Письма в ЖЭТФ, том 77, вып. 8, с. 509 – 512 © 2003 г. 25 апреля

Влияние эффектов дальнодействия на критическое поведение неупорядоченных трехмерных систем

С. В. Белим[1)]

Омский государственный университет, 644077 Омск, Россия

Поступила в редакцию 25 февраля 2003 г.

Осуществлено теоретико-полевое описание поведения изинговских неупорядоченных систем с эффектами дальнодействия в двухпетлевом приближении непосредственно в трехмерном пространстве с применением техники суммирования Паде-Бореля. Проведен анализ ренормгрупповых уравнений и выделены фиксированные точки, определяющие критическое поведение системы. Показано, что влияние замороженных дефектов структуры на системы с эффектами дальнодействия может приводить как к смене режима критического поведения, так и к размытию фазового перехода.

PACS: 64.60.–i

Влияние эффектов дальнодействия, описываемого на больших расстояниях степенным законом $1/r^{-D-a}$, было исследовано аналитически в рамках ε-разложения [1 – 3] и численно методом Монте-Карло [4 – 6] для двумерных и одномерных систем, и показало существенность влияния эффектов дальнодействия на критическое поведение изинговских систем для значений параметра $a < 2$. Исследование непосредственно в трехмерном пространстве в двухпетлевом приближении [7] подтвердило предсказание ε-разложения для однородных систем с дальнодействием.

Как показано в работах [8, 9], введение в систему замороженных примесей приводит к изменению режима критического поведения. В связи с этим представляет большой интерес выявление влияния замороженных дефектов структуры на критическое поведение систем с дальнодействием.

В данной работе проводится описание критического поведения трехмерных неупорядоченных систем с учетом эффектов дальнодействия при различных значениях параметра a непосредственно.

Гамильтониан системы с учетом эффектов дальнодействия может быть записан в виде

$$H_0=\frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_0+q^a)S_qS_{-q}+\frac{1}{2}\int d^Dq\Delta\tau_qS_qS_{-q}+ \\ +u_0\int d^DqS_{q1}S_{q2}S_{q3}S_{-q1-q2-q3}, \tag{1}$$

где S_q – флуктуации параметра порядка, D – размерность пространства, $\tau_0 \sim |T-T_c|$, T_c – критическая температура, u_0 – положительная константа, $\Delta\tau(x)$ – случайное поле примесей типа случайной температуры.

Критическое поведение существенно зависит от параметра a, задающего скорость убывания взаимодействия с расстоянием. Как показано в работе [1], влияние эффектов дальнодействия существенно при $0 < a < 2$, а при $a \geq 2$ критическое поведение эквивалентно короткодействующим системам. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся случаем $0 < a < 2$.

При малой концентрации примесей распределение случайного поля $\Delta\tau_q$ можно считать гауссовым и задать функцией

$$P[\Delta\tau]=A\exp[-\frac{1}{\delta_0}\int\Delta\tau_q^2d^Dq], \tag{2}$$

где A – нормировочная константа, а δ_0 – положительная константа, пропорциональная концентрации замороженных дефектов структуры.

Применяя репличную процедуру для усреднения по случайным полям, задаваемым замороженными дефектами структуры, получим эффективный гамильтониан системы:

$$H_R=\frac{1}{2}\int d^Dq(\tau_0+q^a)\sum_{b=1}^{m}S_q^bS_{-q}^b- \\ -\frac{\delta_0}{2}\sum_{b,c=1}^{m}\int d^Dq(S_{q1}^bS_{q2}^b)(S_{q3}^cS_{-q1-q2-q3}^c)+ \\ +u_0\sum_{b=1}^{m}\int d^DqS_{q1}^bS_{q2}^bS_{q3}^bS_{-q1-q2-q3}^b. \tag{3}$$

Свойства исходной системы могут быть получены в пределе числа реплик (образов) $m \to 0$.

Проводя стандартную ренормгрупповую процедуру на основе техники фейнмановских диаграмм [10]

[1)]e-mail: belim@univer.omsk.su

с пропогатором $G(\mathbf{k}) = 1/\tau + |\mathbf{k}|^a$, получаем выражения для функций β_u, β_δ, γ_φ и γ_t, задающих дифференциальное уравнение ренормгруппы:

$$\beta_u = -(4-D)u\Big[1 - 36uJ_0 + 24\delta J_0 + \\ + 1728\Big(2J_1 - J_0^2 - \tfrac{2}{9}G\Big)u^2 - \\ - 2304(2J_1 - J_0^2 - \frac{1}{6}G)u\delta + 672(2J_1 - J_0^2 - \frac{2}{3}G)\delta^2\Big], \quad (4)$$

$$\beta_\delta = -(4-D)\delta\Big[1 - 24uJ_0 + 16\delta J_0 + \\ + 576(2J_1 - J_0^2 - \tfrac{2}{3}G_1)u^2 - \\ - 1152(2J_1 - J_0^2 - \frac{1}{3}G)u\delta + 352(2J_1 - J_0^2 - \frac{1}{22}G)\delta^2\Big],$$

$$\gamma_t = (4-D)\Big[-12uJ_0 + 4\delta J_0 + \\ + 288\Big(2J_1 - J_0^2 - \tfrac{1}{3}G\Big)u^2 - \\ - 288(2J_1 - J_0^2 - \frac{2}{3}G)u\delta + 32(2J_1 - J_0^2 - \frac{1}{2}G)\delta^2\Big], \quad (5)$$

$$\gamma_\varphi = (4-D)64G(3u^2 - 3u\delta + \delta^2);$$

$$J_1 = \int \frac{d^Dq d^Dp}{(1+|\vec{q}|^a)^2(1+|\vec{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\vec{p}\vec{q}|^{a/2})},$$

$$J_0 = \int \frac{d^Dq}{(1+|\vec{q}|^a)^2},$$

$$G = -\frac{\partial}{\partial|\vec{k}|^a} \times \\ \int \frac{d^Dq d^Dp}{(1+|q^2+k^2+2\mathbf{kq}|^a)(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{pq}|^{a/2})}.$$

Переопределим эффективную вершину взаимодействия:

$$v_1 = \frac{u}{J_0}, \qquad v_2 = \frac{\delta}{J_0}. \quad (6)$$

В результате приходим к следующему выражению для функций β, γ_φ и γ_t:

$$\beta_1 = -(4-D)\Big[1 - 36v_1 + 24v_2 + \\ + 1728\Big(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{9}\widetilde{G}\Big)v_1^2 - \\ - 2304(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{1}{6}\widetilde{G})v_1v_2 + 672(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G})v_2^2\Big],$$

$$\beta_2 = -(4-D)\delta\Big[1 - 24v_1 + 16v_2 + \\ + 576(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G})v_1^2 - \\ - 1152(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{1}{3}\widetilde{G})v_1v_2 + 352(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{1}{22}\widetilde{G})v_2^2\Big], \quad (7)$$

$$\gamma_t = (4-D)\Big[-12v_1 + 4v_2 + 288\Big(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{1}{3}\widetilde{G}\Big)v_1^2 - \\ - 288(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{2}{3}\widetilde{G})v_1v_2 + 32(2\widetilde{J_1} - 1 - \frac{1}{2}\widetilde{G})v_2^2\Big],$$

$$\gamma_\varphi = (4-D)64\widetilde{G}(3v_1^2 - 3v_1v_2 + v_2^2).$$

Такое переопределение приобретает смысл при значениях $a \le D/2$. При этом J_0, J_1, G становятся расходящимися функциями. Вводя же параметр обрезания Λ и рассматривая предел отношений

$$\frac{J_1}{J_0^2} = \frac{\int_0^\Lambda \int_0^\Lambda d^Dq d^Dp/((1+|\mathbf{q}|^a)^2(1+|\mathbf{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\mathbf{pq}|^a))}{\Big[\int\limits_0^\Lambda d^Dq/(1+|\mathbf{q}|^a)^2\Big]^2}, \quad (8)$$

$$\frac{G}{J_0^2} = \frac{-\partial/(\partial|\vec{k}|^a)\int_0^\Lambda \int_0^\Lambda d^Dq d^Dp/((1+|q^2+k^2+2\vec{k}\vec{q}|^a)(1+|\vec{p}|^a)(1+|q^2+p^2+2\vec{p}\vec{q}|^a))}{\Big[\int\limits_0^\Lambda d^Dq/(1+|\vec{q}|^a)^2\Big]^2},$$

при $\Lambda \to \infty$ получаем конечные выражения.

Значения интегралов находилось численно. Для случая $a \leq D/2$ строилась последовательность значений J_1/J_0^2 и G/J_0^2 при различных значениях Λ и аппроксимировалась на бесконечность.

Режим критического поведения полностью определяется устойчивыми неподвижными точками ренормгруппового преобразования, которые могут быть найдены из условия равенства нулю β-функций:

$$\beta_1(v_1^*, v_2^*) = 0, \quad \beta_2(v_1^*, v_2^*) = 0. \tag{9}$$

Требование устойчивости фиксированной точки сводится к условию, чтобы собственные значения b_i матрицы

$$B_{i,j} = \frac{\partial \beta_i(v_1^*, v_2^*)}{\partial v_j} \tag{10}$$

лежали в правой полуплоскости комплексной плоскости.

Индекс ν, характеризующий рост радиуса корреляции в окрестности критической точки ($R_c \sim \sim |T - T_c|^{-\nu}$) находится на основе соотношения

$$\nu = \frac{1}{2}(1 + \gamma_t)^{-1}.$$

Индекс Фишера η, описывающий поведение корреляционной функции в окрестности критической точки в пространстве волновых векторов ($G \sim k^{2+\eta}$), определяется на основе скейлинговой функции γ_φ: $\eta = \gamma_\varphi(v_1^*, v_2^*)$. Значения остальных критических индексов может быть определено исходя из скейлинговых соотношений.

Известно, что ряды теории возмущений являются асимптотическими, а вершины взаимодействия флуктуаций параметров порядка во флуктуационной области достаточно велики, чтобы можно было непосредственно применять выражения (7). Поэтому с целью извлечения из полученных выражений нужной физической информации мы применили обобщенный на многопараметрический случай метод Паде-Бореля. При этом прямое и обратное преобразования Бореля имеют вид

$$f(v_1, v_2) = \sum_{i_1, i_2} c_{i_1, i_2} v_1^{i_1} v_2^{i_2} = \int_0^\infty e^{-t} F(v_1 t, v_2 t) dt,$$
$$F(v_1, v_2) = \sum_{i_1, i_2} \frac{c_{i_1, i_2}}{(i_1 + i_2)!} v_1^{i_1} v_2^{i_2}. \tag{11}$$

Для аналитического продолжения борелевского образа функции вводится ряд по вспомогательной переменной θ:

$$\tilde{F}(v_1, v_2, \theta) = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \sum_{i_1, i_2} \frac{c_{i_1, i_2}}{k!} v_1^{i_1} v_2^{i_2} \delta_{i_1 + i_2, k}, \tag{12}$$

к которому применяется аппроксимация Паде [L/M] в точке $\theta = 1$. Данная методика была предложена и апробирована в работах [11] для описания критического поведения ряда систем, характеризующихся несколькими вершинами взаимодействия флуктуаций параметра порядка. Выявленное в [11–14] свойство сохранения симметрии системы в процессе применения паде-аппроксимант по переменной θ становится существенным при описании многовершинных моделей.

Устойчивые фиксированные точки ренормгруппового преобразования и собственные значения матрицы устойчивости в фиксированной точке для значений параметра $1.5 \leq a \leq 1.9$ приведены в таблице. Как видно из таблицы, устойчивые фиксированные точки в физической области ($v_1^*, v_2^* > 0$) существуют лишь при значениях параметра дальнодействия $a \geq 1.8$. Как показывают вычисления для всех значений $a < 1.8$, устойчивые точки трехмерных примесных систем характеризуются отрицательным значением вершины v_1^*.

Значения фиксированных точек и собственных значений матрицы устойчивости*

a	v_1^*	v_2^*	b_1	b_2
1.5	-0.395432	0.951135	84.530	59.517
1.6	-0.227628	0.594810	45.302	32.575
1.7	-0.045234	0.274890	13.235	3.915
1.8	0.064189	0.046878	0.626*	0.626*
1.9	0.066557	0.040818	0.559*	0.559*

*Для комплексных собственных значений приведены только их действительные части

Расчет критических индексов дал следующие результаты:

$$a = 1.9, \quad \nu = 0.671447, \quad \eta = 0.0344048, \tag{13}$$
$$a = 1.8, \quad \nu = 0.659510, \quad \eta = 0.050978.$$

Таким образом, для трехмерных изинговских систем с эффектами дальнодействия введение замороженных дефектов структуры для значений параметра дальнодействия $a \geq 1.8$ приводит к смене режима критического поведения, а при значениях $a < 1.8$ – к размытию фазового перехода.

1. M. E. Fisher, S.-k. Ma, and B. G. Nickel, Phys. Rev. Lett. **29**, 917 (1972).
2. J. Honkonen, J. Phys. **A23**, 825 (1990).
3. E. Luijten and H. Mebingfeld, Phys. Rev. Lett. **86**, 5305 (2001).
4. E. Bayong, H. T. Diep, Phys. Rev. **B9**, 11920 (1999).
5. E. Luijten, Phys. Rev. **E60**, 7558 (1999).
6. E. Luijten and H. W. J. Bloöte, Phys. Rev. **B56**, 8945 (1997).
7. С. В. Белим, Письма в ЖЭТФ **77**, 118 (2003).
8. I. O. Mayer, A. I. Sokolov, and B. N. Shalaev, Ferroelectrics **95**, 93 (1989).
9. I. O. Mayer, J. Phys. **A22**, 2815 (1989).
10. J. Zinn-Justin, *Quantum field theory and critical phenomena*, Clarendon Press, Oxford, 1989.
11. S. A. Antonenko and A. I. Sokolov, Phys. Rev. **B49**, 15901 (1994).
12. К. Б. Варнашев, А. И. Соколов, ФТТ **38**, 3665 (1996).
13. A. I. Sokolov, K. B. Varnashev, and A. I. Mudrov, Int. J. Mod. Phys. **B12**, 1365 (1998).
14. A. I. Sokolov and K. B. Varnashev, Phys. Rev. **B59**, 8363 (1999).