликом среды за счет подбора типа газа [10], так и макроскопическим откликом за счет подбора давления и объема газовой среды [11].

Существует несколько подходов по оптимизации выхода гармоник, если речь идет о газовой среде. Первый подход основан на использовании многокомпонентных газовых сред, в которых один из газов отвечает за увеличение нелинейности среды, а второй – за фазовое согласование [2]. Особенно удобно это может быть реализовано вблизи молекулярных, атомарных и прочих резонансов таким образом, что частота волны накачки будет находится вдали от резонанса (ниже первого возбужденного уровня), в то время как частота оптической гармоники будет близка к резонансной частоте перехода, немного превышая ее.

Второй способ оптимизации заключается в изменении давления газовой среды, что позволяет изменять количество атомов, участвующих в акте взаимодействия с лазерным излучением. Помимо этого, вследствие зависимости дисперсионных свойств среды от концентрации атомов, изменение давления также позволяет управлять условиями реализации фазового согласования между волной накачки и соответствующей оптической гармоники.

Третий способ оптимизации состоит в изменении объема области газовой среды, участвующей в генерации, что может быть произведено за счет изменения длины среды. Изменение длины среды позволяет, равно как и давление, управлять количеством атомов среды, участвующих во взаимодействии, так и условиями реализации фазового согласования, что делает данный параметр аналогичным давлению с точки зрения влияния на процесс генерации гармоник.

[1)]e-mail: rumjancev.bv15@physics.msu.ru

Оптимизация макроскопических параметров генерации особенно важна при использовании лазерного излучения среднего инфракрасного (ИК) диапазона, поскольку микроскопический отклик падает как $1/\lambda^5$ [12]. Помимо этого, сравнительно небольшая частота следования импульсов мощных лазерных систем, работающих в среднем ИК диапазоне [13], также ограничивает общий поток фотонов генерируемого излучения. Поэтому возможность оптимизации условий генерации путем подстройки давления и длины среды приобретает решающее значение для реализации эффективной генерации гармоник с использованием излучения среднего ИК диапазона.

Несмотря на основополагающую роль, проблема оптимизации энергетического выхода гармоник путем подстройки давления газовой струи обсуждается и в современных работах, посвященных генерации гармоник [14, 15]. При этом, поскольку наиболее распространенными и технологически разработанными являются лазерные системы ближнего ИК диапазона, то большинство работ, посвященных исследованию влияния давления газовой струи на эффективность генерации, оперирует именно с такими источниками, использование которых не требует высоких давлений на уровне 1–10 бар [16]. Так, в работе [17] при генерации гармоник излучением на длине волны 800 нм был достигнут оптимум энергетического выхода гармоник на уровне 0.2 бара для аргона Ar и 0.5 бар для молекулярного водорода H_2. В работе [18] при использовании того же излучения оптимальное давление молекулярного азота N_2 и воздуха составило 0.33 бара. Меньшее количество работ посвящено оптимизации процесса генерации гармоник излучением более длинноволнового диапазона – 1.24 мкм [19], 3.9 мкм [20], 4.5 мкм [21]. Проблема оптимизации длины генерирующей среды также обсуждается в современных работах, в особенности на фоне проблемы поглощения гармоник высокого порядка [22]. Основной список работ в данном направлении также касается применения источников ближнего и, частично, среднего ИК диапазона.

В данной работе проблема оптимизации энергетического выхода гармоник путем подстройки давления и длины газовой среды обсуждается в контексте генерации гармоник фемтосекундным излучением среднего ИК диапазона с длиной волны 4.5 мкм источника на кристалле Fe:ZnSe [23]. В частности, показана возможность оптимизации энергии генерируемого излучения посредством выбора длины среды генерации, совпадающей с длиной перетяжки лазерного пучка. Увеличение длины среды, помимо прямого увеличения количества атомов среды, задействованных в процессе генерации, также приводит к изменению зависимости энергии гармоник от давления газовой струи, что также является предметом исследования данной работы.

Экспериментальная установка. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. Источником фемтосекундного излучения служит лазерная система на кристалле Fe:ZnSe [23] (длина волны 4.5 мкм, длительность импульса 160 фс по FWHM интенсивности). Лазерное излучение фокусируется на мишень, расположенную в откачиваемой камере генерации, линзой с фокусным расстоянием $f = 150$ мм. Радиус пучка на линзе составлял ≈ 6.5 мм по уровню $1/e^2$ интенсивности. Измеренный диаметр перетяжки после фокусировки данной линзой составил 70 ± 10 мкм, соответствующий конфокальный параметр пучка в перетяжке $b = 7.2 \pm 1$ мм. Мишень представляет собой ламинарную струю аргона (рис. 2).

Расположение перетяжки лазерного пучка совпадает с центром трубки. Диаметр трубки L фактически является длиной газовой среды, в которой происходит взаимодействие. Для исследования влияния длины среды взаимодействия на процесс генерации гармоник в эксперименте использовались две разных трубки: первая – с внутренним диаметром $L = 1$ мм, вторая – с внутренним диаметром $L = 7.1$ мм. При этом в случае $L = 1$ мм воздействие на среду происходит лишь в малой области рядом с центральной частью перетяжки ($L \ll b$), в то время как при $L = 7.1$ мм генерация происходит во всей области перетяжки ($L \approx b$).

Камера генерации непрерывно откачивается вакуумным насосом, что позволяет поддерживать вакуумные условия вне объёма трубки при подаче аргона. Энергия лазерного импульса в камере генерации составляет 1.6 мДж. Излучение генерируемых в газовой мишени гармоник после камеры взаимодействия регистрируется спектрометром с диапазоном регистрации 200–1000 нм.

Расчетная модель. Интерпретация полученных экспериментальных результатов проводится на основе рассмотрения макроскопического отклика среды с учетом фазового согласования взаимодействующих волн. При фокусировке гауссова пучка в объем газовой струи зависимость энергии q-й гармоники от длины среды и давления газовой струи может быть выражена как [5, 24, 25]:

$$E_q \sim |p \cdot F_q(p, L)|^2, \tag{1}$$

где (рис. 1) p – давление газовой среды в мишени, L – длина газовой среды вдоль направления распростра-

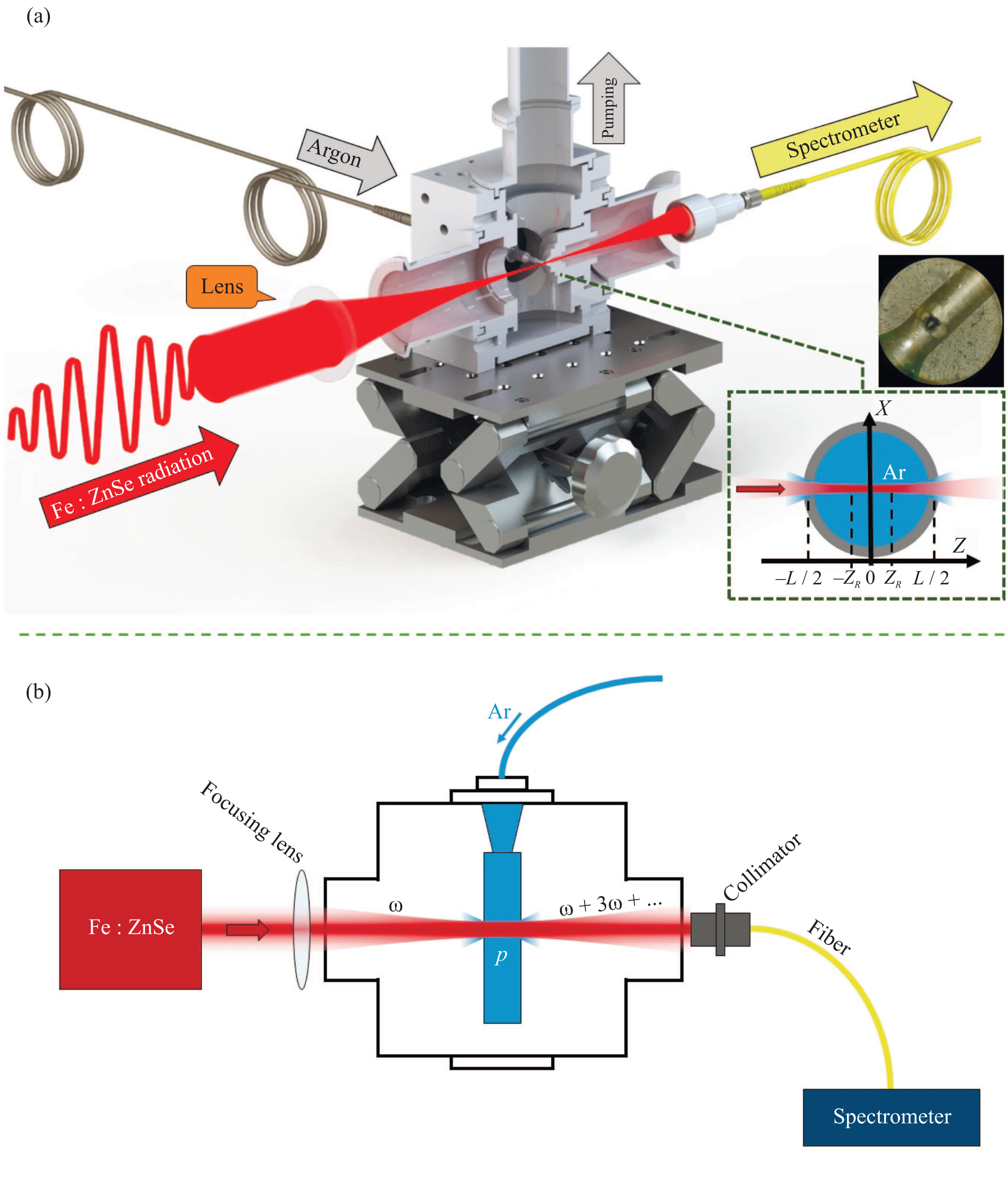

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Модель камеры генерации в разрезе. (b) – Схема экспериментальной установки

нения лазерного импульса, F_q – интеграл фазового согласования, выражение для которого имеет вид:

$$F_q(p, L) = \\ = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{2}{b}(1 + i\frac{2z'}{b})^{1-q} \cdot e^{-i\Delta k_q(p)z'} \cdot dz', \qquad (2)$$

где $b = 2z_R$ – конфокальный параметр, z_R – длина Релея, $\Delta k_q(p) = k_q - qk_1$ – расстройка волновых векторов волны q-й гармоники и поляризации в параксиальном приближении. Необходимо отметить тот факт, что в выражении (2) вклад геометрической фазы (фазы Гюи [12]) гауссова пучка в расстрой-

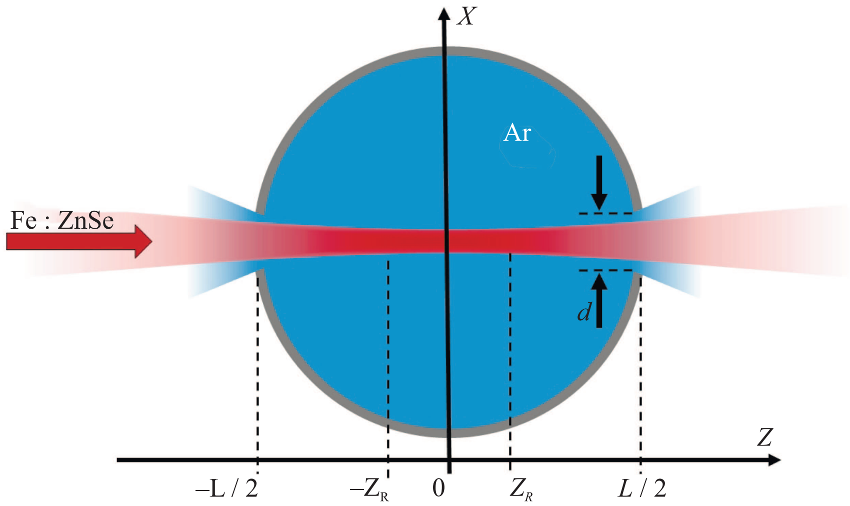

Рис. 2. (Цветной онлайн) Геометрия мишени и каустики лазерного пучка

ку волновых векторов не входит в выражение для $\Delta k_q(p)$, а учитывается посредством фазы комплексного множителя в скобках в выражении (2).

При генерации гармоник низкого порядка вклад в расстройку волновых векторов вносят материальная дисперсия среды и дисперсия генерируемой плазмы. С учетом линейной зависимости показателей преломления среды для волн накачки и гармоники от давления среды, а также линейной зависимости концентрации атомов среды от давления [11], зависимость расстройки волновых векторов от давления p может быть выражена как

$$\Delta k_q(p) = \Delta k_{q1\,\mathrm{bar}} \cdot \frac{p}{p_0}, \qquad (3)$$

где $\Delta k_{q1\,\mathrm{bar}}$ – расстройка волновых векторов для q-й гармоники при давлении 1 бар, $p_0 = 1$ бар.

Поскольку в области низких гармоник, генерируемых излучением на длине волны 4.5 мкм в аргоне (как минимум для гармоник с длиной волны до 147 нм, 31-я гармоника), аргон обладает нормальной дисперсией [26, 27], то $\Delta k_{q1\,\mathrm{bar}} > 0$ для данных гармоник. При этом вклады в расстройку волновых векторов $\Delta k_{q1\,\mathrm{bar}}$ от материальной и плазменной дисперсий среды будут иметь один знак [11], совпадающий со знаком вклада геометрической фазы [5]. Данный фактор не позволяет подобрать давление, обеспечивающее выполнение условия фазового согласования $\Delta k_q^{\Sigma} = \Delta k_q + \Delta k_q^{\mathrm{geom}} = \Delta k_q^{\mathrm{disp}} + \Delta k_q^{\mathrm{plasma}} + \Delta k_q^{\mathrm{geom}} = 0$. Однако, несмотря на это, сохраняется возможность достичь локального экстремума зависимости энергии гармоник от давления (рис. 3). При этом каждый последующий максимум имеет большую амплитуду, что говорит о необходимости повышения давления с целью увеличения эффективности генерации. На практике максимальная величина давления может быть ограничена нелинейными эффектами распространения, а также дисперсионным расплыванием генерирующего лазерного импульса. Так, в условиях проведенного эксперимента нелинейная длина L_{NL} [28] становится равной длине среды ($L = 7.1$ мм) при давлении $p = 7$ бар, что говорит о проявлении нелинейных эффектов распространения в области больших давлений, что может приводить, в частности, к отклонению рассчитанной от экспериментальной зависимости в данной работе. Умень-

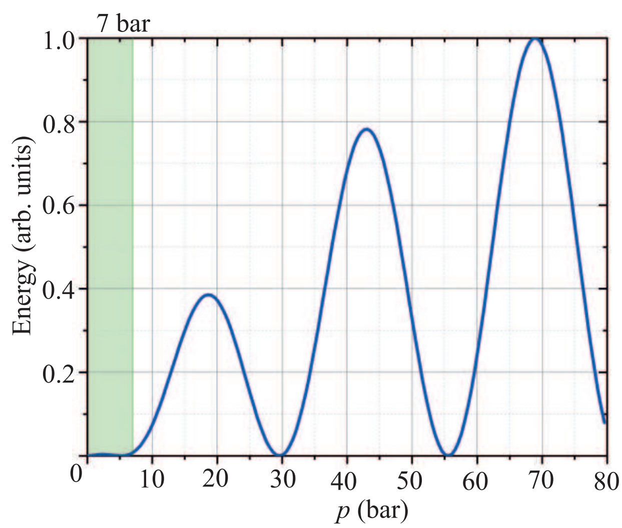

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость энергии 5-й гармоники от давления газовой струи, рассчитанная в соответствии с выражением (1). $L = 7.1$ мм, $\Delta k_{1\mathrm{bar}} = 33\,\mathrm{м}^{-1}$

шить влияние нелинейных эффектов можно за счет уменьшения длины области взаимодействия L.

Результаты и обсуждение. В данной работе исследовано влияние длины и давления газовой струи на энергию гармоник низкого порядка (5, 7, 9, 11), генерируемых при воздействии фемтосекундного лазерного излучения с длиной волны 4.5 мкм на ламинарную струю аргона. Для интерпретации экспериментальных результатов в рамках макроскопического отклика среды была использована модель, описанная выше. Длина струи, как было указано выше, задается посредством диаметра трубки L. В работе используются трубки с диаметрами $L = 1$ мм (данные из [21]) и $L = 7.1$ мм. Спектры излучения гармоник при давлении 10 бар представлены на рис. 4. Как свидетельствуют графики на рис. 4, а также табл. 1, увеличение длины газовой среды позволило более чем на порядок (≈ 12 раз для 5-й гармоники) увеличить эффективность генерации за счет совпадения длины среды генерации $L = 7.1$ мм и длины перетяжки $b = 7.2$ мм. Совмещение данных размеров привело к увеличению количества атомов среды, участвующих во взаимодействии, что позволило, в частности, зарегистрировать также и 11-ю гармонику (рис. 4b). Дальнейшее увеличение длины среды также будет приводить к увеличению количества задействованных в генерации атомов, что должно приводить к увеличению эффективности генерации. На практике, как и в случае с повышением давления, рассмотренным выше, максимальная величина давления будет ограничена либо дисперсионной, либо нелинейной длиной.

Увеличение количества атомов, участвующих в генерации, при увеличении длины среды происходит за счет увеличения объема области взаимодействия. Так, объем области взаимодействия представляет собой объем каустики пучка в диапазоне $z \in [-L/2; L/2]$ (рис. 2), который в приближении гауссова пучка может быть выражен как:

$$V = \int_{-L/2}^{L/2} \pi r^2(z')dz', \tag{4}$$

где

$$r(z) = r_0 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \tag{5}$$

– радиус гауссова пучка в точке z, r_0 – радиус гауссова пучка в перетяжке $z = 0$. Подставляя (5) в (4), можно получить выражение для объема области взаимодействия:

$$V = \pi r_0^2 \cdot \left(L + \frac{L^3}{12 z_R^2}\right). \tag{6}$$

Используя экспериментальные величины $r_0 = 70$ мкм (по уровню $1/e^2$ по интенсивности), $z_R = 3.6$ мм, $L = 1$ мм, 7.1 мм, можно показать, что отношение объемов взаимодействия для обоих длин сред составляет величину $V_{7.1\,\text{мм}}/V_{1\,\text{мм}} \approx 10$, что близко к отношению эффективностей преобразования при данных длинах сред ($\eta_{7.1\,\text{мм}}/\eta_{1\,\text{мм}} \approx 12$ – 5-я гармоника). Небольшое различие данных отношений может объясняться наличием четырех факторов. Во-первых, это может объясняться наличием атомов газа вне трубки генерации в виде разлетающейся из отверстий трубки струи, что фактически приводит к увеличению длины области взаимодействия L. Во-вторых, данное различие может быть обусловлено влиянием генерируемой плазмы на распространение пучка в области перетяжки. В-третьих, это может объясняться отклонением закона распространения пучка в эксперименте от закона распространения идеального гауссова пучка (т.е. $M^2 \neq 1$ в эксперименте). И в-четвертых, данное отклонение может быть следствием проявления нелинейных эффектов распространения. Таким образом, увеличение эффективности преобразования при увеличении длины среды генерации объясняется увеличением объема области взаимодействия.

Сравнение эффективности генерации гармоник при давлении 10 бар и длинах $L = 1$ мм и $L = 7.1$ мм (1-я и 2-я строки), а также максимальная эффективность генерации (3-я строка) при давлении 16 бар и $L = 7.1$ мм представлены в табл. 1.

Таблица 1. Эффективность генерации гармоник

	Номер гармоники →			
Длина и давление среды ↓	5	7	9	11
$L = 1$ мм $p = 10$ бар	$2 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{-10}$	
$L = 7.1$ мм $p = 10$ бар	$2.5 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-7}$	10^{-8}	$8 \cdot 10^{-10}$
$L = 7.1$ мм $p = 16$ бар	10^{-5}	$2 \cdot 10^{-6}$	$1.5 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-9}$

Следует отметить, что в проведенном эксперименте максимальная эффективность преобразования для 5-й гармоники (10^{-5}, 16 бар) лишь в два раза меньше, чем эффективность преобразования в работе [2] при генерации в Xe (45 бар), что может объясняться большей нелинейностью Xe в сравнении с Ar [29] и существенно большим давлением газа. При этом использование смеси Xe и CO_2 позволяет достичь эффективности преобразования, большей на два порядка по сравнению с данной работой (50 бар),

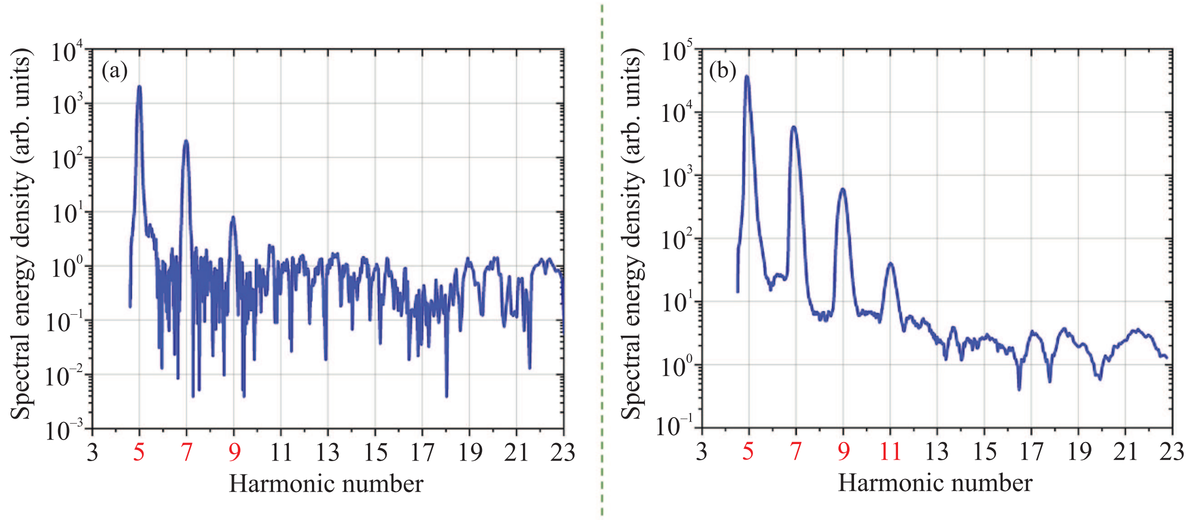

Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектры излучения гармоник при давлении струи 10 бар, длина среды: (a) – $L = 1$ мм и (b) – $L = 7.1$ мм. Шумы спектрометра дают относительно малую погрешность в ± 10 отн. ед., не показанную на графиках

что может объясняться влиянием CO_2 резонанса в области длины волны 4.3 мкм и, опять же, значительно большим давлением газа.

Увеличение длины среды, помимо роста эффективности генерации, также приводит к изменению закона роста энергии гармоник от давления газовой струи на заданном масштабе давлений. Так, при длине среды 1 мм зависимость энергии 5-й гармоники от давления газовой струи имеет вид сигмоиды, в то время как при длине среды 7.1 мм вид той же зависимости имеет экспоненциальный характер (рис. 5). Данное изменение закона роста энергии 5-й гармоники объясняется влиянием условий фазового согласования, выражающихся математически посредством интеграла $F_5(p, L)$. С учетом вклада суммы материальной и плазменной расстройки волновых векторов $\Delta k_5^{1\text{bar}} = \Delta k_{5\text{disp1bar}} + \Delta k_{5\text{plasma1bar}}$ (см. выражение (3)), а также геометрической фазы, задаваемой конфокальным параметром пучка $b = 7.2$ мм, данная зависимость может быть вычислена для центральной части лазерного пучка $r = 0$ (см. выражение (1)). Результаты вычислений представлены на рис. 5. В рамках данных вычислений вклад материальной дисперсии был рассчитан напрямую ($\Delta k_{5\text{disp1bar}} = 12\,\text{м}^{-1}$) с учетом значения показателя преломления аргона для генерирующей волны, рассчитанного по формуле Селмейера из [27], а также значения показателя преломления на длине волны 5-й гармоники, взятое так же из работы [27]. Вклад плазменной дисперсии был использован в качестве аппроксимационного параметра, определявшегося исходя из наилучшего совпадения зависимостей на рис. 5 – его значение составило $\Delta k_{5\text{plasma1bar}} = 21\,\text{м}^{-1}$.

Отклонение от результатов эксперимента предположительно связано с влиянием нелинейных эффектов распространения, изменяющих пространственно-временную форму генерирующего импульса [21], которые не учитываются в рамках модели (1). Так, уже при давлении газовой струи 7 бар величина нелинейной длины L_{NL} становится равной длине среды $L = 7.1$ мм, дальнейшее повышение давления вплоть до 16 бар приводит к уменьшению нелинейной длины до 3 мм.

Таким образом, увеличение длины среды генерации L приводит как к увеличению эффективности генерации за счет увеличения количества задействованных в генерации атомов среды, так и к изменению закона роста энергии гармоник на фиксированном диапазоне давлений вследствие изменения условий фазового согласования. При этом корректное моделирование закона роста энергии гармоник от давления требует учета нелинейных эффектов распространения генерирующего излучения.

Заключение. В рамках данной работы исследовано влияние длины и давления газовой струи аргона на эффективность генерации гармоник низкого порядка высокоинтенсивным (до 10^{14} Вт/см^2) фемтосекундным лазерным излучением среднего ИК диапазона (длина волны 4.5 мкм). Показано, что увеличение длины среды генерации вплоть до длины перетяжки лазерного излучения позволяет более чем на порядок (≈ 12 раз) повысить эффективность генерации за счет увеличения количества атомов среды, участвующих во взаимодействии. Помимо этого, изменение длины среды генерации изменяет условия фазового согласования, что, в частности,

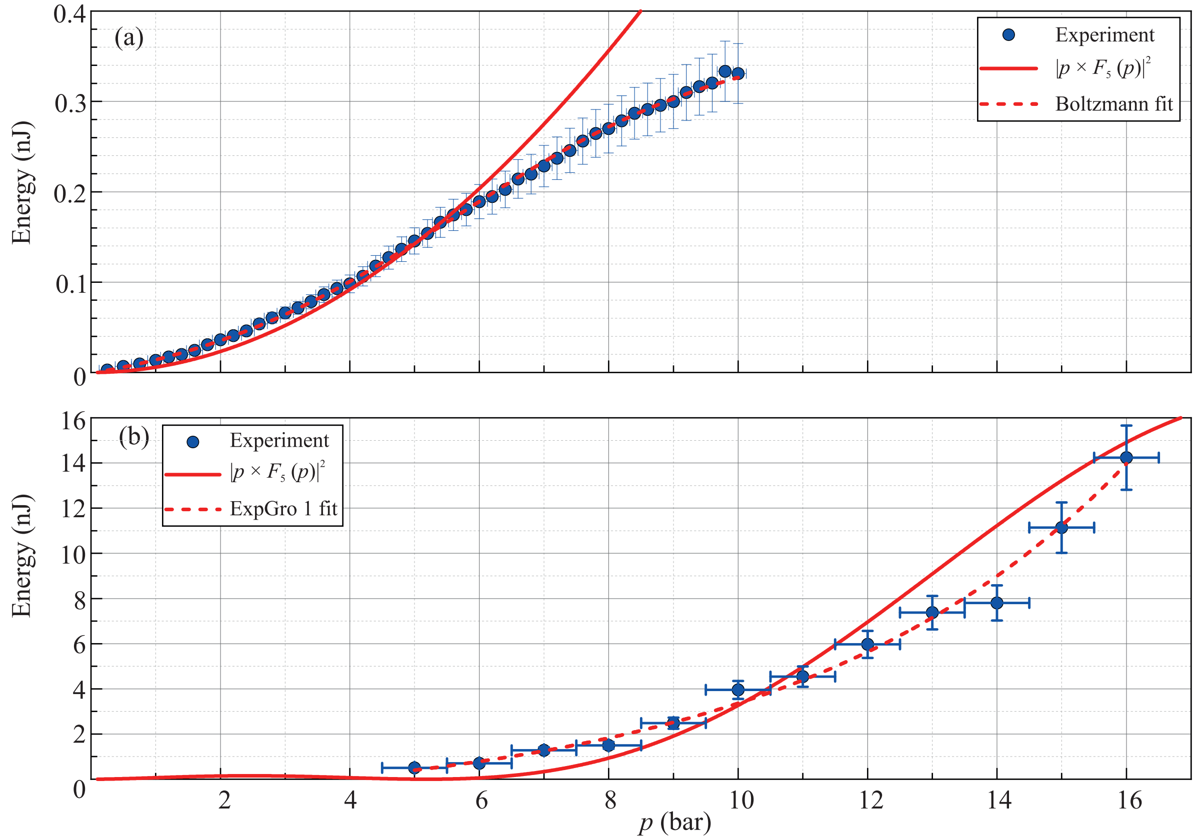

Рис. 5. (Цветной онлайн) (a) – Экспериментальная зависимость энергии 5-й гармоники и рассчитанная зависимость $E_5(p)$ (см. выражение (1)) от давления струи для среды длиной 1 мм. Расчетная зависимость соответствует значению $\Delta k_5^{1\text{bar}} = 33\,\text{м}^{-1}$. Пунктирная зависимость – аппроксимация экспериментальных данных сигма-функцией Больцмана $y(x) = A_2 + \frac{A_1 - A_2}{1+\exp\left(\frac{x-x_0}{\Delta x}\right)}$, $R^2 = 0.999$. (b) – Экспериментальная зависимость энергии 5-й гармоники и рассчитанная зависимость $E_5(p)$ (см. выражение (1)) от давления струи для среды длиной 7.1 мм. Расчетная зависимость соответствует значению $\Delta k_5^{1\text{bar}} = 33\,\text{м}^{-1}$. Пунктирная зависимость – аппроксимация экспериментальных данных экспоненциальной функцией $y(x) = A_1 \cdot \exp(x/t_1) + y_0$, $R^2 = 0.997$

приводит к изменению зависимости энергетического выхода гармоник от давления газовой струи. При этом для корректного описания данной зависимости необходимо учитывать нелинейные эффекты распространения лазерного излучения. Таким образом, полученные результаты демонстрируют возможность оптимизации эффективности генерации гармоник в газовой струе за счет подбора оптимальной длины области взаимодействия и свидетельствуют о необходимости учета нелинейно-оптических эффектов при количественной интерпретации экспериментальных результатов.

Работа поддержана грантом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации # 075-15-2021-1353. Б. В. Румянцев, А. В. Пушкин и К. Е. Михеев являются стипендиатами фонда развития теоретической физики и математики "БАЗИС".

1. T. Popmintchev, M.-Ch. Chen, D. Popmintchev et al. (Collaboration), Science **336**(6086), 1287 (2012).
2. E. A. Migal, S. Y. Stremoukhov, and F. V. Potemkin, Phys. Rev. A **101**(2), 021401 (2020).
3. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, М. О. Жукова, А. Н. Цыпкин, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **113**(4), 237 (2021).
4. А. А. Ланин, А. М. Желтиков, Письма в ЖЭТФ **104**(7), 475 (2016).
5. X. F. Li, A. l'Huillier, M. Ferray, L. A. Lompré, and G. Mainfray, Phys. Rev. A **39**(11), 5751 (1989).
6. Т. С. Саранцева, М. В. Фролов, Н. В. Введенский, Письма в ЖЭТФ **106**(3), 145 (2017).
7. А. В. Митрофанов, Д. А. Сидоров-Бирюков, М. В. Рожко, А. А. Воронин, П. Б. Глек, С. В. Рябчук, Е. Е. Серебрянников, А. Б. Федотов, А. М. Желтиков, Письма в ЖЭТФ **112**(1), 22 (2020).

8. В. А. Костин, Н. В. Введенский, Письма в ЖЭТФ **110**(7), 449 (2019).
9. R. A. Ganeev, G. S. Boltaev, S. Y. Stremoukhov, V. V. Kim, A. V. Andreev, and A. S. Alnaser, Eur. Phys. J. D **74**(10), 1 (2020).
10. Y. Liang, S. Augst, S. L. Chin, Y. Beaudoin, M. Chaker, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **27**(20), 5119 (1994).
11. T. Popmintchev, M.-Ch. Chen, A. Bahabad, M. Gerrity, P. Sidorenko, O. Cohen, I. P. Christov, M. M. Murnane, and H. C. Kapteyn, Proceedings of the National Academy of Sciences **106**(26), 10516 (2009).
12. В. В. Стрелков, В. Т. Платоненко, А. Ф. Стержантов, М. Ю. Рябикин, Успехи физических наук **186**(5), 449 (2016).
13. A. Pushkin, E. Migal, D. Suleimanova, E. Mareev, and F. Potemkin, Photonics **9**(2), 90 (2022).
14. M. Sayrac, A. A. Kolomenskii, and H. A. Schuessler, Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena **229**, 1 (2018).
15. Y. Niu, F. Liu, Y. Liu, H. Liang, Y. Yang, R. Ma, and D. Ding, Opt. Commun. **397**, 118 (2017).
16. C. M. Heyl, C. L. Arnold, A. Couairon, and A. L'huillier, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **50**(1), 013001 (2016).
17. M. Sayrac, A. A. Kolomenskii, S. Anumula, Y. Boran, N. A. Hart, N. I. Kaya, J. Strohaber, and H. A. Schuessler, Rev. Sci. Instrum. **86**(4), 043108 (2015).
18. M. Sayrac, A. A. Kolomenskii, and H. A. Schuessler, Optik **179**, 994 (2019).
19. E. A. Migal, F. V. Potemkin, and V. M. Gordienko, Laser Phys. Lett. **16**(4), 045401 (2019).
20. B. Shim, S. E. Schrauth, T. Popmintchev, M.-Ch. Chen, D. Popmintchev, S. Ališauskas, A. Pugzlys, A. Baltuška, M. Murnane, H. Kapteyn, and A. L. Gaeta, *Quantum Electronics and Laser Science Conference*, Optica Publishing Group (2012), p. QTu3H–4.
21. Б. В. Румянцев, К. Е. Михеев, А. В. Пушкин, Е. А. Мигаль, С. Ю. Стремоухов, Ф. В. Потемкин, Письма в ЖЭТФ **115**(7), 431 (2022).
22. J. Rothhardt, M. Krebs, S. Hädrich, S. Demmler, J. Limpert, and A. Tünnermann, New J. Phys. **16**(3), 033022 (2014).
23. E. Migal, A. Pushkin, B. Bravy, V. Gordienko, N. Minaev, A. Sirotkin, and F. Potemkin, Opt. Lett. **44**(10), 2550 (2019).
24. R. W. Boyd, *Nonlinear optics*, Academic press, N.Y. (2020).
25. J. Reintjes, *Nonlinear optical parametric processes in liquids and gases*, Elsevier, Amsterdam (2012).
26. A. Bideau-Mehu, Y. Guern, R. Abjean, and A. Johannin-Gilles, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer **25**(5), 395 (1981).
27. E. R. Peck and D. J. Fisher, JOSA **54**(11), 1362 (1964).
28. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, М. (1988).
29. Á. Börzsönyi, Z. Heiner, A. P. Kovács, M. P. Kalashnikov, and K. Osvay, Opt. Express **18**(25), 25847 (2010).