Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 10, с. 667 – 674

Моды Шмидта и временная волновая функция широкополосного бифотонного поля

П. А. Прудковский[1)]

Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 октября 2022 г.
После переработки 18 октября 2022 г.
Принята к публикации 18 октября 2022 г.

Теоретически исследована волновая функция широкополосного бифотонного поля, возникающего при параметрическом рассеянии в апериодически поляризованном нелинейном кристалле с линейным чирпом под действием короткого импульса накачки. Найден вид мод Шмидта как в спектральном, так и во временном представлении. Найдена зависимость числа мод Шмидта от длительности импульса накачки и показано, что она имеет минимум при достаточно малой длительности импульса накачки порядка 100 фс. Найден вид волновой функции бифотонов во временном представлении и исследовано, как область максимума корреляции между моментами детектирования фотонов сигнального и холостого рассеянного излучения меняется при изменении длительности импульса накачки. Показано, что максимум временной корреляционной функции интенсивностей сигнального и холостого излучения имеет существенно асимметричную форму. Более резкая из его границ в случае достаточно длинных импульсов накачки имеет малую ширину, не превышающую 30 фс, и может использоваться для задач синхронизации событий даже без компенсации дисперсионного расплывания волновых пакетов бифотонного поля.

DOI: 10.31857/S1234567822220049, EDN: lyfxft

Параметрическое рассеяние (ПР) света – хорошо известный нелинейно-оптический процесс генерации сильно коррелированных бифотонных полей. Квантовые корреляции между сигнальными и холостыми рассеянными фотонами нашли свое применение во многих областях нелинейной и квантовой оптики, включая приготовление различных неклассических состояний света, проверку неравенств Белла, построение “фантомных” изображений, безэталонную фотометрию, методы нелинейной спектроскопии и многое другое [1–3]. Корреляция между парой фотонов, родившихся в результате распада одного фотона накачки, проявляется, в частности, в синхронности попадания этих двух фотонов на регистрирующие их детекторы. Под синхронностью в данном случае понимается совпадение моментов появления фотоимпульсов детекторов с точностью до времени корреляции этих фотонов, обратно пропорционального ширине спектра детектируемых фотонов. Поэтому один из возможных способов применения коррелированных фотонов – возможность синхронизации различных событий с высокой точностью при помощи широкополосных бифотонных полей [4].

Метод генерации бифотонных полей с широким спектром в апериодически поляризованных нелинейных кристаллах был предложен еще в 2003 г. [5]. В таких кристаллах условие коллинеарного квазисинхронизма между волновыми векторами сигнального и холостого рассеянного излучения выполняется на разных частотах в разных областях кристалла благодаря изменению вектора обратной решетки сегнетоэлектрических доменов. В работе Харриса [6], а также в ряде последующих работ [7–11] обсуждалась возможность приготовления предельно коротких бифотонных состояний, в которых оба фотона могут быть представлены как волновые пакеты, содержащие всего несколько периодов колебания поля, в кристаллах с линейным “чирпом”, т.е. линейной зависимостью вектора обратной решетки от координаты. Это требует не только получения коллинеарного ПР в апериодически поляризованном нелинейном кристалле, но и компенсации дисперсионного расплывания бифотонных состояний в процессе генерации, из-за которого возникающий на выходе кристалла бифотон не является фурье-ограниченным – его время корреляции существенно превышает обратную ширину спектра [9]. Эксперимент с попыткой компенсации нелинейного фазового набега широкополосных бифотонных состояний описан в работе [10].

Однако компенсация фазового набега рассеянного излучения сразу в широкой полосе частот является нетривиальной задачей. В работе [12] бы-

[1)]e-mail: vysogota@gmail.com

ло показано, что в случае кристаллов с линейным чирпом зависимость фазового набега, связанного с дисперсионным расплыванием бифотона, от частоты имеет сложный вид и не может быть полностью компенсирована при помощи пассивных оптических элементов. Поэтому в работе [12] был предложен квадратично-гиперболический закон изменения вектора обратной решетки в кристалле, для которого фазовый набег должен иметь более простую частотную зависимость. В работе [13] была показана экспериментальная возможность получения широкополосных бифотонных полей в кристалле с квадратично-гиперболическим чирпом, хотя и без фазовой компенсации. А в работе [14] было показано, как нетривиальная частотная зависимость фазового набега проявляется в схеме нелинейной интерференции типа Маха–Цандера с двумя нелинейными кристаллами.

В то же время во всех работах при описании широкополосного бифотонного поля использовалось приближение непрерывной накачки. Однако если длительность импульса накачки сравнима или даже меньше длины дисперсионного расплывания импульсов в кристалле, то спектр накачки может оказывать дополнительное влияние на структуру бифотонного поля [15]. В связи с этим в данной работе рассмотрено, как спектральная и временная структура широкополосного бифотонного поля зависит от длительности импульса накачки. Анализ структуры рассеянного излучения будет производиться на языке мод Шмидта, который является удобным инструментом для описания сильно перепутанных бифотонных полей [16–19]. В частности, в работе [18] было показано, как число мод Шмидта бифотонного поля зависит от длительности импульса накачки в случае ПР в однородном кристалле. Поэтому полученные в данной работе результаты для изменения числа мод Шмидта и временной волновой функции широкополосных бифотонов при уменьшении длительности импульса накачки будет полезно сравнивать именно с результатами работы [18].

Рассмотрим коллинеарное ПР в нелинейном кристалле под действием импульса накачки на центральной частоте ω_p:

$$E_p(t,z) = E_0 e^{-i\omega_p t}\int f(\nu) e^{ik(\omega_p+\nu)z - i\nu t} d\nu. \quad (1)$$

Будем считать, что импульс имеет гауссову форму, поэтому спектр накачки также гауссов: $f(\nu) = e^{-\nu^2\tau^2/2}$, где τ – длительность импульса.

Оператор положительно-частотной части поля рассеянного излучения можно записать в виде

$$\hat{E}^{(+)}(t,z) = e^{-i\omega_0 t}\int\limits_{-\omega_0}^{\omega_0} C_\Omega \hat{a}(\Omega) e^{i\{k(\omega_0+\Omega)z-\Omega t\}} d\Omega, \quad (2)$$

где $\omega_0 = \omega_p/2$ – половина частоты накачки, $\hat{a}(\Omega)$ – оператор уничтожения фотонов на частоте $\omega_0+\Omega$, причем компоненты поля с $\Omega > 0$ соответствуют сигнальному, а с $\Omega < 0$ – холостому рассеянному излучению. Слабой частотной зависимостью коэффициентов разложения C_Ω в нашем случае можно пренебречь. Волновые вектора рассеянного излучения в выражении (2) сонаправлены с волновым вектором накачки. Приготовление широкополосного бифотонного поля в случае неколлинеарного синхронизма создает дополнительные сложности, связанные с необходимостью сбора рассеянных под разными углами сопряженных компонент сигнального и холостого излучения. Поэтому обычно при описании широкополосного бифотонного поля ограничиваются только коллинеарным синхронизмом и не задумываются о структуре поперечных пространственных мод.

Квадратичная восприимчивость в апериодически поляризованном кристалле также зависит от координаты. Учитывая только первую гармонику в ее разложении, можно записать ее в виде [12]

$$\chi^{(2)}(z) \approx \chi_0^{(2)} \exp\left(-i\int\limits_0^z K(z')dz'\right), \quad (3)$$

где $K(z)$ – закон изменения обратного вектора доменной решетки в кристалле.

Оператор нелинейного взаимодействия накачки и рассеянного излучения в кристалле теперь можно представить в виде

$$\hat{G}_{nl}(z) = \hbar\gamma\int f(\Omega_s-\Omega_i) e^{i\Delta k(\Omega_s,\Omega_i)z - i\int_0^z K(z')dz'} \times$$
$$\times\, \hat{a}_s^+(\Omega_s)\hat{a}_i^+(\Omega_i) d\Omega_s d\Omega_i + \text{э.с.}, \quad (4)$$

где $\Delta k(\Omega_s,\Omega_i) = k(\omega_p+\Omega_s-\Omega_i) - k(\omega_0+\Omega_s) - k(\omega_0 - \Omega_i)$ – расстройка фазового синхронизма, а γ – коэффициент параметрического взаимодействия, который пропорционален амплитуде поля накачки и величине квадратичной нелинейности.

Используя полученный оператор нелинейного взаимодействия, можно сразу записать состояние рассеянного излучения на выходе из кристалла в виде

$$|\Psi(L)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}\int_0^L \hat{G}_{nl}(z)dz}|\text{vac}\rangle. \quad (5)$$

В общем случае вычисление оператора эволюции представляет собой сложную задачу, однако в случае спонтанного ПР при малых значениях коэффициента параметрического взаимодействия экспоненту можно разложить в ряд и получить для состояния бифотонного поля выражение

$$|\Psi\rangle = -i\gamma L \int F(\Omega_s, \Omega_i)\hat{a}_s^+(\Omega_s)\hat{a}_i^+(\Omega_i)d\Omega_s d\Omega_i|\text{vac}\rangle, \tag{6}$$

где функцию

$$F(\Omega_s, \Omega_i) = \frac{1}{L}f(\Omega_s - \Omega_i) \times$$

$$\times \int\limits_0^L \exp\left\{i\Delta k(\Omega_s, \Omega_i)z - i\int\limits_0^z K(z')dz'\right\} dz \tag{7}$$

называют волновой функцией бифотона – квадрат ее модуля определяет вероятность рождения пары фотонов: сигнального на частоте $\omega_0 + \Omega_s$ и холостого на частоте $\omega_0 - \Omega_i$.

Далее ограничимся рассмотрением кристалла с линейным законом изменения обратного вектора решетки $K(z) = K_0 - \xi z$. Для расчетов будем использовать те же параметры возможного эксперимента, что и в работе [12]: ПР в кристалле ниобата лития толщиной $L = 5$ мм под действием импульса накачки с длиной волны $\lambda_p = 532$ нм, параметры линейного чирпа $K_0 = 894\,\text{мм}^{-1}$, $\xi = 38.5\,\text{мм}^{-2}$ обеспечивают генерацию непрерывного спектра бифотонов в полосе от $\Omega_{s,i}/\omega_0 = 0.1$ до $\Omega_{s,i}/\omega_0 = 0.5$.

В случае линейной зависимости $K(z)$ в выражении (7) показатель экспоненты квадратично зависит от координаты z, поэтому внешний интеграл можно записать в виде

$$F(\Omega_s, \Omega_i) = \sqrt{\frac{2}{L^2\xi}} e^{\frac{(\Omega_s-\Omega_i)^2\tau^2}{2} - \frac{i(\Delta k - K_0)^2}{2\xi}} \times$$

$$\times \left[E\left(\sqrt{\frac{\xi}{2}}L + \frac{\Delta k - K_0}{\sqrt{2\xi}}\right) - E\left(\frac{\Delta k - K_0}{\sqrt{2\xi}}\right)\right], \tag{8}$$

где функция $E(x) = \int\limits_0^x e^{iy^2}dy = C(x) + iS(x)$ выражается через интегралы Френеля (также ее можно выразить через интеграл ошибок на комплексной плоскости [6, 8]).

Используя разложение Шмидта [16], всегда можно представить волновую функцию бифотона в виде

$$F(\Omega_s, \Omega_i) = \sum_j R_j U_j(\Omega_i)V_j(\Omega_s), \tag{9}$$

где функции $U_j(\Omega_i)$ и $V_j(\Omega_s)$ определяют спектр отдельных мод Шмидта холостого и сигнального рассеянного поля, а R_j – их собственные значения. Следует отметить, что так как функция $F(\Omega_s, \Omega_i)$ несимметрична относительно частот Ω_s и Ω_i, собственные значения R_j в общем случае комплексные.

Если волновую функцию бифотона можно представить в виде произведения двух функций линейных комбинаций частот Ω_s и Ω_i, которые имеют узкий максимум, эти функции можно приближенно заменить гауссианами и в этом приближении аналитически найти моды Шмидта [17, 18]. Однако в случае широполосных бифотонов это совсем не так. Модуль выражения в квадратных скобках в формуле (8) имеет относительно узкий максимум только как функция разности частот $\Omega_s - \Omega_i$. А вот как функция суммы частот $\Omega_s + \Omega_i$ он остается практически постоянным в широкой полосе частот, что как раз и обеспечивает генерацию широкополосных бифотонов. Поэтому разложение Шмидта для функции (8) производилось численно. Используя найденные при этом собственные значения R_j, можно вычислить число Шмидта, определяющее эффективное число мод Шмидта рассеянного излучения:

$$K = \left(\sum_j |R_j|^2\right)^2 \Bigg/ \sum_j |R_j|^4. \tag{10}$$

На рисунке 1 показана зависимость числа Шмидта широкополосного бифотонного поля от длительности импульса накачки. С ее уменьшением эффективное число мод Шмидта уменьшается, пока не достигает минимума при длительности импульса накачки $\tau \approx 100 \div 120$ фс. Но даже в этом случае эф-

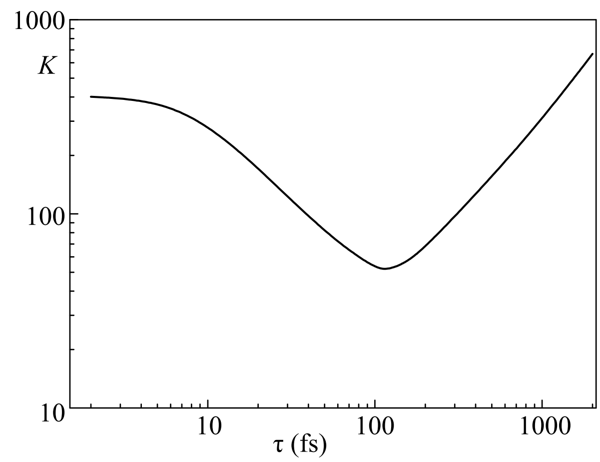

Рис. 1. Зависимость числа Шмидта K (10) от длительности импульса накачки τ

фективное число мод Шмидта достаточно велико – порядка 50. При дальнейшем уменьшении длительности импульса число Шмидта снова начинает расти. В работе [18] было показано, что в случае ПР в однородном кристалле зависимость числа Шмидта от длительности импульса накачки имеет схожий вид и тоже достигает минимального числа мод порядка 70, но при существенно большей длительности импульса – порядка 1 пс.

Используя разложение Шмидта, несложно получить интенсивность рассеяния холостого излучения на заданной частоте в виде суммы интенсивностей отдельных мод Шмидта на этой частоте:

$$\langle I(\Omega_i)\rangle = \langle\Psi|\hat{a}_i^+(\Omega_i)\hat{a}_i(\Omega_i)|\Psi\rangle = \\ = \int |F(\Omega_s,\Omega_i)|^2 d\Omega_s = \sum_j |R_j U_j(\Omega_i)|^2. \quad (11)$$

Аналогичное выражение получается и для интенсивности рассеяния сигнального излучения: $I(\Omega_s) = \sum_j |R_j V_j(\Omega_s)|^2$. При этом вклад отдельной моды пропорционален квадрату модуля ее собственного значения R_j. На рисунке 2 показан спектр отдельных мод Шмидта широкополосных бифотонов в случае длительности импульса накачки $\tau = 100$ фс. Для удобства график для каждой моды сдвинут на величину квадрата ее собственного значения. Видно, что структура мод имеет достаточно сложный вид. Моды накладываются друг на друга, и вряд ли возможно в эксперименте их разделить, так что поле находится в сильно перепутанном состоянии. Пунктиром на том же графике изображен суммарный спектр холостого и сигнального излучения. Как и следовало ожидать, в результате сложения большого числа мод Шмидта формируется спектр с практически постоянной интенсивностью в заданной широкой полосе длин волн.

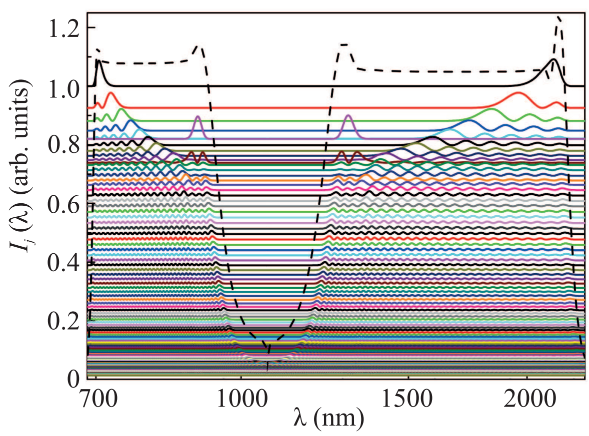

Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектр отдельных мод Шмидта сигнального ($\lambda < 1064$ нм) и холостого ($\lambda > 1064$ нм) рассеянного излучения. Для удобства моды сдвинуты на величину их собственного значения: $I_j(\lambda) = |R_j|^2(1 + |U_j(\lambda)|^2$. Пунктиром показан суммарный спектр широкополосного бифотонного излучения

Теперь рассмотрим временные характеристики рассеянного бифотонного излучения. Вероятность обнаружить на выходе из кристалла фотон холостого излучения в момент времени t_i, а фотон сигнального излучения – в момент времени t_s определяется квадратом модуля волновой функции бифотона во временном представлении [4, 18]:

$$F(t_i,t_s) = \iint F(\Omega_s,\Omega_i) \times \\ \times e^{-ik(\omega_0-\Omega_i)L - ik(\omega_0+\Omega_s)L - i\Omega_i t_i + i\Omega_s t_s} d\Omega_s d\Omega_i. \quad (12)$$

Используя разложение Шмидта, ее можно представить в виде

$$F(t_i,t_s) = \sum_j R_j U_j(t_i) V_j(t_s), \quad (13)$$

где $U_j(t_i)$ и $V_j(t_s)$ – моды Шмидта во временном представлении:

$$U_j(t_i) = \int_0^{\omega_0} U_j(\Omega_i) e^{-ik(\omega_0-\Omega_i)L - i\Omega_i t_i} d\Omega_i, \\ V_j(t_s) = \int_0^{\omega_0} V_j(\Omega_s) e^{-ik(\omega_0+\Omega_s)L + i\Omega_s t_s} d\Omega_s. \quad (14)$$

Безусловно, для вычисления функции $F(t_i,t_s)$ разложение Шмидта не обязательно. Однако если моды Шмидта уже известны, то процедура вычисления волновой функции бифотона упрощается: вместо двукратного интегрирования по формуле (12) достаточно найти вид мод Шмидта во временном представлении (14) путем однократного интегрирования. При этом зависимость полной интенсивности сигнального и холостого рассеянного излучения от времени по-прежнему определяется суммой интенсивностей мод Шмидта:

$$\langle I_i(t)\rangle = \langle\Psi|\hat{E}_i^-(t,L)\hat{E}_i^+(t,L)|\Psi\rangle = \sum_j |R_j U_j(t)|^2, \\ \langle I_s(t)\rangle = \langle\Psi|\hat{E}_s^-(t,L)\hat{E}_s^+(t,L)|\Psi\rangle = \sum_j |R_j V_j(t)|^2. \quad (15)$$

Корреляция между сигнальными и холостыми фотонами в различные моменты времени может

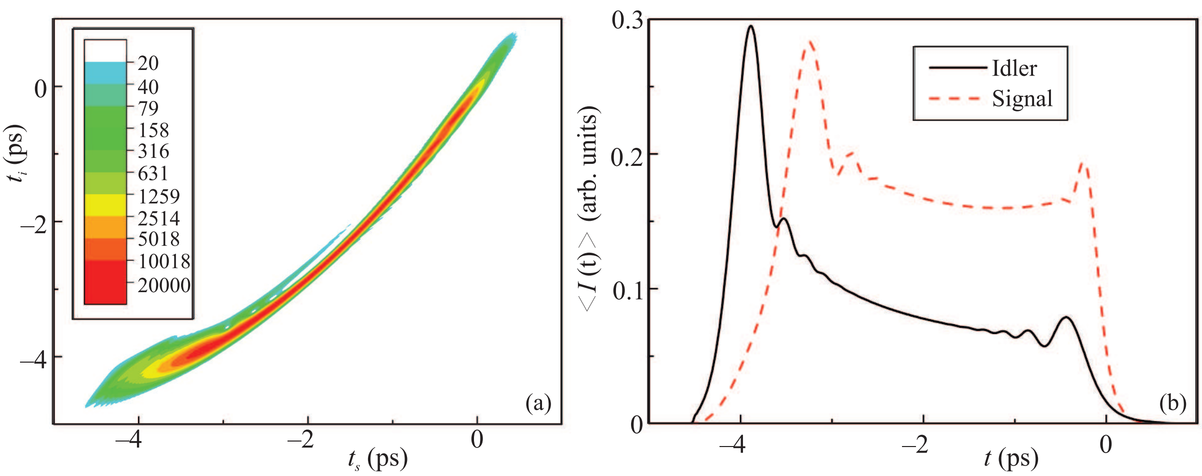

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Волновая функция бифотона во временном представлении $|F(t_i,t_s)|^2$ (12) и (b) – формы импульсов сигнального и холостого рассеянного излучения (15) на выходе из кристалла в случае импульса накачки длительностью $\tau = 100$ фс. Момент времени $t = 0$ соответствует положению середины импульса накачки

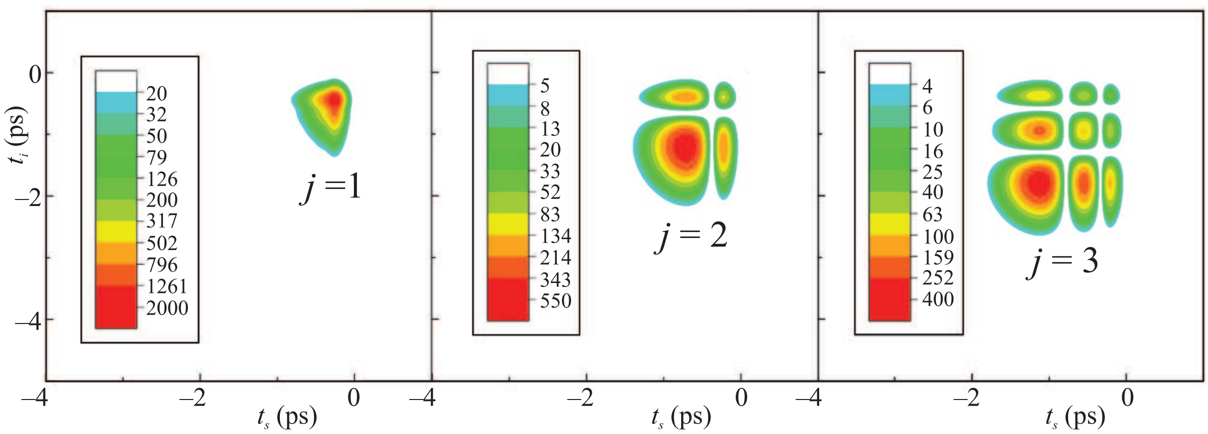

Рис. 4. (Цветной онлайн) “Частичные” волновые функции бифотона $|F_j(t_i,t_s)|^2$ (17) для первых трех $j = 1; 2; 3$ мод Шмидта в случае импульса накачки длительностью $\tau = 100$ фс

быть описана при помощи корреляционной функции интенсивностей рассеянного излучения. Избыточная корреляция, связанная с бифотонным характером рассеянного поля, выражается через ковариацию интенсивностей. Несложно показать, что она определяется квадратом модуля волновой функции бифотона:

$$\operatorname{cov}(I_i(t_i)I_s(t_s)) \equiv$$
$$\equiv \langle I_i(t_i)I_s(t_s)\rangle - \langle I_i(t_i)\rangle\langle I_s(t_s)\rangle = |F(t_i,t_s)|^2. \quad (16)$$

Рассмотрим, как меняется форма волновой функции бифотона при изменении длительности импульса накачки. На рисунке 3 показана функция $|F(t_i,t_s)|^2$ для случая минимального числа мод Шмидта при $\tau = 100$ фс, а также формы импульсов сигнального и холостого рассеянного излучения. Видно, что область максимальной корреляции между сигнальным и холостым излучением представляет собой узкую полосу на всей длине импульсов сигнального и холостого излучения. Эта полоса не прямая, что связано с дисперсией различных частотных компонент накачки и рассеянного излучения в кристалле.

На рисунке 4 показаны “частичные” волновые функции бифотона

$$|F_j(t_i,t_s)|^2 = |R_jU_j(t_i)V_j(t_s)|^2 \quad (17)$$

отдельно для первых трех мод Шмидта. Видно, что для отдельных мод Шмидта “частичные” волновые функции имеют значительно большую ширину, чем для полной волновой функции бифотона на рис. 3a – узкий корреляционный максимум получается только в результате суперпозиции большого числа мод Шмидта.

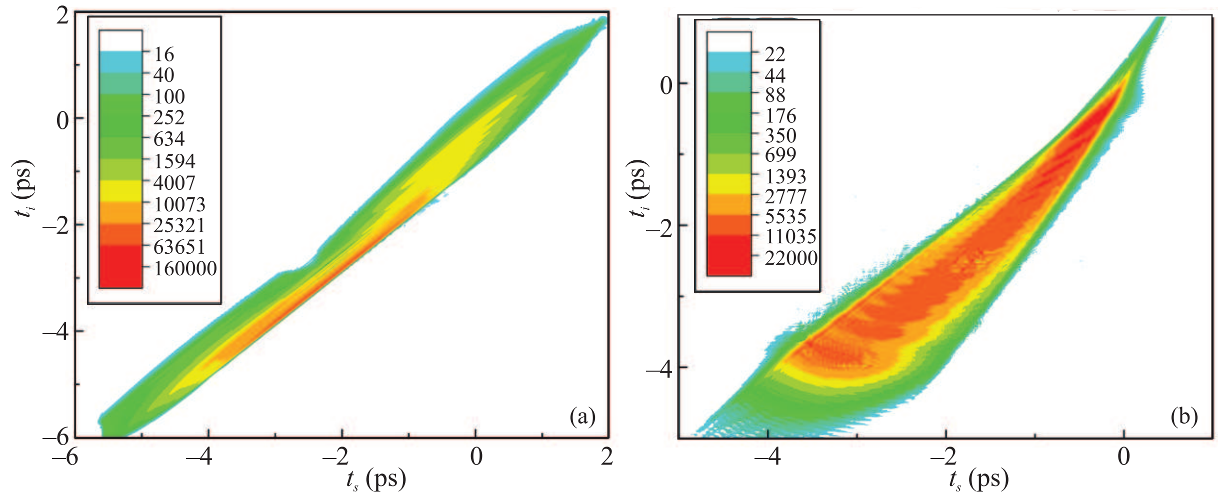

Рис. 5. (Цветной онлайн) Волновая функция бифотона во временном представлении $|F(t_i, t_s)|^2$ (12) для случаев длительности импульса накачки $\tau = 1$ пс (a) и $\tau = 10$ фс (b)

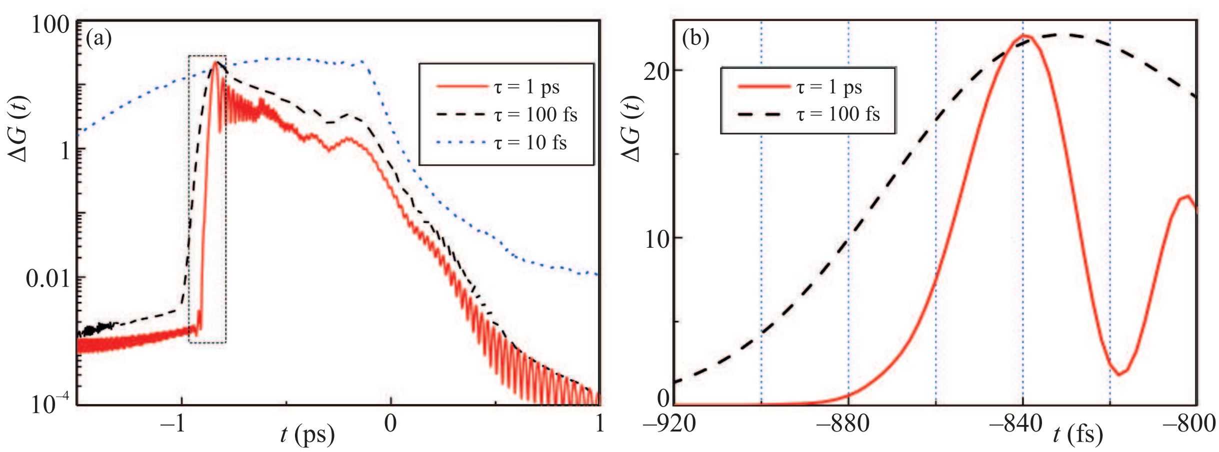

Рис. 6. (Цветной онлайн) (a) – Зависимость функции избыточной корреляции сигнального и холостого рассеянного излучения от временной задержки между ними $\Delta G(t)$ (18) для случаев длительностей импульсов накачки 1 пс, 100 и 10 фс. Пунктирным прямоугольником выделена область резкого возрастания функции. (b) – Область резкого возрастания корреляционной функции в крупном масштабе

На рисунке 5a показана волновая функция бифотона в случае достаточно длинного импульса накачки $\tau = 1$ пс. При этом область максимальной корреляции имеет форму узкой полосы, соответствующей максимумам импульсов сигнального и холостого излучения. По сравнению с волновой функцией бифотона для $\tau = 100$ фс на рис. 3a, здесь она практически прямая, но при этом заметно более короткая.

В случае короткого импульса накачки $\tau = 10$ фс (рис. 5b) область максимальной корреляции уже не выглядит узкой полосой. Она становится существенно более широкой и имеет приблизительно треугольную форму. Сходная треугольная форма волновой функции бифотонов с максимумом в остром углу треугольника была получена и в работе [18] для случая ПР в однородном кристалле в случае предельно короткого импульса накачки.

Безусловно, в экспериментальных условиях невозможно измерить двумерную корреляционную функцию интенсивностей сигнального и холостого рассеянного излучения. Вместо этого обычно измеряют одномерную корреляционную функцию, зависящую от временного сдвига t между сигнальным и холостым излучением. Величина избыточной корреляции будет определяться интегралом от квадрата модуля волновой функции бифотона по всей длине импульсов рассеянного излучения вдоль прямой $t_i - t_s = t = \text{const}$:

$$\Delta G(t) = \int |F(t_s + t, t_s)|^2 dt_s. \quad (18)$$

Характерное время корреляции в случае широкополосных бифотонов крайне мало, и быстродействия современных детекторов недостаточно для его измерения. Поэтому в работах [10, 13] для регистрации узкого пика корреляции между сигнальной и холостой компонентами широкополосного бифотонного поля измерялась интенсивность генерации сигнала суммарной частоты, полученного в еще одном нелинейном кристалле.

На рисунке 6a показана корреляционная функция $\Delta G(t)$ для тех же трех длительностей импульсов накачки, что и на рис. 3 и 5. Видно, что из-за дисперсионного расплывания ширина корреляционного пика существенно больше обратной ширины спектра бифотонного поля $\Delta\omega^{-1} \approx 9$ фс. Однако в случае длинных импульсов накачки этот пик имеет резкую границу со стороны отрицательных значений t. На рисунке 6b видно, что ширина области резкого возрастания корреляционной функции в случае импульса накачки длительностью $\tau = 1$ пс составляет приблизительно 30 фс. Наличие столь резкой границы связано с существенной асимметрией волновой функции бифотона (рис. 5a) – область максимальной корреляции находится с краю и резко обрывается в сторону отрицательных $t = t_i - t_s$. С уменьшением длительности импульса накачки резкая граница корреляционного максимума постепенно расплывается.

Таким образом, форма волновой функции бифотона во временном представлении (рис. 5a), а также полученный из нее пик корреляционной функции интенсивностей (рис. 6) показывает, что даже без компенсации дисперсионного расплывания одна из границ корреляционного максимума имеет весьма малую ширину, которая может использоваться для синхронизации событий с помощью широкополосного бифотонного поля с точностью до нескольких десятков фемтосекунд. При этом уменьшение длительности импульса накачки приводит к расплыванию этой границы, т.е. предпочтительнее использовать импульсы длиннее 1 пс. Впрочем, длинная и узкая область корреляционного максимума в случае минимума числа мод Шмидта при $\tau = 100$ фс (рис. 3a) позволяет предположить, что компенсация дисперсионного расплывания могла бы позволить выпрямить эту область. Поэтому при наличии фазовой компенсации импульс накачки с длительностью, соответствующей минимуму числа мод Шмидта, вероятно, мог бы также обеспечить достаточно узкий корреляционный максимум.

Таким образом, в работе исследован вид волновой функции широкополосного бифотонного поля, возникающего при ПР в апериодически поляризованном нелинейном кристалле с линейным чирпом, как в спектральном, так и во временном представлении. Структура мод Шмидта для этой волновой функции имеет достаточно сложный вид даже в случае минимального числа мод Шмидта, которое в наших условиях составляет приблизительно 50 и достигается при длительности импульса накачки, равной $100 \div 120$ фс. Анализ волновой функции широкополосных бифотонов во временном представлении показал, что хотя максимум корреляционной функции интенсивностей сигнального и холостого рассеянного излучения имеет большую ширину из-за дисперсионного расплывания бифотонных волновых пакетов в кристалле, в случае достаточно длинных импульсов накачки одна из границ корреляционного максимума остается достаточно резкой и может использоваться для задач синхронизации.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований # 20-02-00621 А.

1. S. P. Walborn, C. H. Monken, S. Pádua, and P. H. Souto Ribeiro, Phys. Rep. **495**, 87 (2010).
2. S. V. Polyakov and A. L. Migdall, Opt. Express **15**, 1390 (2007).
3. A. V. Paterova and L. A. Krivitsky, Light Sci. Appl. **9**, 82 (2020).
4. К. Г. Катамадзе, А. В. Пащенко, А. В. Романова, С. П. Кулик, Письма в ЖЭТФ **115**, 613 (2022).
5. K. L. Baker, Appl. Phys. Lett. **82**, 3841 (2003).
6. S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **98**, 063602 (2007).
7. M. Charbonneau-Lefort, B. Afeyan, and M. M. Fejer, J. Opt. Soc. Am. B **25**, 680 (2008).
8. M. B. Nasr, S. Carrasco, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko, M. C. Teich, J. P. Torres, L. Torner, D. S. Hum, and M. M. Fejer, Phys. Rev. Lett. **100**, 183601 (2008).
9. Г. Х. Китаева, М. В. Чехова, О. А. Шумилкина, Письма в ЖЭТФ **90**, 190 (2009).
10. S. Sensarn, G. Y. Yin, and S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **104**, 253602 (2010).
11. D. B. Horoshko and M. I. Kolobov, Phys. Rev. A **88**, 033806 (2013).
12. D. B. Horoshko and M. I. Kolobov, Phys. Rev. A **95**, 033837 (2017).
13. M. V. Chekhova, S. Germanskiy, D. B. Horoshko, G. Kh. Kitaeva, M. I. Kolobov, G. Leuchs, C. R. Phillips, and P. A. Prudkovskii, Opt. Lett. **43**, 375 (2018).
14. D. B. Horoshko, M. I. Kolobov, F. Gumpert, I. Shand, F. König, and M. V. Chekhova, J. Mod. Opt. **67**, 41 (2020).

15. П. А. Прудковский, Письма в ЖЭТФ **111**, 529 (2020).
16. A. Ekert and P. L. Knight, Am. J. Phys. **63**, 415 (1995).
17. M. V. Fedorov, M. A. Efremov, P. A. Volkov, E. V. Moreva, S. S. Straupe, and S. P. Kulik, Phys. Rev. A **77**, 032336 (2008).
18. Yu. M. Mikhailova, P. A. Volkov, and M. V. Fedorov, Phys. Rev. A **78**, 062327 (2008).
19. F. M. Miatto, T. Brougham, and A. M. Yao, Eur. Phys. J. D **66**, 183 (2012).