Письма в ЖЭТФ, том 118, вып. 2, с. 110 – 117

Эффекты памяти в магнетосопротивлении двухкомпонентных электронных систем

К. С. Денисов, К. А. Барышников, П. С. Алексеев[1)]

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 4 апреля 2023 г.
После переработки 13 июня 2023 г.
Принята к публикации 14 июня 2023 г.

Развита теория магнетотранспорта в двухкомпонентной электронной системе с редкими макроскопическими дефектами. В такой системе определяющую роль играют классические эффекты памяти при рассеянии электронов на дефектах и медленные переходы электронов между компонентами жидкости за счет межэлектронного рассеяния. Показано, что режим течения зависит от соотношения между шириной образца и характерной внутренней длиной, определяемой темпом переходов электронов между компонентами. В образцах шире внутренней длины формируется течение единой двухкомпонентной жидкости в объеме образца, которое описывается объемными формулами Друде с учетом эффектов памяти. В этом случае магнетосопротивление является знакопеременным: положительным в малых магнитных полях и отрицательным в больших полях. В узких образцах, с ширинами меньше характерной длины, переходы с изменением типа электронов не успевают сформировать единую жидкость. В результате течения каждой из компонент являются независмыми и описываются собственными проводимостями с учетом эффектов памяти, при этом магнетосопротивление оказывается строго отрицательным.

DOI: 10.31857/S1234567823140082, EDN: gzkxjr

1. Введение. В проводниках с локализованными дефектами в магнитных полях возможны эффекты памяти (ЭП), связанные с корреляциями в расположении дефектов и траекторий электронов. Благодаря этим корреляциям динамика электронов приобретает немарковский характер. ЭП в достаточно большом магнитном поле обусловлены появлением траекторий электронов, не сталкивающихся с дефектами или сталкивающихся с одним и тем же дефектом несколько раз подряд [1–4], а в малом магнитном поле – возвращающихся к одному и тому же дефекту после рассеяния на соседнем [5, 6]. Наличие в образце плавного беспорядка, дополнительного к локализованным дефектам, существенно модифицирует и усложняет характер ЭП в магнитном поле [7–9]. Наблюдаемым проявлением всех ЭП является нетривальное сильное и слабое отрицательное магнетосопротивление.

При изучении ЭП при рассеянии на локализованных дефектах обычно предполагается, что интесивность межэлектронных столкновений является предельно малой, в частности, соответствующая длина рассеяния l_{ee} считается малой по сравнению с характерным расстоянием между дефектами $d \gg R$ и длиной свободного пробега относительно рассеяния на них $l \sim d^2/R$ (R – размер дефекта). С ростом магнитного поля и приближением циклотронного радиуса R_c к величине d даже редкие межэлектронные столкновения становятся существенными и начинает формироваться гидродинамический режим. Между дефектами формируются пространственно неоднородные вязкие течения электронной жидкости. Экспериментально переход между омическим (при $R_c \gtrsim d$) и гидродинамическим (при $R_c \ll d$) режимами, по-видимому, наблюдался в образцах квантовых ям GaAs с макродефектами в работах [10–15] (см. обсуждения в статье [16]). В работе [17] такой переход был изучен в образцах GaAs ям с искусственно сделанными дефектами контролируемой плотности.

Аналогичный переход в гидродинамический режим транспорта при увеличении магнитного поля возможен также в бездефектных полосках, где рассеяния на шероховатостях краев образца приводят к релаксации импульса электронов. Последний переход наблюдался в работах [18–20] для чистых полосок графена и квантовых ям GaAs. При редких межэлектронных столкновениях, $l_{ee} \gg W$, переход происходил резко: при критическом магнитном поле $B = B_c$, отвечающем равенству $W = 2R_c$, где W – ширина полоски. Такой переход теоретически описан численными теориями [21, 22] и аналитической тео-

[1)]e-mail: pavel.alekseev@mail.ioffe.ru

рией [23–26]. Межэлектронные столкновения оказывались критически важны в полях $B \approx B_c$ в окрестности перехода. В магнитных полях $B < B_c$ они приводили к “пред-гидродинамическим” поправкам к сопротивлению и эффекту Холла. Эти поправки являются предвестниками формирования вязкого течения и малыми по параметру W/l_{ee} [25, 26].

В работах [27–29] изучен магнетотранспорт в двухкомпонентных электрон-дырочных системах с беспорядком, не приводящим к ЭП. Было показано, что за счет появления в магнитном поле потоков частиц к краям образца и рекомбинации частиц у краев могут формироваться пространственно неоднородные течения даже без учета сдвиговой вязкости. В этих течениях возникают прикраевые слои с повышенной плотностью тока, что может приводить к сильному линейному положительному магнетосопротивлению.

Таким образом, представляет интерес исследовать влияние слабого межэлектронного взаимодействия на омический режим транспорта 2D электронов при сильных ЭП. Представляется особенно интересным изучить случай двухкомпонентной системы из электронов с разными параметрами, в которой редкие межэлектронные столкновения могут приводить к сильным гидродинамическим эффектам за счет переходов электронов между компонентами.

В этой работе развита теория магнетотранспорта в системе слабо взаимодействующих вырожденных 2D электронов двух типов, испытывающих классические ЭП при рассеянии на дисках (см. рис. 1). Следуя работам [1–6], мы предполагаем, что в малых магнитных полях, $R_c \gg l$, все электроны рассеиваются на дефектах случайным образом, а в сильных полях, когда $R_c \lesssim l$, часть электронов сталкивается с дефектами случайным образом, а часть не сталкивается с ними, что определяет ЭП в этой системе. Мы не учитываем “пред-гидродинамические” поправки, малые по параметру $l/l_{ee} \ll 1$. Межэлектронные столкновения, приводящие к переходам электронов из одной компоненты в другую, совместно с ЭП и силами давления за счет неоднородности плотности электронов, вызывают неоднородное распределение потоков частиц по образцу. В достаточно широких образцах формируется течение единой двухкомпонентной системы с сильными ЭП. В узких образцах течения электронов каждой из компонент являются независимыми и проявляют ЭП, характерные для однокомпонентных систем. Это приводит к нетривиальному магнетосопротивлению (МС) и эффекту Холла, наблюдение которых может служить маркером такого режима транспорта.

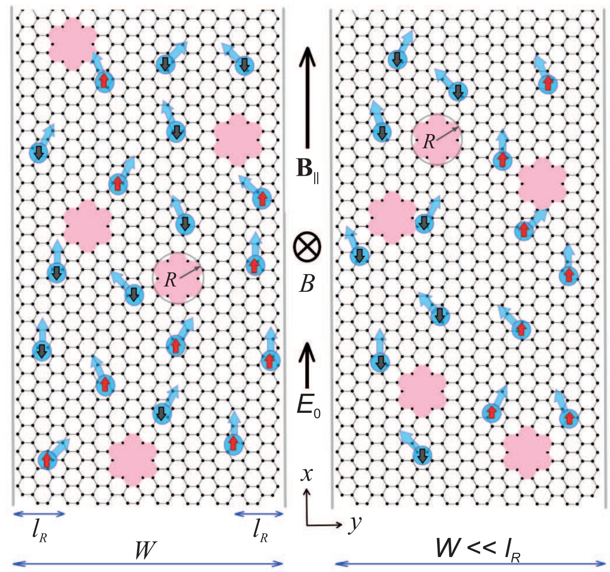

Рис. 1. (Цветной онлайн) Два образца различных ширин W с круглыми макродефектами радиуса R (дисками) во внешних полях $E_0\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{B}_{\text{tot}} = \mathbf{B}_{||} + B\mathbf{e}_z$. Компонента в плоскости $B_{||}$ магнитного поля B вызывает расщепление спектра 2D электронов по спину $\uparrow, \downarrow$; перпендикулярная слою компонента B определяет силу Лоренца, действующую на электроны. Две спиновые компоненты электронной жидкости $\alpha = \uparrow, \downarrow$ обозначены красными и синими стрелками. В широком образце, $W \gg l_R$, формируются прикраевые слои ширинами l_R, в которых концентрации компонент δn_α и их потоки $\mathbf{j}^\alpha$ возмущены (левая панель). В узком образце, $W \ll l_R$, концентрации обеих компонент $\alpha = \uparrow, \downarrow$ неоднородны по всему сечению образца

Изученные системы могут реализоваться, например, в графене и в квантовых ямах с макродефектами, к которым приложено сильное наклонное магнитное поле, приводящее к расщеплению спектра электронов по спину и формированию двух зеемановски расщепленных подзон с различными параметрами (см. эксперименты [11, 15, 17, 30]).

2. Магнетотранспорт в двухкомпонентной системе с учетом эффектов памяти и редких переходов частиц между компонентами. В работах [1–6] был изучен омический магнетотранспорт в однокомпонентных системах вырожденных 2D электронов, обусловленный ЭП при рассеянии электронов на дисках. С ростом магнитного поля появляется некоторая часть электронов, а именно, $P = e^{-2\pi/(\omega_c \tau_q)}$, которые не сталкиваются с дефектами за счет геометрии расположения траекторий (здесь τ_q – уходное время рассеяния). Движение таких “зацикленных” электронов представляет собой EH-дрейф, что определяет их вклад только в холловскую компоненту проводимости. Остальные электроны, доля которых равна $1-P$, сталкиваются либо с разными дефектами случайным образом (“путешествующие” электроны), либо сталкиваются несколько раз подряд с одним и тем же дефектом (электроны на “розеточных траекториях”). Первые определяют диффузию и проводимость, а вторые оказываются локализованными долгое время и участвуют в формировании тока после ухода от дефекта, с которым сталкивались несколько раз. Среднее уходное время, входящее в P, можно оценить, как время релаксации импульса для путешествующих электронов: $\tau_q \sim \tau \sim (Rn_d v_F)^{-1}$.

В работах [2, 3] было показано, что для приближенного описания магнетотранспорта 2D электронов (с относительной точностью до 20 %), можно учитывать только путешествующие и зацикленные электроны. Соответствующий тензор проводимости имеет вид

$$\sigma_{xx} = (1-P)\frac{e^2 n_0 \tau}{m}\frac{1}{1+\omega_c^2\tau^2}\,, \qquad (1)$$

$$\sigma_{xy} = P\,\frac{e^2 n_0}{m\omega_c} + (1-P)\frac{e^2 n_0 \tau}{m}\frac{\omega_c\tau}{1+\omega_c^2\tau^2}\,, \qquad (2)$$

где $\omega_c = eB/(mc)$ – циклотронная частота. Для длинного образца (холловская геометрия) обращение тензора $\hat{\sigma}$ приводит к тензору сопротивления:

$$\varrho_{xx}/\varrho_0 \approx 1-P, \quad \varrho_{xy} \approx \varrho_{xy}^0, \qquad (3)$$

где $\varrho_0 = m/(e^2 n_0 \tau)$ – друдевское сопротивление в нулевом магнитном поле, $\varrho_{xy}^0 = B/(n_0 ec)$ – стандартное холловское сопротивление. Относительные величины поправок к этим выражениям составляют менее 1 % по сравнению с точным обращением $\hat{\sigma}$. Видно, что возникает сильное отрицательное МС, пропорциональное $1-e^{-B_0/B}$, $B_0 = 2\pi mc/(e\tau_q)$.

Рассмотрим магнетотранспорт в двухкомпонентной системе, состоящей из вырожденных электронов типов $\alpha = 1,2$ в образце с дисками (см. рис. 1). Электроны двух типов различаются своими параметрами: плотностями n_0^α, эффективными массами m_α, скоростями Ферми $v_{F,\alpha}$, временами релаксации импульса τ_α. Как и в однокомпонентной системе, электроны обоих типов рассеиваются на дисках радиуса R, случайно расположенных в образце с плотностью n_d. Поэтому в отсутствии магнитного поля времена τ_α оцениваются как $\sim (Rn_d v_{F,\alpha})^{-1}$. Примером такой системы являются 2D электроны в двух стонеровских подзонах, расщепленных по спину за счет внешнего магнитного поля $B_{||}$ или внутреннего обменного взаимодействия. Здесь индекс α означает проекцию спина на ось квантования: $\alpha =\uparrow,\downarrow$, которая считается лежащей в плоскости двумерного слоя.

Будем считать, что наряду с рассеянием на дисках, возможны также медленные процессы межэлектронного рассеяния со скоростью Γ, приводящие к изменению типа частиц $\alpha \to \bar{\alpha}$ (здесь $\bar{\uparrow} = \downarrow$ и $\bar{\downarrow} = \uparrow$) и не приводящие к заметному перераспределению импульса. Такие процессы возможны за счет наличия спин-орбитального взаимодействия носителей в подзонах $\alpha = \uparrow,\downarrow$.

Разделим вклады путешествующих $\mathbf{j}^{\alpha,t}$ и зацикленных $\mathbf{j}^{\alpha,c}$ электронов в потоки $\mathbf{j}^\alpha$. Основываясь на результатах работ [2, 3], не будем учитывать вклад электронов на розеточных траекториях, что качественно справедливо при не очень больших полях, когда $R_c \gg d$. При случайном расположении траекторий как для равновесных, так и для неравновесных электронов, вклады зацикленных и путешествующих электронов в концентрации n_0^α и δn_α пропорциональны множителям $P_\alpha = e^{-2\pi/(\omega_c^\alpha \tau_\alpha)}$ и $1-P_\alpha$ соответственно. Транспортные уравнения примут вид

$$\frac{\partial \delta n_\alpha}{\partial t} + \mathrm{div}(\mathbf{j}^{\alpha,t} + \mathbf{j}^{\alpha,c}) = -\Gamma\,(\delta n_\alpha - \delta n_{\bar{\alpha}}), \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{j}^{\alpha,t}}{\partial t} = \frac{e\mathbf{E}}{m_\alpha} n_0^\alpha (1-P_\alpha) - [\boldsymbol{\omega}_c^\alpha \times \mathbf{j}^{\alpha,t}] - {} - d_\alpha (1-P_\alpha)\,\nabla \delta n_\alpha - \frac{\mathbf{j}^{\alpha,t}}{\tau_\alpha}, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{j}^{\alpha,c}}{\partial t} = \frac{e\mathbf{E}}{m_\alpha} n_0^\alpha P_\alpha - [\boldsymbol{\omega}_c^\alpha \times \mathbf{j}^{\alpha,c}] - d_\alpha P_\alpha\,\nabla \delta n_\alpha. \qquad (6)$$

Здесь $\boldsymbol{\omega}_c^\alpha = e\mathbf{B}/(m_\alpha c)$; коэффициенты сжимаемости $d_\alpha = v_{F,\alpha}^2/2$ связывают возмущения парциальных давлений и возмущения концентраций компонент: $\delta p_\alpha^t = d_\alpha \delta n_\alpha (1-P_\alpha)$ и $\delta p_\alpha^c = d_\alpha \delta n_\alpha P_\alpha$. В уравнениях (5) и (6) новыми по сравнению с уравнениями работ [1–3] являются слагаемые $\sim (1-P_\alpha)\nabla\delta n_\alpha$ и $\sim P_\alpha \nabla \delta n_\alpha$, которые описывают гидростатическую силу для электронов на “зацикленных” и “путешествующих” траекториях.

Подчеркнем, что интенсивность межэлектронных столкновений в нашей модели определяется одним параметром $\Gamma \sim 1/\tau_{ee}$[2]. При этом в уравнении (4) коэффициенты перед δn_α и $\delta n_{\bar{\alpha}}$ для простоты приняты одинаковыми по модулю. При условии $\tau \ll \tau_{ee}$ самым быстрым процессом является релаксация импульса при рассеянии на дисках, а релаксация других величин (например, сдвиговых напряжений) за счет межэлектронных столкновений является более медленной, поэтому в неравновесной функции распредения доминирует вклад, описывающий омиче-

[2] Заметим также, что в отличие от работ [31, 32] мы не изучаем влияние зеемановского расщепления на скорость переходов Γ, считая поле $B_{||}$ фиксированным.

ский ток[3)] (здесь τ – характерная величина времен τ_α). Как видно из работ [25, 26], нужно ожидать, что вклад этих эффектов в транспортные характеристики нашей системы окажется мал по параметру τ/τ_{ee}. С другой стороны, из рассмотрения работ [27–29] следует, что даже медленные переходы с изменением типа частиц являются сильным эффектом, определяющим профиль течения во всем образце за счет формирования прикраевых слоев с возмущенными плотностями и потоками шириной $\sim 1/\sqrt{\Gamma}$. Ниже мы покажем, что течения, описываемые моделью (4)–(6), приводят к двум типам сильного МС порядка единицы для узких и широких образцов, различие которых порядка их амплитуды. Таким образом, изучаемый эффект является не малым по параметру $\tau/\tau_{ee} \ll 1$.

Кроме того, в двухкомпонентной системе существуют термические флуктуации плотности электронов и соответствующее флуктуационное электрическое поле. В работах [7–9] был изучен эффект памяти в магнетотранспорте для 2D электронов в объемном образце при наличии локализованных дефектов и плавного статического беспорядка. Аналогичным образом, флуктуационное электрическое поле влияет на движение электронов на циклотронных орбитах между столкновениями с дисками. Оно может помешать электрону снова попасть на диск после циклотронного оборота или, наоборот, дать "прилипнуть" зацикленному электрону. При достаточно большом радиусе дисков такое воздействие флуктуаций плотности на рассматриваемые ЭП относительно слабо. Оценки статического и динамического корреляторов флуктуаций плотности, а также соответствующих флуктуационного электрического поля и величины возмущения циклотронных траекторий, полученные для 2D электронов на основе подхода, изложенного в книгах [33] и [34], дают критерий применимости нашего рассмотрения ЭП: $R \gg R_0$, где $R_0 \sim r_s[\varepsilon_F/(\hbar\omega_c)]^{1/2}a_0$, $r_s \sim n_0^{-1/2}$ – параметр, равный отношению величины кулоновского взаимодействия к кинетической энергии электронов; ε_F – энергия Ферми; $a_0 \sim n_0^{-1/2}$ – среднее расстояние между электронами. Предполагается, что значения всех величин r_s, ε, a_0, ω_c, n_0 для компонент $\alpha = \uparrow, \downarrow$ имеют один и тот же порядок величины. В рамках нашего рассмотрения величина $\varepsilon_F/(\hbar\omega_c)$ должна быть достаточно большой, чтобы квантование состояний электронов было несущественным. Для параметров образцов с отверстиями, изученных в эксперименте [17], неравенство $R \gg R_0$ выполняется, начиная с магнитных полей ~ 10 мТл.

Подчеркнем также, что даже при весьма низких температурах и медленных межэлектронных столкновениях, когда параметр $\Gamma = \Gamma(T)$ становится мал, изучаемые здесь ЭП остаются велики, а именно, как отмечалось выше, амплитуда магнетосопротивления меняется на величину порядка единицы, когда характерная микроскопическая длина релаксации v_F/Γ относительно переходов "$\alpha \to \bar{\alpha}$" изменяется от значения меньше до значений больше макроскопического параметра W^2/l: $v_F/\Gamma \gg W^2/l$. Поэтому в достаточно широких образцах магнетотранспорт определяется переходами $\alpha \to \bar{\alpha}$ даже при очень малых интенсивностях переходов $\Gamma(T)$.

Электрическое поле $\mathbf{E}$, входящее в (5) и (6), состоит из внешнего приложенного поля $\mathbf{E}_0$ и внутреннего поля $\mathbf{E}_{\text{int}}$, определяемого возмущением электрического заряда (здесь имеются в виду средние значения полей). Последний пропорционален общей возмущенной плотности двух компонент электронной жидкости $\delta n = \delta n_1 + \delta n_2$. Например, для достаточно медленных течений в структуре с затвором на расстоянии Δz от двумерного слоя, отделенного от него средой с диэлектрической проницаемостью κ, действует "приближение плавного канала". В нем связь поля и плотности заряда локальна: $\mathbf{E}_{\text{int}}(\mathbf{r},t) = -(4\pi e\Delta z/\kappa)\nabla\delta n(\mathbf{r},t)$. В структурах без затвора эта связь нелокальна, в них также могут быть важны эффекты электромагнитного запаздывания для быстроосциллирующих течений [35].

Уравнения (4)–(6) необходимо дополнить граничными условиями на закрытых краях образца

$$(\mathbf{j}^\alpha \cdot \mathbf{n})|_{\partial G^c} = 0, \qquad (7)$$

где $\mathbf{n}$ – нормаль к краю образца ∂G^c. Решение сформулированной краевой задачи (или краевой с начальным условием при $t = 0$ для нестационарных течений) выполняется стандартными математическими методами (см., например, [27–29, 36]).

3. Стационарные течения в полоске. Рассмотрим образец с дисками в форме длинной полоски шириной $W \gg d$ с закрытыми продольными краями. Направим ось x вдоль длинных краев образца, а ось y – перпедикулярно им (см. рис. 1). В такой геометрии неизвестными функциями будут $\mathbf{j}^{\alpha,c}(y)$, $\mathbf{j}^{\alpha,t}(y)$, $\delta n_\alpha(y)$. Внешнее поле $\mathbf{E}_0$ направлено вдоль образца. Тогда уравнение электростатики и граничные условия приобретут вид $E_y = -(4\pi e\Delta z/\kappa)\,\delta n'$ и $j_y^\alpha|_{y=\pm W/2} = 0$ (штрих означает производную по y).

[3)] "Пред-гидродинамические" поправки к эффекту Холла и МС от межэлектронных столкновений, "защищающих" электроны от потери импульса при рассеянии на шероховатостях краев образца, были рассмотрены в работах [25, 26] для баллистических образцов.

Для большей ясности формул пишем ниже $\alpha = \downarrow, \uparrow$, хотя рассмотрение справедливо для произвольной двухкомпонентной системы, не обязательно стонеровской.

Система уравнений (4)–(6) сводится к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям второго порядка для величин $\delta n_\alpha(y)$. В ее решении появляется характерная длина $l_R = 1/\lambda$, где $\lambda = \lambda(B)$ – одно из собственных чисел характеристического уравнения, $\lambda^2 = \Gamma(\sigma^\uparrow_{xx} + \sigma^\downarrow_{xx})/(\sigma^\downarrow_{xx} D^\uparrow_{xx} + \sigma^\uparrow_{xx} D^\downarrow_{xx})$. Здесь $\sigma^\alpha_{xx} = \sigma^\alpha_0 (1 - P_\alpha)/(1 + \beta^2_\alpha)$ – продольные проводимости компонент жидкости с учетом ЭП; $\beta_\alpha = \omega^\alpha_c \tau_\alpha$ – безразмерные магнитные поля, $\sigma^\alpha_0 = e^2 n^\alpha_0 \tau_\alpha / m_\alpha$ – проводимости компонент в нулевом магнитном поле; $D^\alpha_{xx} = (D^\alpha_0/2)(1 - P_\alpha)/(1 + \beta^2_\alpha)$ – величины, аналогичные коэффициентам диффузии компонент жидкости и учитывающие ЭП, $D^\alpha_0 = v^2_{F,\alpha}\tau_\alpha/2$ – коэффициенты диффузии компонент в нулевом магнитном поле. Второе собственное число системы уравнений для $\delta n_\alpha(y)$ равно нулю, $\lambda = 0$, что приводит к линейному закону распределения плотности $e[\delta n_\uparrow(y) + \delta n_\downarrow(y)]$ заряда в узких образцах. В результате, решение системы (4)–(6) состоит из функций y и $\cosh(\lambda y)$.

В широких образцах, $W \gg l_R$, в объеме отсутствует y-компонента полного потока частиц $j_y = j^\uparrow_y + j^\downarrow_y$ благодаря сохранению электрического заряда. При этом, в связи с различием сил трения и сил Лоренца, которые действуют на электроны разных компонент жидкости, оказываются отличными от нуля потоки каждой из компонент $j^\alpha_y(y)$. Это приводит к ненулевому "току дисбаланса" в направлении от одного края к другому: $J = j^\uparrow_y - j^\downarrow_y \neq 0$. В результате формируются прикраевые слои шириной l_R (см. левую панель рис. 1), в которых возникают избыточные или недостаточные плотности $\delta n_\alpha(y)$. Такое распределение величин j^α_y и δn_α похоже на их распределения в электрон-дырочных системах без учета ЭП [27–29], и в двухкомпонентной вязкой электронной жидкости [36].

Особенностью рассматриваемой системы является то, что вся картина, в частности, ширина l_R, определяется ЭП. В частности, в пределе классически больших магнитных полей, $\beta_\alpha \gg 1$, имеем для l_R

$$l_R \approx \sqrt{\frac{2\pi}{\Gamma} \frac{\sigma^\uparrow_0 D^\downarrow_0 + \sigma^\downarrow_0 D^\uparrow_0}{\sigma^\uparrow_0 (\beta_\downarrow)^3 + \sigma^\downarrow_0 (\beta_\uparrow)^3}} \sim \frac{1}{B^{3/2}}. \tag{8}$$

Это выражение отлично от вида рекомбинационной ширины, $l_R \sim 1/B$, в системах с дефектами, не приводящими к ЭП [27–29]. В силу медленности переходов с изменением типа частиц, длина l_R может быть весьма большой в малых магнитных полях. Как видно из (8), величина l_R сильно спадает с ростом магнитного поля.

В узких образцах, $W \ll l_R$, медленные переходы с изменением типа частиц не успевают привести к установлению баланса между потоками частиц, возникающими от сил Лоренца и релаксации импульса. Течение каждой из компонент оказывается независмым от течения другой компоненты. Для установления нулевых потоков $j^\alpha_y = 0$ в направлении y каждой из компонент в дополнение к силе Лоренца, связанной с возмущением плотности, устанавливается также линейные по координате возмущения концентраций каждой из компонент жидкости $\delta n_\alpha \sim y$ (это схематично проиллюстрировано на правой панели рис. 1).

С ростом магнитного поля эффективность процессов перехода с изменением типа частиц увеличивается за счет циклотронного вращения электронов в жидкости и их более продолжительного нахождения в заданном малом объеме. Из формулы (8) видно, что с ростом магнитного поля исходно узкий образец в нулевом поле, $W \ll l_R|_{B=0}$, становится широким в смысле неравенства $W \gg l_R(B)$ с ростом магнитного поля. В таком образце основной вклад в ток и холловское поле дается объемной областью $W/2 - |y| \gg l_R$ и описывается формулами Друде.

Расчет $\mathbf{j}^{\alpha,c,t}(y)$ и $\delta n_\alpha(y)$ дает следующий результат для полного тока I_x в двух предельных случаях:

$$\frac{I_x}{E_0 W} = \begin{cases} \sigma_{xx} + \sigma^2_{xy}/\sigma_{xx}\,, & W \gg l_R \\ 1/\varrho^\uparrow_{xx} + 1/\varrho^\downarrow_{xx}\,, & W \ll l_R \end{cases}, \tag{9}$$

где $\sigma_{xx} = \sigma^\uparrow_{xx} + \sigma^\downarrow_{xx}$ и $\sigma_{xy} = \sigma^\uparrow_{xy} + \sigma^\downarrow_{xy}$ – общие продольная и холловская проводимости жидкости. Для холловских компонент получено выражение $\sigma^\alpha_{xy} = (\beta_\alpha + \Delta\beta_\alpha)\,\sigma^\alpha_{xx}$, где $\Delta\beta_\alpha = P_\alpha(1 + \beta^2_\alpha)/[\beta_\alpha(1 - P_\alpha)]$. Величины $\varrho^\alpha_{xx} = \sigma^\alpha_{xx}/[(\sigma^\alpha_{xx})^2 + (\sigma^\alpha_{xy})^2]$ – продольные удельные сопротивления каждой из компонент жидкости. Первая строка в (9) отвечает применению обычных объемных формул для тензора проводимости двухкомпонентной системы: $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_\uparrow + \hat{\sigma}_\downarrow$. Вторая строка в (9) отвечает течению двух независимых потоков жидкости в холловском образце, для каждой из которых формируется свое эффективное холловское поле, равное сумме E_y и величин, пропорциональным градиентам парциальных давлений $p'_\alpha \sim \delta n'_\alpha$.

Приведем результат для холловского поля:

$$\frac{E_y}{E_0} = \begin{cases} \sigma_{xy}/\sigma_{xx}\,, & W \gg l_R \\ \dfrac{\sigma^\uparrow_0 \sigma^\uparrow_{xy}/\sigma^\uparrow_{xx} + \sigma^\downarrow_0 \sigma^\downarrow_{xy}/\sigma^\downarrow_{xx}}{\sigma^\uparrow_0 + \sigma^\downarrow_0}\,, & W \ll l_R \end{cases}. \tag{10}$$

Первая строка формулы (10) отвечает применению объемных формул Друде для получения критерия отсутствия полного потока в направлении y: $j_y = j_y^{\uparrow} + j_y^{\downarrow} = 0$. Вторая формула выводится из уравнения, описывающего баланс сил, действующих на двухкомпонентногую жидкость в направлении y при отсутствии каждого из потоков j_y^{α}.

4. Обсуждение результатов. Введем для удобства представления и анализа результатов два параметра асимметрии тензора проводимости разных компонент электронной жидкости. Первый параметр ξ определяется формулой

$$\sigma_0^{\uparrow,\downarrow} = \sigma_0(1 \pm \xi)\,, \tag{11}$$

где $\sigma_0 = (\sigma_0^{\uparrow} + \sigma_0^{\downarrow})/2$. Второй параметр асимметрии η описывает различие безразмерного магнитного поля $\beta_\alpha = \omega_c^\alpha \tau_\alpha$ в двух спиновых подсистемах

$$\beta_{\uparrow,\downarrow} = \beta_0(1 \pm \eta). \tag{12}$$

Здесь $\beta_0 = (\beta_0^{\uparrow} + \beta_0^{\downarrow})/2$.

Отметим, что в случае $\eta = 0$ (при $\xi \neq 0$) кривая МС имеет универсальный характер и повторяет таковую для однокомпонентного двумерного электронного газа [формула (3)]: $\rho_{xx} = (1-P)/(2\sigma_0)$, где $P = P_\alpha$ для $\alpha = \uparrow, \downarrow$; $2\sigma_0$ – полная проводимость системы при $B = 0$. Видно, что полученное сопротивление не зависит от величины ξ. Для двумерного электронного газа с параболическим спектром в наклонном магнитном поле параметр ξ определяется компонентой поля в плоскости движения: $\xi \propto B_{\|}$. Из уравнения $\rho_{xx} = (1-P)/(2\sigma_0)$ и формулы для σ_0 видно, что кривая МС не зависит от зеемановского расщепления в данном случае.

На рисунке 2 представлены зависимости МС для обоих ненулевых параметров асимметрии $\xi \neq 0$ и $\eta \neq 0$. Зависимость $\rho_{xx}(B)$ становится немонотонной, т.е. МС $[\varrho_{xx}(B) - \varrho_{xx}(0)]/\varrho_{xx}(0)$ приобретает знакопеременный характер. Положительный участок МС для широких образцов ($W \gg l_R$) в малых магнитных полях обусловлен установлением потоков $\mathbf{j}^{\alpha}$ двух компонент в соответствии с обычной теорией Друде без ЭП (см., например, обсуждение аналогичного МС для электрон-дырочной системы в работе [28]). Отрицательный участок обусловлен ЭП, т.е. уменьшением долей $1 - P_\alpha$ путешествующих электронов обоих типов $\alpha = \uparrow, \downarrow$ с ростом поля B. Аналогичное знакопеременное МС было предсказано для объемных 3D материалов со статическими протяженными дефектами в работе [37].

В узких образцах ($W \ll l_R$), когда переходы с изменением типа электронов не успевают сформировать единую жидкость, течение каждой из компонент является независмым и описывается собственными проводимостями и сопротивлениями с учетом ЭП: $\varrho_{xx} = [(\varrho_{xx}^{\uparrow})^{-1} + (\varrho_{xx}^{\downarrow})^{-1}]^{-1}$. Такое МС оказывается строго отрицательным (см. рис. 2).

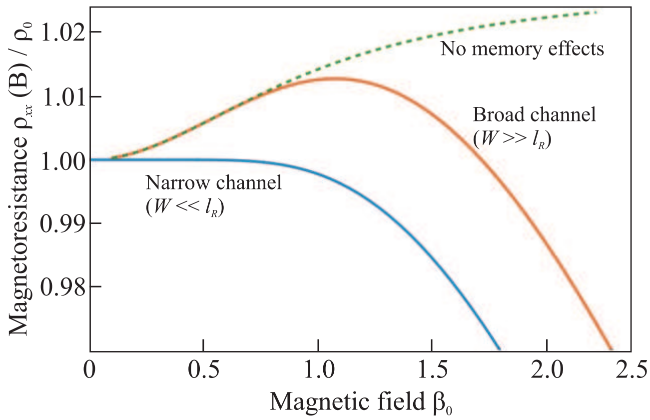

Рис. 2. (Цветной онлайн) МС широкого и узкого образцов графена в наклонном поле **B**. Расчет выполнен для параметров, описанных в разделе “5”

5. Величина предсказанного МС для некоторых конкретных материалов. Рассмотрим вырожденные двумерные электроны в расщепленных по спину подзонах в графене. Благодаря высокому качеству графеновых структур, в них был надежно реализован гидродинамический режим транспорта в достаточно широких образцах, $W \gg l_{ee}$, а также в узких образцах, $W \ll l_{ee}$, при высоких магнитных полях, $W \gg R_c$ [18, 19]. Наличие естественных или искусственных макродефектов в таких образцах (дисков, отверстий) должно привести к перестройке типа транспортного режима и, в первом приближении, замене W на d или d^2/R во всех описывающих транспорт соотношениях. Экспериментальное изучение рассмотренных выше эффектов в системе слабо взаимодействующих электронов в графене в двух зеемановских подзонах $\alpha = \downarrow, \uparrow$ представляется перспективным для изучения роли и параметров межэлектронных столкновений. В частности, измерение МС и эффекта Холла для наборов образцов с разными W и d может позволить определить параметры системы, в частности, скорость рассеяния с переворотом спина Γ.

Спектр электронов в графене в магнитном поле $B_{\|}$, параллельном его плоскости, имеет вид: $\varepsilon_p^{\uparrow,\downarrow} = v_F p \pm \Delta/2$, где $v_F = 10^8$ см/с, $\Delta = \mu_B g_e B_{\|}$ – зеемановское расщепление при $B_{\|} \gg B$. Время рассеяния на классических рассеивателях $\tau_\alpha = \tau = 1/(n_d v_F R)$ не зависит от спинового индекса α. Продольную проводимость для двух спиновых подзон можно представить в виде $\sigma_0^{\uparrow,\downarrow} = \sigma_0 \, (1 \mp \xi)$, где $\sigma_0 = e^2 \tau E_F / 4\pi\hbar^2$ и $\xi = \Delta/(2E_F)$. Циклотронная частота в двух спиновых подзонах есть: $\omega_c^{\uparrow,\downarrow} = eBv_F/cp_{\uparrow,\downarrow}$, где $p_{\uparrow,\downarrow} = v_F^{-1}(E_F \mp \Delta/2)$. Из соотношения $\omega_c^{\uparrow,\downarrow}\tau \approx \omega_0\tau(1 \pm \xi)$ получаем: $\eta = -\xi = -\Delta/2E_F$. Для энергии Ферми $E_F = 5$ мэВ, поля в плоскости $B_{\|} = 15$ Тл и g-фактора $g_e \approx 2$ получается $\xi = 0.17$. МС для этих параметров представлено на рис. 2. Для такого параметра асимметрии $\xi = 0.17$ величина положительного МС достигает нескольких процентов.

В двухкпомонентной системе, сформированной из 2D электронов в расщепленной по спину подзоне квантовой ямы GaAs, где g-фактор электрона имеет величину $g \approx 0.44$, для тех же значений E_F и $B_{\|}$ параметр η оказывается значительно меньшим: $\eta = \Delta/4E_F \approx 0.04$. Поэтому для наличия заметного участка положительного МС требуются гораздо большие магнитные поля $B_{||}$ (десятки Тесла). Отметим, что в эксперименте [17] по магнетотранспорту в таких ямах с локализованными макродефектами (круглыми отвестиями) при приложении весьма больших магнитных полей, $B_{||} \approx 12$ Тл, на кривых отрицательного МС $\varrho_{xx}(B)$, вероятно, наблюдалось зарождающееся положительное МС при малых B: выполаживание $\varrho_{xx}(B)$ в окрестности $B = 0$ и появление слабо растущего участка у $\varrho_{xx}(B)$. Разумно ожидать, что в больших полях $B_{||}$ наблюдавшееся МС должно развиться в предсказанное знакопеременное МС, показанное на рис. 2. Однако в связи с малостью параметра η для 2D электронов в ямах GaAs для этого требуются очень большие поля $B_{||}$.

Таким образом, структуры на основе чистого графена представляются более перспективными для исследования магнетотранспорта с макродефектами, чем изученные в работе [17] образцы на основе квантовых ям GaAs. Кроме относительно большой величины параметра η, в графене скорость частиц не зависит от положения энергии Ферми. В результате в выражения как для транспортного, так и для уходного временен рассеяния на дисках τ_α и $\tau_{q,\alpha}$ не зависят от спинового индекса α, что сильно упростит анализ возможных экспериментов.

Работа выполнена за счет гранта # 18-72-10111-П Российского научного фонда (аналитическая теория).

П. С. Алексеев и К. С. Денисов благодарят Фонд развития теоретической физики и математики “Базис”.

1. E. M. Baskin, L. N. Magarill, and M. V. Entin, Sov. Phys. JETP **48**, 365 (1978).
2. A. V. Bobylev, F. A. Maao, A. Hansen, and E. H. Hauge, Phys. Rev. Lett. **75**, 197 (1995).
3. A. V. Bobylev, F. A. Maa, A. Hansen, and E. H. Hauge, J. Stat. Phys. **87**, 1205 (1997).
4. A. Dmitriev, M. Dyakonov, and R. Jullien, Phys. Rev. B **64**, 233321 (2001).
5. A. Dmitriev, M. Dyakonov, and R. Jullien, Phys. Rev. Lett. **89**, 266804 (2002).
6. V. V. Cheianov, A. P. Dmitriev, and V. Yu. Kachorovskii, Phys. Rev. B **70**, 245307 (2004).
7. D. G. Polyakov, F. Evers, A. D. Mirlin, P. Wölfle, Phys. Rev. B **64**, 205306 (2001).
8. A. D. Mirlin, D. G. Polyakov, F. Evers, and P. Wölfle, Phys. Rev. Lett. **87**, 126805 (2001).
9. F. Evers, A. D. Mirlin, D. G. Polyakov, and P. Wölfle, Physica E **12**, 260 (2002).
10. L. Bockhorn, P. Barthold, D. Schuh, W. Wegscheider, and R. J. Haug, Phys. Rev. B **83**, 113301 (2011).
11. A. T. Hatke, M. A. Zudov, J. L. Reno, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. B **85**, 081304 (2012).
12. L. Bockhorn, I. V. Gornyi, D. Schuh, C. Reichl, W. Wegscheider, and R. J. Haug, Phys. Rev. B **90**, 165434 (2014).
13. R. G. Mani, A. Kriisa, and W. Wegscheider, Sci. Rep. **3**, 2747 (2013).
14. Q. Shi, P. D. Martin, Q. A. Ebner, M. A. Zudov, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. B **89**, 201301 (2014).
15. X. Wang, P. Jia, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. W. West, Phys. Rev. B **106**, L241302 (2022).
16. P. S. Alekseev, Phys. Rev. Lett. **117**, 166601 (2016).
17. B. Horn-Cosfeld, J. Schluck, J. Lammert, M. Cerchez, T. Heinzel, K. Pierz, H. W. Schumacher, and D. Mailly, Phys. Rev. B **104**, 045306 (2021).
18. J. A. Sulpizio, L. Ella, A. Rozen et al. (Collaboration), Nature **576**, 75 (2019).
19. M. J. H. Ku, T. X. Zhou, Q. Li et al. (Collaboration), Nature **583**, 537 (2020).
20. G. M. Gusev, A. D. Levin, E. V. Levinson, and A. K. Bakarov, Phys. Rev. B **98**, 161303 (2018).
21. T. Scaffidi, N. Nandi, B. Schmidt, A. P. Mackenzie, and J. E. Moore, Phys. Rev. Lett. **118**, 226601 (2017).
22. T. Holder, R. Queiroz, T. Scaffidi et al. (Collaboration) Phys. Rev. B **100**, 245305 (2019).
23. A. N. Afanasiev, P. S. Aleksseev, A. A. Greshnov, and M. A. Semina, Phys. Rev. B **104**, 195415 (2021).
24. А. Н. Афанасьев, П. С. Алексеев, А. А. Грешнов, М. А. Семина, ФТП **55**, 566 (2021).
25. P. S. Alekseev and M. A. Semina, Phys. Rev. B **98**, 165412 (2018).
26. P. S. Alekseev and M. A. Semina, Phys. Rev. B **100**, 125419 (2019).

27. P. S. Alekseev, A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Yu. Kachorovskii, B. N. Narozhny, M. Schutt, and M. Titov, Phys. Rev. Lett. **114**, 156601 (2015).
28. P. S. Alekseev, A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Yu. Kachorovskii, B. N. Narozhny, M. Schutt, and M. Titov, Phys. Rev. B **95**, 165410 (2017).
29. П. С. Алексеев, И. В. Горный, А. П. Дмитриев, В. Ю. Качоровский, М. А. Семина, ФТП **51**, 798 (2017).
30. Y. Dai, K. Stone, I. Knez et al. (Collaboration) Phys. Rev. B **84**, 241303 (2011).
31. O. V. Dimitrova and V. E. Kravtsov, JETP Lett. **86**, 670 (2007).
32. N. M. Chtchelkatchev and I. S. Burmistrov, Phys. Rev. Lett. **100**, 206804 (2008).
33. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, М. (1976).
34. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическя физика*, ч. 2, Наука, М. (1976).
35. В. И. Фалько, Д. Е. Хмельницкий, ЖЭТФ **95**, 1988 (1989).
36. П. С. Алексеев, ФТП **56**, 866 (2022).
37. K. S. Denisov, K. A. Baryshnikov, P. S. Alekseev, and N. S. Averkiev, J. Phys.: Condens. Matter **33**, 385802 (2021).