Письма в ЖЭТФ, том 55, вып.5, стр.271 - 274 10 марта 1992 г.

ЭФФЕКТЫ ЭЛЕКТРОН-ПЛАЗМОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ВЫРОЖДЕННОМ ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ

А.М.Дюгаев

Институт теоретической физики им.Л.Д.Ландау РАН
142432, Черноголовка, Московская обл.

Поступила в редакцию 29 января 1992 г.

Построена теория плазморонов - связанных состояний электронов и плазмонов в плотном и вырожденном электронном газе.

Для плотного и вырожденного электронного газа параметр $g = e^2/\pi\hbar v_F$ мал и его спектр возбуждений может быть определен в приближении самосогласованного поля. Спектр электронов определяется через полюса их функции Грина $G(\epsilon, p)$ [1]

$$G(\epsilon,p) = \frac{1}{G_0^{-1}(\epsilon,p) - \Sigma(\epsilon,p)}; \quad G_0 = \frac{1}{\epsilon - \xi}, \tag{1}$$

где ξ - спектр идеального газа, который линеен по импульсу p, вблизи импульса Ферми p_F : $\xi = (p - p_F)v_F$. Спектр плазмонов ω_k имеет щель ω_0 и квадратичен по импульсу k при малых k, он отвечает полюсам экранированного кулоновского взаимодействия $D(k,\omega)$ [1] :

$$D(k,\omega) = \frac{4\pi e^2}{k^2}\frac{\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_k^2} \quad \omega_k^2 = \omega_0^2 + \frac{3}{5}k^2 v_F^2. \tag{2}$$

Уже в первых работах по теории электронного газа [2-4] было обнаружено, что при приближении энергии электрона ϵ к пороговому значению $\epsilon = \omega_0 + \xi$, когда он может излучить реальный плазмон с малым k, вклад электрон-плазмонного взаимодействия в массовый оператор $\Sigma(1)$ имеет сильную пороговую особенность. К сожалению в этих работах учтен только первый порядок теории возмущений по параметру g, что недопустимо вблизи порога, когда $\epsilon \to \omega_0 + \xi$.

Целью предлагаемой работы является построение строгой теории плазморона-электрона одетого "шубой" из плазмонов. Суммирование всего ряда теории возмущений по параметру g приводит к появлению полюсов у массового оператора Σ (нулей у функции G). Эти особенности Σ и G можно интерпретировать как связанные состояния электронов и плазмонов. Эта интерпретация навеяна аналогией с теорией сверхпроводимости, где куперовское спаривание электронов также приводит к появлению полюсов у Σ, то есть нулей у G.

Определим, прежде всего, Σ в первом приближении по параметру g

$$\Sigma_0(\epsilon,\vec{p}) = i\int G_0(\vec{p}+\vec{k}, \epsilon+\omega) D(\vec{k},\omega)\frac{d^3k d\omega}{(2\pi)^4}. \tag{3}$$

С учетом (1,2) из (3) получаем после интегрирования по ω

$$\Sigma_0(\epsilon,\vec{p}) = \Sigma_0^+(\epsilon,\vec{p}) + \Sigma_0^-(\epsilon,\vec{p})$$

$$\Sigma_0^+ = \frac{e^2\omega_0}{(2\pi)^2}\int\frac{d^3k}{k^2}\frac{(1 - n_{\vec{p}+\vec{k}})}{\epsilon - \omega_k - \xi - \vec{k}\vec{v}_F + i\delta} \tag{4}$$

$$\Sigma_0^- = \frac{e^2\omega_0}{(2\pi)^2}\int\frac{d^3k}{k^2}\frac{n_{\vec{p}+\vec{k}}}{\epsilon+\omega_k-\xi-\vec{k}\vec{v}_F-i\delta},$$

где n_p - фермиевская функция распределения электронов по импульсам. Можно ограничиться рассмотрением одной из величин Σ_0^+, Σ_0^-, так как при малых ξ, они связаны соотношением

$$\Sigma_0^-(\epsilon,\xi) = -\Sigma_0^+(-\epsilon,-\xi),\quad \xi\equiv(p-p_F)v_F. \tag{5}$$

Приведем предельные выражения для реальной и мнимой части Σ^+ применимые вблизи порогового значения $\epsilon\approx\omega_0$.

$$\mathrm{Re}\Sigma_0^+ = -\omega_0\frac{g}{8}\ln^2\frac{\omega_0}{|\epsilon-\omega_0|},\quad \text{если}\quad \xi=0$$

$$\mathrm{Re}\Sigma_0^+ = -\omega_0\frac{g}{4}\ln^2\frac{\omega_0}{|\xi|},\quad \text{если}\quad \epsilon=\omega_0 \tag{6}$$

$$\mathrm{Im}\Sigma_0^+ = -\omega_0 g\frac{\pi}{2}\ln\frac{\xi\omega_0}{|\epsilon-\omega_0-\xi|^2},\quad \text{если}\quad \xi>0\ \text{и}\ \epsilon\to\omega_0+\xi.$$

Видно, что действительно уже в первом порядке по g у Σ появляются сильные пороговые особенности как для частиц при $\epsilon=\omega_0+\xi$ $(\xi>0)$, так и для дырок при $\epsilon=-\omega_0+\xi$ $(\xi<0)$. Учет следующих членов ряда теории возмущений по параметру g можно провести методами развитыми в работах [5,6] путем суммирования последовательности диаграмм, существенных в пороговом приближении. Малость параметра g позволяет пренебречь другими, непороговыми диаграммами. В частности, нет необходимости в (3) уточнять "затравочную" функцию Грина G_0. Если $\epsilon\approx\omega_0$ результат такого суммирования дается выражением

$$\Sigma^+ = \frac{\Sigma_0^+}{1+\Sigma_0^+/\omega_0}. \tag{7а}$$

Если же $\epsilon\approx-\omega_0$

$$\Sigma^- = \frac{\Sigma_0^-}{1-\Sigma_0^-/\omega_0}. \tag{7б}$$

Сравнение (7а) и (7б) позволяет получить компактное выражение для Σ применимое как при $\epsilon\approx\omega_0$, так и при $\epsilon\approx-\omega_0$

$$\Sigma = \frac{\Sigma_0}{1+G_0\Sigma_0}. \tag{7}$$

Это соответствует простому выражению для функции Грина G

$$G = G_0(1+\Sigma_0 G_0), \tag{8}$$

которое справедливо вдали от особенностей затравочной функции G_0 и является точным вблизи порога. Формулу (8) можно обосновать и другим путем, развивая пороговую диаграммную технику не для Σ, а для G. Прямым вычислением можно убедиться, что для G применима теория возмущений по параметру g. По этой же причине не имеет сильных пороговых особенностей и амплитуда рассеяния электрона на плазмоне.

Итак, учет электрон-плазмонного взаимодействия привел к появлению новых особенностей у функции Грина G (6, 8). При $\epsilon=\omega_0+\xi(\xi>0)$ и $\epsilon=-\omega_0+\xi(\xi<0)$ функция G имеет логарифмические полюса

$$G \infty ig/\omega_0 \ln /\epsilon - \omega_0 - \xi/, \quad G \infty ig/\omega_0 \ln /\epsilon + \omega_0 - \xi/, \tag{9}$$
$$\text{если } \epsilon \to \omega_0 + \xi \qquad \text{если } \epsilon \to -\omega_0 + \xi.$$

В области энергий $-\omega_0 < \epsilon < \omega_0$ функции G имеет два нуля. Один отвечает связанному состоянию частицы и плазмона, другой - дырки и плазмона. Энергия связи Δ этих состояний экспоненциально мала, при $\xi = 0$ $(p = p_F)$

$$\Delta \approx \omega_0 \exp\left[-\sqrt{\frac{8}{g}}\right]. \tag{10}$$

Связанные состояния существуют в узком интервале импульсов Δp вблизи импульса Ферми $p_F(\Delta p = p - p_F)$

$$\Delta p \approx \frac{\omega_0}{v_F} \exp\left[-\frac{2}{\sqrt{g}}\right]. \tag{11}$$

Логарифмические особенности у функции G дают вклад в одноэлектронную плотность состояний, который проявляется в мягких рентгеновских спектрах металлов, как плазменные сателлиты сдвинутые от основной полосы спектра на частоту плазмона ω_0. Эти же особенности дают вклад и в импульсное распределение электронов, которое измеряется в экспериментах по рассеянию жестких рентгеновских лучей в металлах.

Для выделения этих вкладов напомним связи одноэлектронной плотности состояний $\rho(\epsilon)$ и импульсного распределения электронов n_p с мнимой частью одноэлектронной функции Грина G

$$\rho(\epsilon) = \frac{1}{\pi} \int |\mathrm{Im} G(p, \epsilon)| d^3 p; \tag{12}$$

$$n_p = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{0} \mathrm{Im} G(p, \epsilon) d\epsilon.$$

Учитывая (4, 8) из (12) получаем выражения для $\rho(\epsilon)$ применимые вблизи пороговых значений ϵ : $|\epsilon| - \omega_0 \ll 1$.

$$\rho(\epsilon) = \rho(\omega_0) + \frac{4\pi p_F^2}{v_F} g \left(\frac{10}{3}\right)^{1/2} \left(\frac{\epsilon}{\omega_0} - 1\right)^{1/2}, \tag{13}$$

если $\epsilon > \omega_0$

$$\rho(\epsilon) = \rho(-\omega_0) + \frac{4\pi p_F^2}{v_F} g \left(\frac{10}{3}\right)^{1/2} \left(-\frac{\epsilon}{\omega_0} - 1\right)^{1/2},$$

если $\epsilon < -\omega_0$.

Для $-\omega_0 < \epsilon < \omega_0$ рассматриваемые эффекты не влияют на значение $\rho(\epsilon)$. Из (13) видно, что электрон-плазмонное взаимодействие дает неаналитический вклад в одноэлектронную плотность состояний $\rho(\epsilon)$. Производная ρ по ϵ корневым образом расходится при $\epsilon = \pm\omega_0$.

Аналогичная неаналитичность свойственна и зависимости импульсного распределения n_p от p. Производная электрон-плазмонного вклада Δn_p по p логарифмически расходится на границе Ферми

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial p} = \frac{g}{2} \frac{v_F}{\omega_0} \ln \left|\frac{p}{p_F} - 1\right|. \tag{14}$$

Представляет интерес экспериментальное подтверждение зависимостей ρ от ϵ (13) и n_p от p (14).

1. А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Физматгиз, 1962.

2. R.A.Ferrell, Phys. Rev. **112**, 812 (1958).

3. L.Hedin, B.I.Lundgvist and S.Lundgvist, Sol. St. Comm., **5**, 237 (1967).

4. L.Hedin and S.Lundgvist, Sol. St. Phys. **23**, 1 (1969).

5. Л.П.Питаевский, ЖЭТФ **36**, 1168 (1959).

6. И.Б.Левинсон, Э.И.Рашба, УФН **111**, 683 (1973).