

Звуковые колебания в полярной фазе сверхтекучего ^3He в нематическом аэрогеле

Е. В. Суровцев¹⁾

Институт физических проблем им. П. Л. Капицы РАН, 119334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 октября 2022 г.

После переработки 13 октября 2022 г.

Принята к публикации 14 октября 2022 г.

В работе исследован звуковой спектр полярной фазы сверхтекучего ^3He в нематическом аэрогеле. Получено уравнение, определяющее дисперсию звуковых колебаний системы. Для направлений вдоль и поперек оси анизотропии аэрогеля найдены решения системы для низкочастотных колебаний, т.е. тех, в которых скорость распространения колебаний много меньше скорости первого звука в чистом ^3He . В том же приближении найдено решение для случая чисто сдвиговых колебаний системы, возникающее при рассмотрении специальных граничных условий, заключающихся в том, что система окружена несжимаемой жидкостью. Проведено сравнение температурной зависимости найденных частот с имеющимися экспериментальными данными.

DOI: 10.31857/S123456782220128, EDN: lzkxvf

1. Введение. Полярная фаза сверхтекучего ^3He относится к классу топологических сверхтекучих фаз и обладает рядом уникальных свойств. Параметром порядка данной фазы является комплексная матрица 3×3 вида $e^{i\varphi} d_\mu m_j$, где d_μ – единичный вектор в спиновом пространстве, а m_j – единичный вектор в орбитальном пространстве [1]. Спектр квази-частиц в полярной фазе имеет топологически устойчивую дираковскую линию нулей, расположенную на экваторе ферми поверхности в плоскости, перпендикулярной направлению вектора \mathbf{m} . Как следствие, сверхтекучие свойства системы описываются одноосным тензором сверхтекучей плотности с максимальным главным значением вдоль направления \mathbf{m} . Еще одним проявлением топологических свойств данной фазы является наличие на границе фазы в силу принципа соответствия специфической ветви возбуждений, принадлежащей к классу майорановских поверхностных состояний [2]. Экспериментальное наблюдение полярной фазы возможно только в присутствии нематического аэрогеля с высокой степенью анизотропии, т.е. в таком, в котором нити с хорошей степенью сонаправлены (нафен, мулитовый аэрогель) [3, 4]. В присутствии нитей аэрогеля в системе могут быть стабилизированы интересные топологические дефекты – полуквантовые вихри [5, 6], которые наблюдались в эксперименте [7]. Помимо указанных топологических свойств полярной фазы, интерес представляет изучение сверхтекучего

отклика системы. Наблюдение именно сверхтекучих свойств системы возможно в экспериментах по колебанию аэрогеля внутри объема, заполненного сверхтекучим ^3He [8, 9]. Особенностью задачи является то, что между сверхтекучей компонентой и каркасом аэрогеля есть эффективное взаимодействие. Это приводит к тому, что колебательный спектр системы определяется не только сверхтекучими свойствами полярной фазы, но и упругими свойствами аэрогеля. Так как упругие свойства нематического аэрогеля имеют очевидную анизотропию, то следует ожидать возникновения интересных смешанных мод колебаний системы, которые не могут возникнуть в изотропном случае. В ходе указанных выше экспериментов по колебанию нематического аэрогеля в сверхтекучем ^3He было обнаружено две колебательные моды [8, 9]. Одна из мод соответствует механическим колебаниям системы и наблюдается во всем диапазоне температур. Изменение с температурой частоты колебаний в первой моде связано как с температурной зависимостью вязкости окружающего аэрогеля ^3He , так и с изменением линий тока вокруг аэрогеля в момент сверхтекучего перехода внутри аэрогеля. Ранее была произведена попытка описать температурную зависимость частоты первой моды с учетом потенциального протекания сверхтекучих токов сквозь аэрогель при условии несжимаемости как жидкости, так и аэрогеля [10]. Вторая ветвь колебаний возникает только в момент сверхтекучего перехода внутри аэрогеля. Характерными особенностями наблюда-

¹⁾e-mail: e.v.surovtsev@gmail.com

емой зависимости частоты от температуры для второй ветви колебаний является ее быстрый рост вблизи точки перехода с последующим выходом на почти постоянное значение порядка 1600 Гц. Такое небольшое значение частоты колебаний исключает возможность зацепления в данной моде первого звука ${}^3\text{He}$. Масштаб температур, на котором происходит переход к постоянному значению частоты достаточно мал и составляет несколько сотых от температуры перехода T_c . Данная особенность отличает наблюдаемую моду от “медленной” моды, которая возбуждалась в экспериментах по распространению звука в кремниевых аэрогелях [11]. Целью настоящей работы является изучение спектра звуковых колебаний полярной фазы и нематического аэрогеля, а также идентификация наблюдаемой в эксперименте второй моды колебаний. Аккуратный вывод системы гидродинамических уравнений, необходимых для решения поставленной задачи, является отдельным интересным вопросом и выходит за рамки представленной работы. Ниже для нахождения звукового спектра системы мы будем использовать систему линейных гидродинамических уравнений, которая может быть получена эвристически так же, как это сделано в работе [12]. Решение системы будет произведено для актуального случая низкочастотных колебаний, т.е. таких колебаний, скорость распространения которых гораздо меньше скорости первого звука в чистом сверхтекучем ${}^3\text{He}$. Качественно будет рассмотрен вопрос об эффективных граничных условиях, описывающих случай, когда система окружена снаружи несжимаемой сверхтекучей жидкостью. Отметим, что вывод системы линейных уравнений гидродинамики для полярной фазы в нематическом аэрогеле был произведен в работе [13], однако содержащиеся в указанной статье неточности не позволяют использовать ее результаты для наших целей.

2. Линеаризованные уравнения гидродинамики для полярной фазы в нематическом аэрогеле. Система гидродинамических уравнений для рассматриваемой системы содержит пять уравнений, описывающих законы сохранения следующих величин: массы аэрогеля, массы ${}^3\text{He}$, суммарного импульса составной системы, энтропии (затухание мы рассматривать не будем), и потенциальности сверхтекучего движения. В качестве независимых гидродинамических переменных мы будем использовать: плотность аэрогеля – ρ_a , плотность ${}^3\text{He}$ – ρ_l , энтропию единицы объема – s , сверхтекучую скорость – \mathbf{v}_s , а также вектор локального смещения частиц аэрогеля \mathbf{u} . Использовать последнюю переменную в качестве независимой становится возможным при

условии отсутствия проскальзывания между каркасом аэрогеля и нормальной компонентой сверхтекучего ${}^3\text{He}$, что имеет место для низких частот движения. В этом случае скорость нормальной компоненты $(v_n)_i = \dot{u}_i$ и полная плотность тока определяется выражением: $j_i = (\rho_a \delta_{ij} + (\rho_n)_{ij}) \dot{u}_j + (\rho_s)_{ij} (v_s)_j$, где $(\rho_s)_{ij}$, $(\rho_n)_{ij}$ – тензоры сверхтекучей и нормальной компонент ${}^3\text{He}$ ($(\rho_s)_{ij} + (\rho_n)_{ij} = \rho_l \delta_{ij}$). Также отметим, что мы не будем рассматривать движение специфических для полярной фазы гидродинамических переменных – спинового вектора d_μ и орбитального вектора m_j . Первый из векторов не участвует в движении, так как отсутствует его связь с другими гидродинамическими переменными, если пренебречь спин-орбитальным взаимодействием. Учет второго вектора является превышением точности для рассматриваемого далее линейного приближения и длинноволнового предела, так как в этом случае энергия текстуры орбитального вектора содержит производные вектора смещения более высокого порядка, чем упругая энергия аэрогеля. Таким образом, линеаризованные уравнения для рассматриваемой системы имеют вид:

$$\frac{\partial \delta s}{\partial t} + s^{(0)} \nabla_i \dot{u}_i = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \delta \rho_a}{\partial t} + \rho_a^{(0)} \nabla_i \dot{u}_i = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \delta \rho_l}{\partial t} + (\rho_s)_{ij} \nabla_i (v_s)_j + (\rho_n)_{ij} \nabla_i \dot{u}_j = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial (v_s)_i}{\partial t} + \nabla_i \delta \mu_l = 0, \quad (4)$$

$$(\rho_a^{(0)} \delta_{ij} + (\rho_n)_{ij}) \ddot{u}_j + (\rho_s)_{ij} (\dot{v}_s)_j + \nabla_i \delta p - \nabla_j \delta \sigma_{ij} = 0, \quad (5)$$

где $\delta s = s - s^{(0)}$, $\delta \rho_l = \rho_l - \rho_l^{(0)}$, $\delta \rho_a = \rho_a - \rho_a^{(0)}$ – малые отклонения из положения равновесия соответственно энтропии, плотности ${}^3\text{He}$, плотности аэрогеля, $\delta \mu_l$, δp , $\delta \sigma_{ij}$ – изменения химического потенциала жидкости (в расчете на одну частицу), давления и тензора напряжений. Дополнительную особенность рассматриваемой системе придает наличие тензора напряжений аэрогеля в уравнении сохранения суммарного импульса системы. Отметим, что если давление определить как изменение полной энергии составной системы при изменении ее объема, то тензор напряжений, входящий в последнее уравнение, должен относиться к упругой энергии, не связанной с изменением объема системы. Так как изменение объема определяется дивергенцией вектора смещения, то для исключения указанных членов нужно положить $\sigma_{ii} = 0$.

Чтобы замкнуть написанную систему, необходимо выразить величины $\delta\mu_l$, δp , $\delta\sigma_{ij}$ через малые отклонения рассмотренных гидродинамических переменных. Для этого запишем энергию единицы объема с точностью до членов второго порядка по относительным отклонениям из положения равновесия (без учета кинетической энергии):

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_0 = & \frac{\rho_l^{(0)} c_{l1}^2}{2} \left(\frac{\delta\rho_l}{\rho_l^{(0)}} \right)^2 + [\rho^{(0)} c_{al}^2] \frac{\delta\rho_a \delta\rho_l}{(\rho^{(0)})^2} + \\ & + (\rho_l^{(0)} (c_{ul})^2) \tilde{u}_{zz} \frac{\delta\rho_l}{\rho_l^{(0)}} + \frac{\rho_a^{(0)} c_{a1}^2}{2} \left(\frac{\delta\rho_a}{\rho_a^{(0)}} \right)^2 + \\ & + \{ \rho_a^{(0)} c_{a3}^2 \} \tilde{u}_{zz} \frac{\delta\rho_a}{\rho_a^{(0)}} + \rho_l^{(0)} c_{ls}^2 \frac{\delta\rho_l \delta s}{\rho_l^{(0)} s^{(0)}} + \rho_a^{(0)} c_{as}^2 \frac{\delta\rho_a \delta s}{\rho_a^{(0)} s^{(0)}} + \\ & + \frac{\rho_l^{(0)} c_{l2}^2}{2} \left(\frac{\delta s}{s^{(0)}} \right)^2 + \rho_a^{(0)} c_{us}^2 \frac{\delta s}{s^{(0)}} + \mu_{ijkl} \frac{\tilde{u}_{ij} \tilde{u}_{kl}}{2}, \quad (6) \end{aligned}$$

где индекс “а” относится к величинам, связанным с аэрогелем, индекс “l” соответственно к ${}^3\text{He}$, $\tilde{u}_{ij} = u_{ij} - \frac{1}{3} u_{ll} \delta_{ij}$, ось z направлена вдоль оси анизотропии аэрогеля, $\rho^{(0)} = \rho_a^{(0)} + \rho_l^{(0)}$, тензоры $(\rho_s^{(0)})_{ij}$, μ_{ijkl} определяются выражениями:

$$(\rho_s^{(0)})_{ij} = \rho_s^\perp \delta_{ij} + (\rho_s^\parallel - \rho_s^\perp) \hat{z}_i \hat{z}_j, \quad \rho_s^\parallel > \rho_s^\perp, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mu_{ijkl} = & \frac{\rho_a^{(0)} c_{a2}^2}{2} \left(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right) + \\ & + \rho_a^{(0)} c_{a4}^2 \left(\frac{1}{4} [\delta_{ik} \hat{z}_j \hat{z}_l + \delta_{jl} \hat{z}_i \hat{z}_k + \right. \\ & \left. + \delta_{jk} \hat{z}_i \hat{z}_l + \delta_{il} \hat{z}_j \hat{z}_k] - \hat{z}_i \hat{z}_j \hat{z}_k \hat{z}_l \right) + \\ & + \rho_a^{(0)} (c_{a5}^2 + c_{a4}^2) \cdot \left(\hat{z}_i \hat{z}_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \left(\hat{z}_k \hat{z}_l - \frac{1}{3} \delta_{kl} \right), \quad (8) \end{aligned}$$

величины c_{a1} , c_{l1} и т.п. – феноменологические коэффициенты, имеющие размерность скорости: c_{l1} , c_{l2} – скорости первого и второго звука в сверхтекучем ${}^3\text{He}$; c_{ai} – скорости звука в аэрогеле, определяемые его упругими коэффициентами; c_{as} , c_{ls} , c_{us} – скорости, связанные с эффектом теплового расширения аэрогеля и ${}^3\text{He}$; c_{al} , c_{ul} – наиболее интересные для рассматриваемой задачи коэффициенты, описывающие взаимодействие аэрогеля и ${}^3\text{He}$. Ввиду большого количества переменных мы не будем далее рассматривать условия термодинамической устойчивости системы, т.е. будем просто считать, что речь идет об области параметров, где написанная квадратичная форма положительно определена.

Сделаем несколько замечаний по поводу количественных характеристик феноменологических коэффициентов, фигурирующих в написанном разложе-

нии энергии. Во-первых, для рассматриваемых систем плотность ${}^3\text{He}$ имеет тот же порядок, что и плотность аэрогеля $\rho_a \sim \rho_l$. Также известно, что скорость первого звука в гелии гораздо больше соответствующих скоростей в аэрогеле, т.е.: $c_{l1} \gg c_{ai}$ ($c_{l1} \sim 300$ м/с). Скорость второго звука для сверхтекучих ферми-систем также крайне мала. Последовательных измерений упругих свойств нематических аэрогелей на настоящий момент не проведено. Однако, можно сделать некоторые предположения о соотношениях между феноменологическими коэффициентами c_{ai} : наибольшим из них является c_{a5} , так как он определяет упругость системы вдоль оси z , совпадающей с направлением нитей аэрогеля. Можно также считать, что скорости, связанные с эффектом теплового расширения малы, как относительно скорости первого звука, так и всех феноменологических скоростей аэрогеля. Наконец, скорости, описывающие взаимодействие аэрогеля с ${}^3\text{He}$, должны быть малы относительно скорости первого звука в меру низкой концентрации примесей. Резюмируя все вышесказанное, можно утверждать, что скорость первого звука в рассматриваемой системе много больше всех остальных скоростей.

Для начала, используя написанную выше квадратичную форму, найдем точные выражения для малых изменений химического потенциала жидкости, давления и тензора напряжений, а затем упростим результат, исходя из количественных соотношений между феноменологическими коэффициентами, описанных ранее. Согласно определению имеем:

$$\begin{aligned} \delta\mu_l = & \frac{\partial\mu_l^{(0)}}{\partial\rho_l} \delta\rho_l + \frac{\partial\mu_l^{(0)}}{\partial\rho_a} \delta\rho_a + \frac{\partial\mu_l^{(0)}}{\partial\tilde{u}_{ij}} \delta\tilde{u}_{ij} + \frac{\partial\mu_l^{(0)}}{\partial s} \delta s = \\ = & \frac{\partial\delta\varepsilon}{\partial\delta\rho_l} = c_{l1}^2 \frac{\delta\rho_l}{\rho_l^{(0)}} + c_{al}^2 \frac{\delta\rho_a}{\rho^{(0)}} + c_{ul}^2 \tilde{u}_{zz} + c_{ls}^2 \frac{\delta s}{s^{(0)}}. \quad (9) \end{aligned}$$

Так как из уравнений (1), (2) следует, что

$$\frac{\delta s}{s^{(0)}} = \frac{\delta\rho_a}{\rho_a^{(0)}} = -u_{ll}, \quad (10)$$

то выражение для $\delta\mu_l$ можно упростить до вида:

$$\delta\mu_l = c_{l1}^2 \frac{\delta\rho_l}{\rho_l^{(0)}} + c_{ul}^2 u_{zz} - \tilde{c}_{ls}^2 u_{ll}, \quad (11)$$

где

$$\tilde{c}_{ls}^2 = c_{al}^2 + c_{ls}^2 + \frac{1}{3} c_{ul}^2. \quad (12)$$

В линейном приближении изменение давления определяется выражением:

$$\delta p = s^{(0)} \delta T + \rho_l^{(0)} \delta \mu_l + \rho_a^{(0)} \delta \mu_a. \quad (13)$$

Проделив аналогичные предыдущим преобразования для δT , $\delta \mu_a$ и $\delta \sigma_{ij}$, получим следующее выражение для изменения давления и тензора деформаций:

$$\delta \tilde{p} = \tilde{c}_{l1}^2 \delta \rho_l + \rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a3}^2 u_{zz} - \rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a1}^2 u_{ll}, \quad (14)$$

$$\delta \tilde{\sigma}_{ij} = \rho_a^{(0)} c_{a2}^2 u_{ij} + \rho_a^{(0)} \frac{c_{a4}^2}{2} (\hat{z}_i^{(0)} u_{zj} + \hat{z}_j^{(0)} u_{zi}) + \\ + \left(\rho_a^{(0)} c_{a5}^2 u_{zz} + c_{ul}^2 \delta \rho_l - \rho_a^{(0)} \tilde{c}_{us}^2 u_{ll} \right) \hat{z}_i \hat{z}_j, \quad (15)$$

где в $\delta \tilde{p}$ включен коэффициент из тензора $\delta \sigma_{ij}$, стоящий перед δ_{ij} , а для сокращения записи введены следующие обозначения:

$$\tilde{c}_{l1}^2 = c_{l1}^2 + c_{al}^2 \frac{\rho_l^{(0)}}{\rho^{(0)}} + c_{ls}^2 + \frac{1}{3} c_{ul}^2, \quad (16)$$

$$\rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a3}^2 = \rho_a^{(0)} \left(c_{a3}^2 + \frac{1}{3} [c_{a4}^2 + c_{a5}^2] \right) + \rho_l^{(0)} c_{ul}^2 + \rho^{(0)} c_{us}^2, \quad (17)$$

$$\rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a1}^2 = \rho_a^{(0)} c_{a1}^2 + \rho_a^{(0)} c_{al}^2 \frac{\rho_a^{(0)}}{\rho^{(0)}} + 2\rho_a^{(0)} c_{as}^2 + \rho_l^{(0)} c_{l2}^2 + \\ + \rho_l^{(0)} c_{ls}^2 + \frac{2}{3} \rho_a^{(0)} c_{us}^2 + \frac{1}{3} \rho_l^{(0)} c_{ul}^2 - \\ - \frac{1}{3} \rho_a^{(0)} c_{a2}^2 - \frac{2}{3} \rho_a^{(0)} c_{a3}^2 + \frac{1}{9} \rho_a (c_{a4}^2 + c_{a5}^2), \quad (18)$$

$$\tilde{c}_{us}^2 = c_{us}^2 \frac{\rho^{(0)}}{\rho_a^{(0)}} + c_{a3}^2 + \frac{1}{3} (c_{a4}^2 + c_{a5}^2). \quad (19)$$

Исходя из сделанных выше оценок, положим далее везде:

$$\tilde{c}_{l1}^2 \approx c_{l1}^2. \quad (20)$$

3. Дисперсионное уравнение. Для решения системы уравнений (3)–(5) используем определение потенциальности сверхтекучего течения в полярной фазе, т.е. $(v_s)_i = \nabla_i \delta \varphi$, ($\hbar/2m = 1$). Тогда уравнение (5) упрощается до вида:

$$\frac{\partial \delta \varphi}{\partial t} + \delta \mu_l = 0. \quad (21)$$

Будем искать решение уравнений в виде периодической функции $\sim e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}}$. Исключив из уравнений (3) и (21) переменную $\delta \rho_l$, после тривиальных преобразований получим выражения для $\delta \varphi$, δp и $\delta \sigma_{ij}$, записанные как функции смещения u_i :

$$\delta \varphi = \omega k_i (\delta \varphi)_{ij} u_j = \\ = \omega k_i \{ (\delta \varphi)_\perp \delta_{ij} + [(\delta \varphi)_\parallel - (\delta \varphi)_\perp] \hat{z}_i \hat{z}_j \} u_j, \quad (22)$$

$$\delta \tilde{p} = i k_i (\delta p)_{ij} u_j = \\ = i k_i \{ (\delta p)_\perp \delta_{ij} + [(\delta p)_\parallel - (\delta p)_\perp] \hat{z}_i \hat{z}_j \} u_j, \quad (23)$$

$$\delta \tilde{\sigma}_{ij} = i \delta \alpha_{ijkl} k_l u_m = \quad (24)$$

$$= i \left(\rho_a^{(0)} \frac{c_{a2}^2}{2} [\delta_{im} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jm}] + \right. \\ \left. + \frac{\rho_a^{(0)} c_{a4}^2}{4} [\hat{z}_i \hat{z}_m \delta_{jl} + \hat{z}_j \hat{z}_m \delta_{il} + \hat{z}_j \hat{z}_l \delta_{im} + \hat{z}_i \hat{z}_l \delta_{jm}] + \right. \\ \left. + \hat{z}_i \hat{z}_j \{ (\delta \alpha)_\perp \delta_{lm} + [(\delta \alpha)_\parallel - (\delta \alpha)_\perp] \hat{z}_l \hat{z}_m \} \right) k_l u_m,$$

где

$$(\delta \varphi)_\perp = - \frac{\tilde{c}_{ls}^2 \rho_l^{(0)} + c_{l1}^2 \rho_n^\perp}{\omega^2 \rho_l^{(0)} - (\rho_s)_{ij} k_i k_j c_{l1}^2}, \quad (25)$$

$$(\delta \varphi)_\parallel - (\delta \varphi)_\perp = \frac{c_{ul}^2 \rho_l^{(0)} - c_{l1}^2 [\rho_n^\parallel - \rho_n^\perp]}{\omega^2 \rho_l^{(0)} - (\rho_s)_{ij} k_i k_j c_{l1}^2}, \quad (26)$$

$$(\delta p)_\perp = \frac{1}{\omega^2 \rho_l^{(0)} - (\rho_s)_{ij} k_i k_j c_{l1}^2} \times \\ \times (-\rho_l^{(0)} \omega^2 [\rho_n^\perp c_{l1}^2 + \rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a1}^2] + \\ + (\rho_s)_{ij} k_i k_j [\rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a1}^2 - \rho_l^{(0)} \tilde{c}_{ls}^2 c_{l1}^2]), \quad (27)$$

$$(\delta p)_\parallel - (\delta p)_\perp = \frac{1}{\omega^2 \rho_l^{(0)} - (\rho_s)_{ij} k_i k_j c_{l1}^2} \times \\ \times (\omega^2 \rho_l^{(0)} [\rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a3}^2 - [\rho_n^\parallel - \rho_n^\perp] c_{l1}^2] - \\ - (\rho_s)_{ij} k_i k_j [\rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a3}^2 - \rho_l^{(0)} c_{ul}^2] c_{l1}^2), \quad (28)$$

$$(\delta \alpha)_\perp = - \frac{1}{\omega^2 \rho_l^{(0)} - (\rho_s)_{ij} k_i k_j c_{l1}^2} \times \\ \times (\rho_l^{(0)} \omega^2 [\rho_n^\perp c_{ul}^2 + \rho_a^{(0)} \tilde{c}_{us}^2] - \\ - (\rho_s)_{ij} k_i k_j [\rho_a^{(0)} \tilde{c}_{us}^2 c_{l1}^2 - \rho_l^{(0)} \tilde{c}_{ls}^2 c_{ul}^2]), \quad (29)$$

$$(\delta \alpha)_\parallel - (\delta \alpha)_\perp = \frac{1}{\omega^2 \rho_l^{(0)} - (\rho_s)_{ij} k_i k_j c_{l1}^2} \times \\ \times (\omega^2 \rho_l^{(0)} [\rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a5}^2 - [\rho_n^\parallel - \rho_n^\perp] c_{ul}^2] - \\ - (\rho_s)_{ij} k_i k_j [\rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a5}^2 c_{l1}^2 - \rho_l^{(0)} c_{ul}^4]). \quad (30)$$

Используя полученные выражения и введенные обозначения, перепишем итоговое уравнение на вектор смещения \mathbf{u} в виде:

$$[-\omega^2 \{ \rho_a^{(0)} \delta_{im} + (\rho_n)_{im} - (\rho_s)_{ij} (\delta \varphi)_{lm} k_j k_l \} + \\ + \{ (\delta \alpha)_{ijlm} - \delta_{il} (\delta p)_{jm} \} k_j k_l] u_m = 0. \quad (31)$$

Условие совместимости трех линейных уравнений дает дисперсионное уравнение на частоты колебаний:

$$\det(-\omega^2 \{ \rho_a^{(0)} \delta_{im} + (\rho_n)_{im} - (\rho_s)_{ij} (\delta \varphi)_{lm} k_j k_l \} + \\ + \{ (\delta \alpha)_{ijlm} - \delta_{il} (\delta p)_{jm} \} k_j k_l) = 0. \quad (32)$$

Полученное уравнение является, вообще говоря, уравнением четвертой степени относительно квадрата частоты, что соответствует четырем колебательным модам для каждого направления волнового

вектора. Понятно, что четвертая колебательная мода должна возникать в точке сверхтекучего перехода внутри аэрогеля и являться аналогом второго звука для рассматриваемой системы. Наличие трех различных типов колебаний выше точки перехода обусловлено анизотропными упругими свойствами аэрогеля.

4. Низкочастотные моды. Точное решение уравнения (32) слишком громоздко. Ограничимся лишь некоторыми простыми пределами, имеющими отношение к недавним экспериментам [8]. Наблюдаемые в экспериментах по колебанию нематического аэрогеля в ${}^3\text{He}$ частоты резонансов имеют порядок 10^3 Гц. Так как характерные длины возбуждаемых волн определяются размерами аэрогеля, т.е. порядка 1 мм, то отсюда можно заключить, что первый звук в ${}^3\text{He}$ в рассматриваемых экспериментах внутри аэрогеля не возбуждается. Исходя из этого, будем искать решение уравнения (32) только для низкочастотных мод колебаний системы, т.е. с учетом малого параметра $\omega^2/(c_{l1}^2 k^2)$ в нашем уравнении. Более того, считая, что скорость звука в ${}^3\text{He}$ порядка 300 м/с, а точность измерения сверхтекучей плотности ограничена условием $\frac{\rho_s}{\rho_l^{(0)}} > 10^{-4}$, то можно утверждать, что во всем доступном диапазоне температур выполнено даже более сильное условие: $\omega^2 \ll \frac{\rho_s}{\rho_l^{(0)}} k^2 c_{l1}^2$. Таким образом, в нулевом порядке по рассматриваемому малому параметру в знаменателях выражений для $\delta\varphi_{\perp,\parallel}$, $\delta p_{\perp,\parallel}$, $\delta\alpha_{\perp,\parallel}$ можно пренебречь первым слагаемым, а также отношением всех скоростей к скорости первого звука c_{l1} . В данном приближении компоненты тензоров $(\delta\varphi)_{ij}$, $(\delta p)_{ij}$, $(\delta\alpha)_{ijkl}$ имеют крайне простой вид:

$$(\delta\varphi)_{\perp} = \frac{\rho_n^{\perp}}{(\rho_s)_{ij} k_i k_j},$$

$$(\delta\varphi)_{\parallel} - (\delta\varphi)_{\perp} = \frac{[\rho_n^{\parallel} - \rho_n^{\perp}]}{(\rho_s)_{ij} k_i k_j},$$

$$(\delta p)_{\perp} = \omega^2 \frac{\rho_l^{(0)} \rho_n^{\perp}}{(\rho_s)_{ij} k_i k_j} - \rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a1}^2 + \rho_l^{(0)} \tilde{c}_{ls}^2,$$

$$(\delta p)_{\parallel} - (\delta p)_{\perp} = \omega^2 \frac{\rho_l^{(0)} [\rho_n^{\parallel} - \rho_n^{\perp}]}{(\rho_s)_{ij} k_i k_j} + \rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a3}^2 - \rho_l^{(0)} c_{ul}^2,$$

$$(\delta\alpha)_{\perp} = -\rho_a^{(0)} \tilde{c}_{us}^2,$$

$$(\delta\alpha)_{\parallel} - (\delta\alpha)_{\perp} = \rho_a^{(0)} c_{a5}^2.$$

Рассмотрим два частных случая направления распространения волн в аэрогеле: параллельно оси анизотропии аэрогеля и перпендикулярно. В первом случае, когда $k_{x,y} = 0$, получим две частоты коле-

баний – для двух поперечных ($u_z = 0$) и одной продольной ($u_z \neq 0$) мод:

$$(\omega_{1,2}^z)^2 = \frac{\rho_a^{(0)}}{\rho_a^0 + \rho_n^{\perp}} \frac{2c_{a2}^2 + c_{a4}^2}{4} k_z^2, \quad (33)$$

$$(\omega_3^z)^2 = \frac{\rho_l^{(0)} \rho_s^{\parallel}}{\rho_a^0 \rho_s^{\parallel} + \rho_l^{(0)} \rho_n^{\parallel}} \tilde{c}_{a5}^2 k_z^2, \quad (34)$$

где $\tilde{c}_{a5}^2 = [\tilde{c}_{a1}^2 + c_{a2}^2 - \tilde{c}_{a3}^2 + c_{a4}^2 + c_{a5}^2 - \tilde{c}_{us}^{(0)}] \frac{\rho_s^{(0)}}{\rho_l^{(0)}} + c_{ul}^2 - \tilde{c}_{ls}^2$.

Первая колебательная мода – это очевидно поперечные колебания аэрогеля и нормальной компоненты ${}^3\text{He}$, распространяющиеся вдоль оси z . Данное решение существует как в нормальной фазе, так и в сверхтекучей и связано исключительно с упругостью аэрогеля. Вторая колебательная мода – это аналог второго звука в сверхтекучей системе. Действительно, если устремить все скорости, связанные с аэрогелем, и плотность аэрогеля к нулю, то получим обычное выражение для частоты второго звука в сверхтекучей системе:

$$(\omega_3^z)^2 \rightarrow \frac{\rho_s^{\parallel}}{\rho_n^{\parallel}} c_{l2}^2 k_z^2. \quad (35)$$

Отметим, что для данной моды взаимодействие с аэрогелем приводит к тому, что скорость распространения колебаний определяется теперь упругостью аэрогеля вдоль оси z .

Для колебаний в направлениях, перпендикулярных оси z , получим следующие результаты:

$$(\omega_1^{xy})^2 = \frac{\rho_a^{(0)}}{\rho_a^0 + \rho_n^{\parallel}} \frac{2c_{a2}^2 + c_{a4}^2}{4} (k_x^2 + k_y^2), \quad (36)$$

$$(\omega_2^{xy})^2 = \frac{\rho_a^{(0)}}{\rho_a^0 + \rho_n^{\perp}} \frac{c_{a2}^2}{2} (k_x^2 + k_y^2), \quad (37)$$

$$(\omega_3^{xy})^2 = \frac{\rho_l^{(0)} \rho_s^{\perp}}{\rho_a^0 \rho_s^{\perp} + \rho_l^{(0)} \rho_n^{\perp}} \times \left([\tilde{c}_{a1}^2 + c_{a2}^2] \frac{\rho_a^{(0)}}{\rho_l^{(0)}} - \tilde{c}_{ls}^2 \right) (k_x^2 + k_y^2). \quad (38)$$

Первая колебательная мода аналогична первым двум модам, найденным ранее ($\omega_{1,2}^z$), но в ней колеблется z компонента вектора смещения. Различие частот в данных модах связано с анизотропией нормальной компоненты плотности полярной фазы сверхтекучего ${}^3\text{He}$. Появление второй поперечной моды, в свою очередь, связано с анизотропией упругих свойств аэрогеля. Наконец, третья колебательная мода включает в себя совместные колебания нормальной компоненты ${}^3\text{He}$ и аэрогеля относительно сверхтекучей компоненты, т.е. это опять аналог

второго звука только уже для поперечного направления распространения колебаний.

Спектр собственных колебаний системы зависит от граничных условий на поверхности аэрогеля. В применении к рассматриваемой экспериментальной ситуации, когда аэрогель в форме прямоугольного параллелепипеда находится в ячейке и окружен снаружи ^3He , необходимо дополнительно решить гидродинамические уравнения снаружи аэрогеля для соответствующей сверхтекучей фазы, наложив условия отсутствия тока на бесконечности. Качественное обсуждение данного вопроса содержится в следующем разделе.

5. Сдвиговые колебания. Рассмотрим теперь приближенно колебания, в которых все компоненты вектора смещения и волнового вектора не равны нулю. Для нас существенно, что снаружи аэрогеля находится сверхтекучий ^3He . Покажем с помощью простых оценочных рассуждений, что в этом случае в системе возможно возбуждение сдвиговых колебаний. Будем искать пространственную часть решения внутри аэрогеля в виде:

$$u_x = u_x^{(0)} \sin(k_x x + \gamma_x) \cos(k_y y + \gamma_y) \cos(k_z z + \gamma_z), \quad (39)$$

$$u_y = u_y^{(0)} \cos(k_x x + \gamma_x) \sin(k_y y + \gamma_y) \cos(k_z z + \gamma_z), \quad (40)$$

$$u_z = u_z^{(0)} \cos(k_x x + \gamma_x) \cos(k_y y + \gamma_y) \sin(k_z z + \gamma_z). \quad (41)$$

Колебания аэрогеля могут возбуждать волны первого и второго звука снаружи. Так как скорость второго звука гораздо меньше упругих скоростей аэрогеля, то второй звук будет излучаться в окружающее пространство, давая при этом вклад в затухание собственных мод системы. Скорость первого звука, наоборот, гораздо больше скоростей звука в аэрогеле, что приводит к затуханию волн первого звука вдали от границы аэрогеля. Действительно, квадрат волнового вектора для колебаний первого звука снаружи будет:

$$(k_1^{\text{out}})^2 = \frac{\omega^2}{c_{11}^2}, \quad (42)$$

где ω – частота собственных колебаний системы (аэрогель и ^3He). Длина волны первого звука даже для максимальных частот колебаний (порядка 1600 Гц) составляет примерно 20–25 см, что во много раз превышает размеры образца. Рассмотрим плоскость xz , разделяющую аэрогель ($y < 0$) и жидкость ($y > 0$). Вблизи поверхности решение для нормальной компоненты смещения снаружи аэрогеля приближенно будет иметь вид:

$$u_y \approx u_y^{(0)} \sin \gamma_y e^{-k_y^{\text{out}} y} \cos(k_x x) \cos(k_z z), \quad (43)$$

где $k_y^{\text{out}} = \sqrt{k_x^2 + k_z^2 - (k_1^{\text{out}})^2} \approx \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$. На границе аэрогеля, определяемой нормалью n_i , должны быть непрерывны компоненты тензора потока импульса $\Pi_{ij} n_j$. В частности, должна быть непрерывна компонента тензора Π_{yy} . Так как колебания давления во втором звуке в окружающей аэрогель сверхтекучей жидкости крайне малы, то основной вклад в Π_{yy}^{out} будет давать затухающая волна первого звука:

$$\Pi_{yy}^{\text{out}} \approx \rho_l^{(0)} c_{11}^2 \partial_i u_i = \frac{\rho_l^{(0)} \omega^2}{k_y^{\text{out}}} u_y. \quad (44)$$

Внутри аэрогеля имеем соответственно:

$$\Pi_{yy}^{\text{in}} \approx \rho_a^{(0)} c_{ay}^2 \partial_y u_y - \omega^2 \frac{\rho_l^{(0)} \rho_n^{\perp}}{(\rho_s)_{ij} k_i^{\text{in}} k_j^{\text{in}}} \partial_i u_i, \quad (45)$$

где $c_{ay}^2 = \tilde{c}_{a1}^2 + c_{a2}^2$ – продольная скорость звука вдоль направления y в аэрогеле. Вблизи T_c , когда $\rho_s \ll \rho_n$, положим $\rho_a^{(0)} c_{ay}^2 \ll \omega^2 \frac{\rho_l^{(0)} \rho_n^{\perp}}{(\rho_s)_{ij} k_i^{\text{in}} k_j^{\text{in}}}$ (область параметров аэрогеля, где данное утверждение можно использовать, будет рассмотрена ниже), и поэтому первым членом в Π_{yy}^{in} можно пренебречь. Приравняв Π_{yy}^{in} и Π_{yy}^{out} на границе, получим следующее соотношение:

$$(u_i^{(0)} k_i^{\text{in}}) = - \frac{(\rho_s)_{ij} k_i^{\text{in}} k_j^{\text{in}}}{\rho_n^{\perp} k_y^{\text{in}} k_y^{\text{out}}} (u_y^{(0)} k_y^{\text{in}}) \tan \gamma_y. \quad (46)$$

Во-первых, заметим, что так как $k_x^{\text{in}}, k_y^{\text{in}}, k_y^{\text{out}}$ в задаче имеют одинаковый порядок, то $\frac{(\rho_s)_{ij} k_i^{\text{in}} k_j^{\text{in}}}{\rho_n^{\perp} k_y^{\text{in}} k_y^{\text{out}}} \sim \frac{\rho_s}{\rho_n} \ll 1$. Во вторых, из непрерывности Π_{xy} можно оценить $\sin \gamma_y$ как $\sin \gamma_y \sim \delta(\omega) \cdot k_x \ll 1$, где $\delta(\omega) \sim 0.1$ мм – глубина вязкого проникновения в ^3He для частот порядка 1000 Гц. Таким образом, получим, что $|u_y^{\text{in}} k_y| \gg |u_i k_i^{\text{in}}|$. Аналогичным образом можно рассмотреть другую боковую грань аэрогеля (параллельную оси анизотропии), откуда следует, что $|u_x^{\text{in}} k_x| \gg |u_i k_i^{\text{in}}|$. Нас в дальнейшем будут интересовать колебания, в которых $u_x^{(0)}$ и $u_y^{(0)}$ имеют одинаковый знак (одновременное сжатие или растяжение в боковых направлениях). Для таких колебаний с необходимостью следует, что $|k_x u_x| \ll |k_z u_z|$, что верно, если выполнено дополнительное условие $\rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a5}^2 \ll \omega^2 \frac{\rho_l^{(0)} \rho_n^{\perp}}{(\rho_s)_{ij} k_i^{\text{in}} k_j^{\text{in}}}$. Таким образом, в нулевом порядке по отношению ρ_s/ρ_n можно положить $k_x u_x \approx 0$. В итоге мы получили, что вблизи T_c из-за наличия снаружи аэрогеля несжимаемой жидкости рассматриваемые колебания должны быть чисто сдвиговыми. Найдем теперь как соотносятся $k_x^{\text{in}}, k_y^{\text{in}}$ и

k_z^{in} в данном типе колебаний. Как было сказано выше, жесткость аэрогеля вдоль оси z гораздо больше, чем в поперечном направлении. Поэтому, считая, что продольная скорость звука вдоль оси z в аэрогеле в несколько раз больше, чем поперечная, из уравнения на u_z следует, что $k_z^2 \sim \omega^2/\tilde{c}_{a5}^2 \ll k_x^2, k_y^2$, (здесь мы предположили, что итоговая частота колебаний определяется поперечной скоростью звука в аэрогеле). Рассматриваемые колебания представляют из себя двухстороннее сжатие в поперечном направлении при одновременном растяжении в продольном, сохраняющем полный объем аэрогеля, т.е. это колебания формы аэрогеля.

Найдем спектр системы с учетом дополнительного требования $k_i u_i = 0$. Для этого рассмотрим первые два уравнения для u_x, u_y , подставив в них значение u_z из нулевого приближения, т.е. $u_z = -\frac{u_x k_x + u_y k_y}{k_z}$. Таким образом, эффективная система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} & \left[-(\rho_a^0 + \rho_n^\perp)\omega^2 + \left(\frac{\rho_a^0 c_{a2}^2}{2} - \frac{\rho_a^0 c_{a4}^2}{4} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \rho_s^\perp [(\delta\varphi)_\parallel - (\delta\varphi)_\perp]\omega^2 + [\delta p_\parallel - \delta p_\perp] \right) k_x^2 + \right. \\ & \left. + \frac{\rho_a^0 c_{a2}^2}{2} k_y^2 + \left(\frac{\rho_a^0 c_{a2}^2}{2} + \frac{\rho_a^0 c_{a4}^2}{4} \right) k_z^2 \right] u_x + \\ & \quad + \left[-\rho_s^\perp [(\delta\varphi)_\parallel - (\delta\varphi)_\perp]\omega^2 + \right. \\ & \left. + \left(\delta p_\parallel - \delta p_\perp - \frac{\rho_a^0 c_{a4}^2}{4} \right) \right] k_x k_y u_y = 0, \quad (47) \end{aligned}$$

где второе уравнение получается из первого заменой индексов $x \leftrightarrow y$. Чтобы исследовать интересующий нас эффект связи колебаний аэрогеля и сверхтекучей компоненты ^3He , выражение для $(\delta p_\parallel - \delta p_\perp)$ необходимо писать с точностью до первого не исчезающего члена по малому параметру $\omega^2/(c_{l1}^2 k^2)$, т.е.:

$$\begin{aligned} \delta p_\parallel - \delta p_\perp &= \omega^2 \frac{\rho_l^{(0)} [\rho_n^\parallel - \rho_n^\perp]}{(\rho_s)_{ij} k_i k_j} + \rho_a^{(0)} \tilde{c}_{a3}^2 - \\ & - \rho_l^{(0)} c_{ul}^2 \left(1 + \frac{\rho_l^{(0)} \omega^2}{(\rho_s)_{ij} k_i k_j c_{l1}^2} \right). \quad (48) \end{aligned}$$

Согласно сделанному выше предположению во всех уравнениях можно опустить члены, пропорциональные k_z^2 . Условие совместимости двух линейных уравнений дает две частоты колебаний:

$$\omega_1^2 = \frac{\rho_a^0}{\rho_a + \rho_n^\perp} \frac{c_{a2}^2}{2} (k_x^2 + k_y^2), \quad (49)$$

$$\omega_2^2 = \frac{\rho_a^{(0)} \rho_s^\perp (k_x^2 + k_y^2) c_{a\perp}^2}{\left[(\rho_n^\perp \rho_s^\parallel + \rho_a^{(0)} \rho_s^\perp) + \rho_l^{(0)} \rho_n^\perp \frac{c_{yl}^2}{c_{l1}^2} \right]}, \quad (50)$$

где $c_{a\perp}^2 = \left(\frac{c_{a2}^2}{2} + \left(\tilde{c}_{a3}^2 - \frac{\rho_a^{(0)}}{\rho_a^0} c_{ul}^2 \right) - \frac{c_{a4}^2}{4} \right)$. Первой частоте колебаний соответствует собственный вектор, в котором колебания вдоль осей x и y происходят в противофазе и удовлетворяют уравнению $k_x u_x + k_y u_y = 0$. Поэтому данное решение должно быть отброшено как не удовлетворяющее исходному предположению. Наибольший интерес представляет вторая мода, для которой $k_x u_x + k_y u_y \neq 0$. Отметим, что скорость $c_{a\perp}$, вообще говоря, не зависит от c_{ul} , что видно после подстановки выражения для \tilde{c}_{a3} . Таким образом, $c_{a\perp}$ полностью определяется упругими свойствами аэрогеля. В полученном выражении можно выделить две асимптотические зависимости:

$$\frac{(\rho_s^\perp \rho_a^0) c_{a\perp}^2}{(\rho_l^{(0)})^2 c_{ul}^2} c_{l1}^2 k^2, \quad \frac{\langle \rho_s \rangle}{\rho_l^{(0)}} \ll \frac{c_{ul}^2}{c_{l1}^2}, \quad (51)$$

$$\frac{\rho_a^{(0)}}{\rho_a^{(0)} + \rho_n \frac{\rho_s^\parallel}{\rho_s^\perp}} c_{a\perp}^2 k^2, \quad \frac{\langle \rho_s \rangle}{\rho_l^{(0)}} \gg \frac{c_{ul}^2}{c_{l1}^2}, \quad (52)$$

где $\langle \rho_s \rangle = \rho_s^\parallel + \frac{\rho_a^{(0)}}{\rho_l^{(0)}} \rho_s^\perp$. При относительно малых значениях сверхтекучей плотности выражение (51) пропорционально $\rho_s^\perp c_{l1}^2$, что совпадает с зависимостью для четвертого звука, распространяющегося в перпендикулярном к оси анизотропии аэрогеля направлении. В противоположном пределе квадрат частоты стремится к асимптотическому предельному значению, определяемому частотой сдвиговых колебаний аэрогеля с учетом дополнительной массы ^3He .

6. Сравнение с экспериментом. Проведем сравнение полученной зависимости с экспериментальными данными на начальном участке, т.е. вблизи температуры сверхтекучего перехода, где справедливо разложение Гинзбурга–Ландау [8] (см. рис. 1). В пределе Гинзбурга–Ландау анизотропия тензора сверхтекучей плотности не зависит от давления и отношение диагональных компонент тензора $\rho_s^\parallel/\rho_s^\perp$ равно 3. В этом же приближении сверхтекучая плотность в направлении, перпендикулярном орбитальному вектору \mathbf{m} , определяется выражением:

$$\rho_s^\perp = \frac{(1 - \frac{T}{T_{ca}}) \rho_l^{(0)}}{\beta_{12345} (1 + \frac{F_1^s}{3})}, \quad (53)$$

где T_{ca} – температура сверхтекучего перехода в полярную фазу, $\beta_{12345} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_5$, β_i – коэффициенты разложения свободной энергии ^3He в теории Гинзбурга–Ландау, F_1^s – параметр Ландау ферми-жидкости. Все коэффициенты, которые входят в написанное выше выражение, зависят от давления. Для оценки положим волновые вектора в перпендикулярном направлении $k_x \sim k_y \sim \pi/a$. Срав-

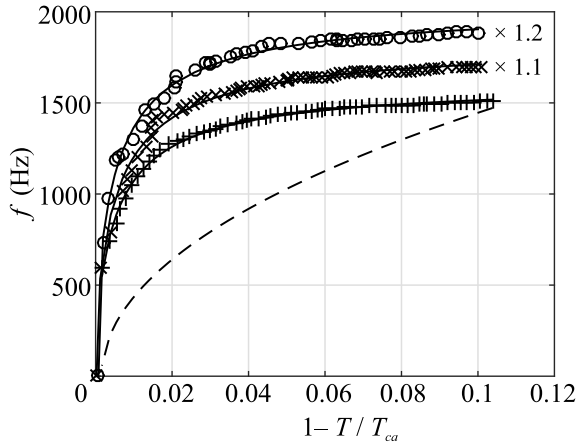


Рис. 1. Пунктирная линия – схематичное изображение температурной зависимости частоты продольной колебательной моды (34). Кружки, кресты, плюсы – зависимость от температуры частоты второй колебательной моды, наблюдаемой в эксперименте [8], для давлений 7.1, 15.6, 29.3 бар соответственно. Сплошные линии – подгонка теоретической зависимостью для сдвиговой колебательной моды (50). Зависимость ρ_s^\perp взята из (53), где использовались значения коэффициентов β_i чистого ^3He

нение теоретической и экспериментальной зависимостей частоты второй моды от температуры для давлений 7.1, 15.6 и 29.3 бар представлено на рис. 1. Для наглядности значения частоты для 7.1 бар умножены на 1.2, а для 15.6 бар на 1.1. При построении теоретической зависимости использовались три подгоночных параметра: T_{ca} , $c_{a\perp}$ и c_{ul} . Для всех трех зависимостей наилучшее согласие достигается при $c_{a\perp} \approx 17$ м/с, что согласуется с утверждением, что данная скорость определяется исключительно упругими свойствами аэрогеля, которые не зависят от давления. Одновременно с этим феноменологический коэффициент c_{ul}^2 зависит от давления, но его отношение к c_{11}^2 от давления практически не зависит и равно примерно 0.01. По всей видимости, этот результат указывает на то, что данное отношение является функцией только от концентрации примесей.

Вернемся теперь к вопросу о сделанном в начале раздела предположении, что близи T_c можно считать $\rho_a^{(0)} c_{a5}^2 \ll \omega^2 \frac{\rho_l^{(0)} \rho_n^\perp}{(\rho_s)_{ij} k_i k_j}$. Подставив для частоты асимптотическое решение (51) и найденные численно значения параметров, получим, что $c_{a5} \ll 150$ м/с. Температурная же область применимости полученных результатов ограничена условием $\rho_s^\perp / \rho_n^\perp \ll \frac{c_{a\perp}^2}{c_{a5}^2}$. Поэтому можно заключить, что для возможности применения построенного приближения необходимо,

чтобы анизотропия скоростей в аэрогеле была не слишком большой.

7. Заключение. Остановимся на некоторых выводах работы относительно экспериментального применения полученных результатов. Во-первых, отметим, что найденные в разделе 4 колебательные моды ^3He и нематического аэрогеля вряд ли могли быть возбуждены в экспериментах по колебанию аэрогеля внутри сверхтекучего ^3He [8]. Это связано со специфическими граничными условиями в которых находится рассматриваемая система. Сравнение теоретической кривой с экспериментальной зависимостью представлено на рис. 1. Отметим, что полученные в статье продольные колебательные моды (для двух направлений распространения колебаний) аналогичны полученной теоретически и найденной экспериментально “медленной” моде в изотропном кремниевом аэрогеле [11]. Поэтому, по всей видимости, для наблюдения данных мод в рассматриваемой системе полезным было бы использование методики возбуждения колебаний посредством пропускания обычного звука через аэрогель в различных направлениях. В то же время найденная в статье зависимость частоты сдвиговых колебаний от температуры достаточно хорошо согласуется с экспериментально наблюдаемой, а подгоночные параметры в виде соответствующих упругих коэффициентов укладываются в оценочные рамки. С одной стороны, возможность возникновения такого рода колебаний возникает вследствие очень слабой сжимаемости жидкости как снаружи системы, так и внутри нее, по отношению к сжимаемости аэрогеля. Это приводит к тому, что при колебаниях объем системы не изменяется. С другой стороны, возбуждение таких колебаний является спецификой рассматриваемой системы, связанной с анизотропными свойствами нематического аэрогеля. Взаимодействие ^3He и анизотропного аэрогеля приводит к тому, что химический потенциал жидкости становится функцией u_{zz} . Появление такой связи описывается упругим коэффициентом $c_{ul}^2 \neq 0$ в разложении энергии системы по степеням u_{zz} . Из-за низкой концентрации примесей данный коэффициент мал по отношению к квадрату скорости первого звука c_{11}^2 . Наличие дополнительного члена приводит к тому, что даже при условии, что $u_{ll} = 0$, оказывается возможной связь между колебаниями нормальной компоненты системы и колебаниями сверхтекучей компоненты. В полученной зависимости частоты от температуры можно выделить два участка: в начале зависимость совпадает с частотой четвертого звука, уменьшенной на величину связи $c_{a\perp}/c_{ul}$, а на конечном сводится к частоте сдвиговых колеба-

ний системы с учетом только ее нормальной компоненты плотности. Как следует из подгонки экспериментальных кривых, отношение c_{ul}^2/c_{l1}^2 не зависит от давления. Поэтому полученное выражение для частоты сдвиговых колебаний можно было бы использовать для исследования температурной зависимости сверхтекучей плотности и степени ее анизотропии в области температур, пока выполнено условие $\rho_s^\perp/\rho_n^\perp \ll \frac{c_s^2}{c_{a5}^2}$. На настоящий момент упругие свойства нематических аэрогелей систематически не изучались. Для возможности правильной интерпретации полученных из сравнения с экспериментов результатов необходимо, чтобы отношение $\frac{c_s^2}{c_{a5}^2}$ было не больше 0.1 (так как из (53) $\rho_s^\perp/\rho_l^{(0)} \sim 0.1[1 - T/T_{ca}]$). Отметим, что для системы примесей, состоящей из идеально сонаправленных и зеркально отражающих квазичастицы нитей справедлива теорема Андерсона, согласно которой данный тип примесей не меняет сверхтекучих свойств полярной фазы, таких как температура сверхтекучего перехода и зависимость щели в спектре возбуждений от температуры [14]. Поэтому, измерение температурной зависимости сверхтекучей плотности позволяет произвести оценку степени выполнения данной теоремы для реальных аэрогелей. Здесь следует заметить, что для рассматриваемой системы вклад примесей в сверхтекучую плотность не связан только с рассеянием квазичастиц на нитях. Есть еще эффект присоединенной массы, которая возникает при потенциальном обтекании нитей сверхтекучим потоком в направлении, перпендикулярном направлению нитей. Данный вклад не может быть посчитан в рассмотренном гидродинамическом приближении, однако конечность эффекта не вызывает сомнений. Исходя из

этого, при проверке выполнения теоремы Андерсона необходимо исключить из рассмотрения указанный выше эффект.

Автор признателен Л. А. Мельниковскому, А. А. Солдатову и И. А. Фомину за полезные комментарии и конструктивную критику.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект # 18-12-00384).

1. D. Vollhardt and P. Wölfle, *The Superfluid Phases of ^3He* , Taylor and Francis, London (1990).
2. T. T. Heikkilä and G. E. Volovik, *JETP Lett.* **93**, 59 (2011).
3. K. Aoyama and R. Ikeda, *Phys. Rev. B* **73**, 060504(R) (2006).
4. V. V. Dmitriev, A. A. Senin, A. A. Soldatov and A. N. Yudin, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 165304 (2015).
5. V. P. Mineev, *Low Temp. Phys.* **177**, 48 (2014).
6. G. E. Volovik, *Pis'ma v ZhETF* **115**, 306 (2022).
7. S. Autti, V. V. Dmitriev, J. T. Mäkinen, A. A. Soldatov, G. E. Volovik, A. N. Yudin, V. V. Zavjalov, and V. B. Eltsov, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 255301 (2016).
8. В. В. Дмитриев, М. С. Кутузов, А. А. Солдатов, Е. В. Суровцев, А. Н. Юдин, *Письма в ЖЭТФ* **112**, 820 (2020).
9. V. V. Dmitriev, M. S. Kutuzov, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 265301 (2021).
10. Е. В. Суровцев, *ЖЭТФ*, **160**, 553 (2021).
11. A. Golov, D. A. Geller, and J. M. Parpia, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3492 (1999).
12. M. J. McKenna, T. Slawcki, and J. D. Maynard, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1878 (1991).
13. H. R. Brand and H. Pleiner, *Phys. Rev. B* **102**, 094510 (2020).
14. И. А. Фомин, *ЖЭТФ* **154**, 1034 (2018).