Письма в ЖЭТФ, том 118, вып. 7, с. 538 – 545

Диффузионные моды двухзонных фермионов в условиях диссипативной динамики, сохраняющей число частиц

А. А. Люблинская[+*], *И. С. Бурмистров*[+×1)]

[+]*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау, 142432 Черноголовка, Россия*

[*]*Московский физико-технический институт, 141700 Москва, Россия*

[×]*Лаборатория физики конденсированного состояния, Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, 101000 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 12 августа 2023 г.
После переработки 27 августа 2023 г.
Принята к публикации 28 августа 2023 г.

Управляемые диссипативные системы интересны возможностью создания контролируемых нетривиальных квантово-коррелированных многочастичных состояний. Особняком стоят диссипативные модели, сохраняющие число частиц. Как известно, в квантовых системах с унитарной динамикой сохранение числа частиц и случайное рассеяние приводят к диффузионному поведению двухчастичных возбуждений (диффузонов и куперонов). Существование диффузионных мод в сохраняющей число частиц диссипативной динамике еще недостаточно изучено. В данной работе мы явно демонстрируем существование диффузонов в двухзонной модели с диссипативной динамикой, направленной на заполнение одной фермионной зоны за счет опустошения другой. Исследуемая модель является обобщением модели, предложенной в F. Tonielli, J. C. Budich, A. Altland, and S. Diehl, Phys. Rev. Lett. **124**, 240404 (2020). В работе получена зависимость коэффициента диффузии от параметров модели и скорости диссипации. Существование диффузионных мод усложняет проектирование макроскопических многочастичных коррелированных состояний.

DOI: 10.31857/S1234567823190114, EDN: xrxesz

В последнее время диссипативная динамика открытых многочастичных квантовых систем вызывает большой интерес [1–5], поскольку позволяет изучать неравновесные состояния материи как теоретически [6–10], так и экспериментально [11]. Эта область исследований богата нетривиальными и неинтуитивными результатами, включая, например, неравновесные фазовые переходы [12–18]. Управляемые диссипативные системы позволяют контролируемым образом создавать квантовые многочастичные коррелированные стационарные состояния, не имеющие аналога в гамильтоновой динамике [19–44].

Одним из наиболее распространенных аналитических методов для описания моделей с внешним источником диссипации является уравнение Горини–Коссаковски–Сударшана–Линдблада (ГКСЛ) [45, 46]. В этом уравнении динамика матрицы плотности явно разделена на унитарную и диссипативную части, определяемые гамильтонианом и прыжковыми операторами соответственно. В недавних теоретических работах была разработана процедура перехода от уравнения ГКСЛ к описанию систем в рамках квантовой теории поля на келдышевском временном контуре (см. обзоры [1, 5]).

Как известно, симметрии и законы сохранения являются основопологающими принципами в квантовой теории поля. В гамильтоновых системах сохранение числа частиц в сочетании со случайным рассеянием приводит к диффузионной динамике. Также диффузия может появиться из-за сбоя квантовой когерентности, вызванной взаимодействием с внешней средой в виде тепловой бани [47–50]. Возникает вопрос: приведет ли сохранение числа частиц к диффузии в диссипативных моделях? Общий ответ на него до сих пор не установлен. Одно из препятствий в ответе на него заключается в том, что управляемые диссипативные системы конструируются таким образом, чтобы избежать случайности в уравнении ГКСЛ.

В этой работе мы рассматриваем общий вопрос о существовании диффузионных режимов в описываемых уравнением ГКСЛ системах с диссипативной динамикой, сохраняющей число частиц. Существу-

1)e-mail: burmi@itp.ac.ru

ют ли диффузионные двухчастичные возбуждения (диффузоны и купероны), широко изученные для неупорядоченных гамильтонианов, в таких моделях? В работе мы показываем, что в широком классе диссипативных систем с сохраняющимся числом частиц диффузия возникает естественным образом, как это происходит при унитарной эволюции.

Мы рассматриваем обобщение модели, изучаемой в работах [35, 51]. Модель описывает двухзонные фермионы, которые рассеиваются случайными динамическими бозонными полями, выступающими в роли квантового шума. В отличие от работ [35, 51], рассматриваемая обощенная модель допускает нелокальное рассеяние. Усреднение по квантовому шуму приводит к диссипативной динамике системы, описываемой в рамках уравнения ГКСЛ с прыжковыми операторами, переводящими фермионы из верхней зоны спектра в нижнюю (и наоборот) со скоростью, определяемой рассеянием на бозонных полях. Вычисление суммы диаграмм лестничного типа (диффузона) с линиями взаимодействия, индуцированными диссипацией, приводит к выражению (21) с диффузионным полюсом канонического вида. Соответствующий коэффициент диффузии (22) зависит от параметров модели.

Модель. Рассмотрим следующую статистическую сумму на келдышевском контуре:

$$Z[\overline{\Phi},\Phi]=\int \mathcal{D}[\overline{\psi}_{\pm},\psi_{\pm}]\, e^{iS_0+iS_\Phi}. \tag{1}$$

Она зависит от вспомогательных бозонных полей Φ и $\overline{\Phi}$. Здесь $\psi_\pm=\{\psi_{1,\pm},\psi_{2,\pm}\}$ и $\overline{\psi}_\pm=\{\overline{\psi}_{1,\pm},\overline{\psi}_{2,\pm}\}$ обозначают фермионные поля со спином $s=1/2$, соответствующие операторам уничтожения и рождения на прямой (“+”) и обратной (“−”) ветвях контура. Кинетическая часть действия описывает газ свободных электронов,

$$S_0=\int\limits_{\mathbf{q},t}\sum_{\tau=\pm}\tau\overline{\psi}_{\mathbf{q},\tau}(t)\big(i\partial_t-H_0(\mathbf{q})\big)\psi_{\mathbf{q},\tau}(t), \tag{2}$$

где $\mathbf{q}$ – это d-мерный импульс, и используется сокращенное обозначение $\int_{\mathbf{q},t}\equiv\int dt\int d^d\mathbf{q}/(2\pi)^d$. Гамильтониан $H_0(\mathbf{q})$ представляет собой матрицу $2{\times}2$ и действует в спиновом пространстве. Предположим, что $H_0(\mathbf{q})$ может быть диагонализован унитарной матрицей $U_\mathbf{q}$ (также 2×2), такой что $H_0(\mathbf{q})=\xi_q U_\mathbf{q}\sigma_z U_\mathbf{q}^\dagger$. Здесь $\sigma_z=\mathrm{diag}\{1,-1\}$ обозначает матрицу Паули. Удобно ввести второй набор фермионных полей $c_\mathbf{q}=\{c_{\mathbf{q},\mathsf{u}},c_{\mathbf{q},\mathsf{d}}\}=U_\mathbf{q}^\dagger\psi_\mathbf{q}$ и $\overline{c}_\mathbf{q}=\{\overline{c}_{\mathbf{q},\mathsf{u}},\overline{c}_{\mathbf{q},\mathsf{d}}\}=\overline{\psi}_\mathbf{q}U_\mathbf{q}$. Эти фермионные поля соответствуют уничтожению и рождению фермионов в верхней (с энергией $+\xi_q$) и нижней (с энергией $-\xi_q$) зонах, т.е.

$$S_0=\int\limits_{\mathbf{q},t}\sum_{\tau=\pm}\tau\overline{c}_{\mathbf{q},\tau}(t)\big(i\partial_t-\xi_\mathbf{q}\sigma_z\big)c_{\mathbf{q},\tau}(t). \tag{3}$$

Свободные фермионы рассеиваются случайными динамическими полями Φ и $\overline{\Phi}$, которые описываются локальным по координате и времени действием

$$S_\Phi=\int\limits_{\mathbf{x},t}\sum_{\alpha=1,2}\sum_{\mathsf{a}=\mathsf{u},\mathsf{d}}\sum_{\tau=\pm}\tau\Big\{\overline{l}_{\mathsf{a},\tau}(\mathbf{x},t-\delta'\tau)\overline{\Phi}_{\mathsf{a},\alpha,\tau}(\mathbf{x},t)\times\psi_{\alpha,\tau}(\mathbf{x},t-\delta'\tau-\epsilon'_\mathsf{a}\tau)+\overline{\psi}_{\alpha,\tau}(\mathbf{x},t-\delta'\tau)\Phi_{\mathsf{a},\alpha,\tau}(\mathbf{x},t)\times l_{\mathsf{a},\tau}(\mathbf{x},t-\delta'\tau-\epsilon'_\mathsf{a}\tau)\Big\}. \tag{4}$$

Здесь используется обозначение: $\int_{\mathbf{x},t}\equiv\int dt\int d\mathbf{x}$. Также мы ввели еще один набор фермионных полей $\overline{l}_{\mathbf{q},\mathsf{a}}=v^*_\mathbf{q}\overline{c}_{\mathbf{q},\mathsf{a}}$ и $l_{\mathbf{q},\mathsf{a}}=v_\mathbf{q}c_{\mathbf{q},\mathsf{a}}$ с вспомогательными функциями импульса $v_\mathbf{q}$. Рассеяние фермионов на бозонных полях, описываемое уравнением (4), является необычным, поскольку в ходе этого рассеяния фермионы переходят из одного базиса в другой. В силу соотношения $l_\mathbf{q}=v_\mathbf{q}U_\mathbf{q}^\dagger\psi_\mathbf{q}$, рассеяние становится эффективно нелокальным в пространстве, однако для заданной матрицы $U_\mathbf{q}$ это можно исправить правильным выбором $v_\mathbf{q}$. Хотя в работах [35, 51] рассматривалась именно такая ситуация, как мы покажем ниже, это не является необходимым для появления диффузии. Подчеркнем, что рассеяние в уравнении (4) сохраняет общее число частиц.

Случайные динамические бозонные поля Φ и $\overline{\Phi}$ в уравнении (4) предполагаются гауссовыми, некоррелированными в пространстве и времени и с нулевым средним значением. Среди парных корреляционных функций ненулевыми являются только такие:

$$\begin{aligned}\langle\Phi_{\mathsf{a},\alpha,\pm}(\mathbf{x},t)\overline{\Phi}_{\mathsf{a},\alpha,\pm}(\mathbf{x}',t')\rangle&=\gamma_\alpha^{(\mathsf{a})}\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')\delta(t-t'\pm\delta_\mathsf{a}),\\ \langle\Phi_{\mathsf{a},\alpha,\tau_\mathsf{a}}(\mathbf{x},t)\overline{\Phi}_{\mathsf{a},\alpha,-\tau_\mathsf{a}}(\mathbf{x}',t')\rangle&=\gamma_\alpha^{(\mathsf{a})}\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')[\delta(t-t'+\delta_\mathsf{a})\\&\quad+\delta(t-t'-\delta_\mathsf{a})],\end{aligned} \tag{5}$$

где $\tau_{\mathsf{u}/\mathsf{d}}=\pm1$, а $\gamma_\alpha^{(\mathsf{a})}$ есть скорость рассеяния между фермионом в состоянии с проекцией спина $\alpha=1,2$ и фермионом в зоне $\mathsf{a}=\mathsf{u},\mathsf{d}$. В уравнениях (4) и (5) мы ввели ряд одновременных регуляторов, $\epsilon'_\mathsf{u}=-\epsilon'_\mathsf{d}=-\epsilon'{>}0$ и $\delta_\mathsf{u}=-\delta_\mathsf{d}=\delta''>0$, удовлетворяющих неравенству $\delta'>\delta''>\epsilon'>0$. В конце вычислений они все должны быть приравнены к нулю.

Стоит отметить, что после келдышевского поворота [52] парная корреляционная функция бозонов приобретает стандартную матричную структуру в келдышевском пространстве:

$$\mathcal{D}_{\mathbf{k},\mathsf{a},\alpha}(\omega) = -i\langle\Phi_{\mathsf{a},\alpha,\mathrm{cl/q}}(\mathbf{x},t)\overline{\Phi}_{\mathsf{a},\alpha,\mathrm{cl/q}}(\mathbf{x}',t')\rangle_{\mathbf{k},\omega} = i\gamma_\alpha^{(\mathsf{a})}s_{\mathsf{a}}\begin{pmatrix}-2s_{\mathsf{a}} & 1_\omega^R\\ -1_\omega^A & 0\end{pmatrix}, \qquad (6)$$

где $s_{\mathsf{u}} = -s_{\mathsf{d}} = 1$. Индекс R/A обозначает, что $1_\omega^{R/A}$ соответствует $\delta(t \mp 0^+)$ после преобразования Фурье во временное представление. Кроме того, уравнение (6) указывает, что случайные бозонные поля имеют функцию распределения, равную $-s_{\mathsf{a}}$. Следовательно, бозонные поля (в интересующем нас диапазоне частот) соответствуют равновесной тепловой бане при $T = 0$.

Келдышевское действие в терминах c-фермионов. Статистическая сумма (1) представляет собой случайную величину с некоторой функцией распределения, вычисление которой является интересной задачей. В данной работе мы ограничимся изучением только ее среднего,

$$\langle Z[\Phi,\overline{\Phi}]\rangle_\Phi = \int \mathcal{D}[\overline{\Psi},\Psi]\, e^{iS_0+iS_{\mathrm{L}}}, \quad S_{\mathrm{L}} = \frac{i}{2}\langle S_\Phi^2\rangle_\Phi. \quad (7)$$

Действие S_L можно явно записать в базисе c-фермионов как

$$S_{\mathrm{L}} = -i(2\pi)^d \int\limits_{\mathbf{p}_j,t} \delta(\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2+\mathbf{p}_3-\mathbf{p}_4)\sum_{\mathsf{a}=\mathsf{u},\mathsf{d}}\sum_{\alpha=1,2}\gamma_\alpha^{(\mathsf{a})}\sum_{\tau=\pm} \times\Big[\overline{c}_{\mathbf{p}_1,-}(t)\overline{\mathcal{L}}^{(\mathsf{a},\alpha)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}c_{\mathbf{p}_2,-}(t_{\mathsf{a}}^+)\overline{c}_{\mathbf{p}_3,+}(t-\delta)\mathcal{L}^{(\mathsf{a},\alpha)}_{\mathbf{p}_3 p_4}c_{\mathbf{p}_4,+}(t_{\mathsf{a}}^- -\delta) -\overline{c}_{\mathbf{p}_1,\tau}(t_{\mathsf{a}}^\tau)\overline{\mathcal{L}}^{(\mathsf{a},\alpha)}_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}c_{\mathbf{p}_2,\tau}(t)\overline{c}_{\mathbf{p}_3,\tau}(t-\delta_\tau)\mathcal{L}^{(\mathsf{a},\alpha)}_{\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4}c_{\mathbf{p}_4,\tau}(t_{\mathsf{a}}^\tau-\delta_\tau)\Big]. \quad (8)$$

Здесь также введены одновременные регуляторы $t_{\mathsf{a}}^\pm = t \pm \epsilon_{\mathsf{a}}$ и $\delta_\tau = \tau\delta$, такие что $\epsilon_{\mathsf{u}} = -\epsilon_{\mathsf{d}} = -\epsilon$ и $\delta > \epsilon > 0$. Четыре матрицы $\mathcal{L}^{(\mathsf{a},\alpha)}$ действуют в пространстве u/d и определяются следующим образом:

$$[\mathcal{L}^{(\mathsf{u},\alpha)}_{\mathbf{pq}}]_{\mathsf{ab}} = v_{\mathbf{q}}[U_{\mathbf{p}}^\dagger]_{\mathsf{a},\alpha}\delta_{\mathsf{bu}}, \quad [\mathcal{L}^{(\mathsf{d},\alpha)}_{\mathbf{pq}}]_{\mathsf{ab}} = -v_{\mathbf{p}}^*[U_{\mathbf{q}}]_{\alpha,\mathsf{b}}\delta_{\mathsf{ad}}, \quad \overline{\mathcal{L}}^{(\mathsf{a},\alpha)}_{\mathbf{pq}} = [\mathcal{L}^{(\mathsf{a},\alpha)}_{\mathbf{qp}}]^\dagger. \quad (9)$$

Действие S_0+S_{L} инвариантно относительно глобальных $\mathrm{U}(1)\times\mathrm{U}(1)$ преобразований, $\overline{c}_\pm \to e^{-i\chi_\pm}\overline{c}_\pm$ и $c_\pm \to e^{i\chi_\pm}c_\pm$ с $\chi_+ \neq \chi_-$. Эта сильная симметрия означает сохранение общего числа частиц в модели. Подчеркнем, что не существует ни сильной, ни слабой $U(1)$-симметрии действия, которая могла бы быть связана с сохранением u- или d-фермионов по отдельности. Трансляционная инвариантность является слабой симметрией модели [1, 53, 54], поскольку S_{L} инвариантно только относительно трансляций $\overline{c}_{\mathbf{q},\pm} \to e^{-i\mathbf{q}\boldsymbol{\eta}_\pm}\overline{c}_{\mathbf{q},\pm}$ и $c_{\mathbf{q}\pm} \to e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\eta}_\pm}c_{\mathbf{q},\pm}$ с $\boldsymbol{\eta}_+ = \boldsymbol{\eta}_-$, т.е. действующих одинаково на прямой и обратной ветвях контура Келдыша. Заметим, что если бы бозонные поля были реальным случайным потенциалом, то отсутствовала бы даже слабая симметрия для трансляционной инвариантности. Тем не менее отсутствие сильной симметрии для трансляционной инвариантности позволяет c-фермионам передавать не только энергию, но и релаксировать по импульсу при рассеянии на бозонных полях.

Уравнение ГКСЛ. Отметим, что усредненная статистическая сумма $\langle Z[\Phi,\overline{\Phi}]\rangle_\Phi$ соответствует матрице плотности ρ, динамика которой определяется уравнением ГКСЛ

$$\frac{d\rho}{dt} = \int\limits_{\mathbf{x}}\Big(i[\rho,H_0] + \sum_{\mathsf{a}=\mathsf{u},\mathsf{d}}\sum_{\alpha=1,2}\gamma_\alpha^{(\mathsf{a})}\big(2L_{\mathsf{a},\alpha}\rho L_{\mathsf{a},\alpha}^\dagger - \{L_{\mathsf{a},\alpha}^\dagger L_{\mathsf{a},\alpha},\rho\}\big)\Big), \qquad (10)$$

с прыжковыми операторами $L_{\mathsf{u},\alpha} = \psi_\alpha^\dagger(\mathbf{x})l_{\mathsf{u}}(\mathbf{x})$ и $L_{\mathsf{d},\alpha} = \psi_\alpha(\mathbf{x})l_{\mathsf{d}}^\dagger(\mathbf{x})$. Таким образом, скорости рассеяния $\gamma_\alpha^{(\mathsf{a})}$, по сути, определяют скорость диссипации. В случае половинного заполнения уравнение ГКСЛ имеет стационарное решение – темновое состояние, $\rho = |D\rangle\langle D|$, в котором d-зона полностью занята, а u-зона пуста.

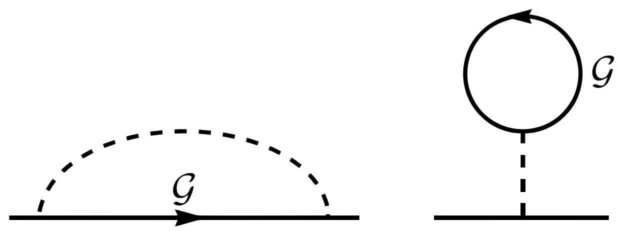

Рис. 1. Диаграммы типа Фока и Хартри для собственной энергии в самосогласованном борновском приближении. Сплошные линии обозначают самосогласованные функции Грина, а штрихованные показывают взаимодействие, индуцированное диссипацией (функции Грина бозона $\mathcal{D}_{\mathbf{p},\mathsf{a},\alpha}(\omega)$)

Самосогласованное борновское приближение. Темновое состояние можно получить из анализа келдышевского действия S_0+S_{L}. Ему соответствует самосогласованное решение уравнения Дайсона, записанное для одночастичной функции Грина в низшем порядке по силе диссипации $\gamma_\alpha^{(a)}$ (см. рис. 1) [35].

Самосогласованные функции Грина диагональны в u/d-пространстве и имеют вид (подробности см. в [51])

$$\begin{aligned} \mathcal{G}^{R/A}_{\mathbf{q},\mathsf{a}}(\varepsilon) &= \Big[\varepsilon - \xi_q s_{\mathsf{a}} \pm i\bar{\gamma}_{\mathsf{a}}|v_q|^2\Big]^{-1}, \\ \mathcal{G}^{K}_{\mathbf{q},\mathsf{a}}(\varepsilon) &= s_{\mathsf{a}}\Big[\mathcal{G}^{R}_{\mathbf{q},\mathsf{a}}(\varepsilon) - \mathcal{G}^{A}_{\mathbf{q},\mathsf{a}}(\varepsilon)\Big], \end{aligned} \tag{11}$$

где $\bar{\gamma}_{\mathsf{a}} = \int_p [U^\dagger_{\mathbf{p}}\hat{\gamma}^{(\mathsf{a})}U_{\mathbf{p}}]_{\mathsf{aa}}$. Здесь введена двумерная матрица $\hat{\gamma}^{(\mathsf{a})} = \mathrm{diag}\{\gamma^{(\mathsf{a})}_1, \gamma^{(\mathsf{a})}_2\}$. Заметим, что множитель $s_{\mathsf{a}}=\pm 1$ определяет функцию распределения (как $(1-s_{\mathsf{a}})/2$) c-фермионов в верхней и нижней зонах. Следовательно, уравнение (11) действительно описывает темновое состояние с полностью занятой d-зоной и полностью пустой u-зоной.

Лестничное суммирование для диффузона. Как известно, диффузии частиц в неупорядоченных системах соответствует диффузон, представляющий собой частично-дырочное возбуждение, описываемое лестничными диаграммами примесного рассеяния [55]. Поскольку в рассматриваемой модели имеет место релаксация импульса, естественно ожидать, что лестничные диаграммы с диссипативными линиями (бозонная корреляционная функция (5)) могли бы приводить к диффузионному полюсу. Рассмотрим двухчастичное неприводимое среднее

$$\langle\!\langle c_{\mathbf{p}_+,\mathsf{a},\nu}(t_1)\bar{c}_{\mathbf{p}_-,\mathsf{b},\mu}(t_1)\cdot c_{\mathbf{q}_-,\mathsf{b}',\mu'}(t_2)\bar{c}_{\mathbf{q}_+,\mathsf{a}',\nu'}(t_2)\rangle\!\rangle, \tag{12}$$

где $\mathbf{p}_\pm = \mathbf{p} \pm \mathbf{q}/2$, $\mathbf{q} = \mathbf{q} \pm \mathbf{q}/2$, а $\nu, \nu', \mu, \mu' = 1, 2$ – индексы в пространстве Келдыша после поворота. Такое двухчастичное неприводимое среднее соответствует корреляционной функции плотность-плотность и в отсутствие диссипации, на уровне самосогласованного борновского приближения, дает произведение двух функций Грина, $\mathcal{G}^{\nu\nu'}_{\mathbf{p}_+,\mathsf{a}}(\varepsilon_+)\mathcal{G}^{\mu'\mu}_{\mathbf{p}_-,\mathsf{b}}(\varepsilon_-)\delta_{\mathsf{aa}'}\delta_{\mathsf{bb}'}\delta(\mathbf{p}-\mathbf{q})$ (после преобразования Фурье из временного представления в частотное), где $\varepsilon_\pm = \varepsilon \pm \Omega/2$. Заметим, что мы не рассматриваем лестницу для куперона, которая порождается корреляционной функцией вида (12), в которой $\bar{c}(t_1)$ заменено на $c(t_1)$, а $c(t_2)$ заменено на $\bar{c}(t_2)$. Из-за того, что диссипативное взаимодействия мгновенное в S_{L} куперонная лестница зануляется из-за причинности.

Чтобы рассматривать двухчастичную корреляционную функцию (12) за рамками самосогласованного борновского приближения, удобно сделать келдышевский поворот в действии S_{L}. Заметим, что для вычисления лестницы не нужно следить за одновременной регуляризацией. Тогда мы получаем

$$S_{\mathrm{L}} = \frac{i}{2}\gamma(2\pi)^d \int\limits_{\mathbf{p}_j,t} \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4) \sum_{\mathsf{a}=\mathsf{u},\mathsf{d}} \sum_{\alpha=1,2} \sum_{\nu,\mu=0,1} \times P_{\mu\nu}\bar{c}_{\mathbf{p}_1}(t)\tau_\mu \overline{\mathcal{L}}^{(\mathsf{a},\alpha)}_{\mathbf{p}_1 p_2} c_{\mathbf{p}_2}(t)\ \bar{c}_{\mathbf{p}_3}(t)\tau_\nu \mathcal{L}^{(\mathsf{a},\alpha)}_{\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4} c_{\mathbf{p}_4}(t). \tag{13}$$

Здесь τ_0 и τ_1 есть единичная матрица и стандартная матрица Паули τ_x, соответственно. Они действуют в келдышевском пространстве. Также мы ввели 2×2-матрицу P со следующими матричными элементами: $P_{00} = 2$, $P_{01} = -P_{10} = 1$ и $P_{11} = 0$.

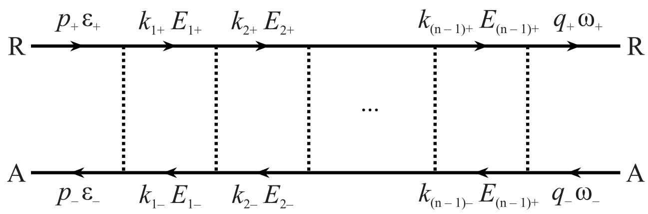

Рис. 2. Лестничная диаграмма для диффузона. Сплошные линии обозначают самосогласованные функции Грина, а штрихованные показывают взаимодействие, индуцированное диссипацией (функции Грина бозона $\mathcal{D}_{\mathbf{p},\mathsf{a},\alpha}(\omega)$)

Кроме того, для расчета лестничных диаграмм самосогласованную функцию Грина удобно записать в виде $\mathcal{G}_{\mathbf{p},\mathsf{a}}(\varepsilon) = \mathcal{G}^R_{\mathbf{p},\mathsf{a}}(\varepsilon)\Lambda^{(+)}_{\mathsf{a}} + \mathcal{G}^A_{\mathbf{p},\mathsf{a}}(\varepsilon)\Lambda^{(-)}_{\mathsf{a}}$ с

$$\Lambda^{(+)}_{\mathsf{a}} = \begin{pmatrix} 1 & s_{\mathsf{a}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Lambda^{(-)}_{\mathsf{a}} = \begin{pmatrix} 0 & -s_{\mathsf{a}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Матрицы $\Lambda^{(\pm)}$ являются ортогональными проекторами, $\Lambda^{(+)}\Lambda^{(-)} = \Lambda^{(-)}\Lambda^{(+)} = 0$ и $[\Lambda^{(\pm)}]^2 = \Lambda^{(\pm)}$.

Рассмотрим лестничную диаграмму n-го порядка по $\gamma^{(\mathsf{a})}_\alpha$, показанную на рис. 2. Соответствующий вклад в двухчастичную корреляционную функцию (12) определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} &\sum_{\sigma_j=\pm}\sum_{\mu_j\nu_j}\sum_{\mathsf{a}_j,\mathsf{b}_j}\int\limits_{\mathbf{k}_j} Y^{(\sigma_1)}_{\mathsf{a}_1\mathsf{b}_1}(\mathbf{k}_1)\dots Y^{(\sigma_{n-1})}_{\mathsf{a}_{n-1}\mathsf{b}_{n-1}}(\mathbf{k}_{n-1}) \prod_{j=1}^{n}\sum_{\mathsf{c}_j,\alpha_j} \\ &\times \frac{\gamma^{(\mathsf{c}_j)}_{\alpha_j}}{2}\Big\{ P_{\mu_j\nu_j}[\overline{\mathcal{L}}^{(\mathsf{c}_j,\alpha_j)}_{\mathbf{k}_{(j-1)+}\mathbf{k}_{j+}}]_{\mathsf{a}_{j-1}\mathsf{a}_j}[\mathcal{L}^{(\mathsf{c}_j\alpha_j)}_{\mathbf{k}_{j-}\mathbf{k}_{(j-1)-}}]_{\mathsf{b}_j\mathsf{b}_{j-1}} \\ &+ P_{\nu_j\mu_j}[\mathcal{L}^{(\mathsf{c}_j\alpha_j)}_{\mathbf{k}_{(j-1)+}\mathbf{k}_{j+}}]_{\mathsf{a}_{j-1}\mathsf{a}_j}[\overline{\mathcal{L}}^{(\mathsf{c}_j\alpha_j)}_{\mathbf{k}_{j-}}\mathbf{k}_{(j-1)-}]_{\mathsf{b}_j\mathsf{b}_{j-1}} \Big\} \\ &\times \Big[\mathcal{G}_{\mathbf{p}_+,\mathsf{a}}(\varepsilon_+)\tau_{\mu_1}\prod_{j=1}^{n-1}\Big(\Lambda^{(\sigma_j)}_{\mathsf{a}_j}\tau_{\mu_{j+1}}\Big)\mathcal{G}_{\mathbf{q}_+,\mathsf{a}'}(\omega_+)\Big]^{\nu\nu'} \\ &\times \Big[\mathcal{G}^T_{\mathbf{p}_-,\mathbf{b}}(\varepsilon_-)\tau_{\nu_1}\prod_{j=1}^{n-1}\Big([\Lambda^{(-\sigma_j)}_{\mathbf{b}_j}]^T\tau_{\nu_{j+1}}\Big)\mathcal{G}^T_{\mathbf{q}_-,\mathbf{b}'}(\omega_-)\Big]^{\mu\mu'}. \end{aligned} \tag{15}$$

Здесь введены обозначения $\omega_\pm = \omega \pm \Omega/2$ и $\mathsf{a}_0 = \mathsf{a}$, $\mathsf{a}_n = \mathsf{a}'$, $\mathsf{b}_0 = \mathsf{b}$, $\mathsf{b}_n = \mathsf{b}'$, $\mathbf{k}_0 = \mathbf{p}$, $\mathbf{k}_n = \mathbf{q}$, а также определены функции

$$\begin{aligned} Y^{(+)}_{\mathsf{ab}}(\mathbf{k}) &= \int_E \mathcal{G}^R_{\mathbf{k}_+,\mathsf{a}}(E_+)\mathcal{G}^A_{\mathbf{k}_-,\mathsf{b}}(E_-), \\ Y^{(-)}_{\mathsf{ab}}(\mathbf{k}) &= \int_E \mathcal{G}^A_{\mathbf{k}_+,\mathsf{a}}(E_+)\mathcal{G}^R_{\mathbf{k}_-,\mathsf{b}}(E_-). \end{aligned} \tag{16}$$

Подчеркнем, что для расчета диффузной лестницы в рассматриваемой задаче необходимо интегрировать по промежуточным энергиям, в то время как в случае неупорядоченных фермионов в этом нет необходимости, так как энергия сохраняется при рассеянии на примесном потенциале. Также отметим другое отличие уравнения (15) от диффузной лестницы для примесного рассеяния. В первом случае рассеяние на бозонном поле имеет нетривиальную матричную структуру в пространстве Келдыша, так что диффузная лестница чувствительна к функции распределения. В случае примесного рассеяния причинность функции Грина сохраняется и келдышевская компонента функции Грина не участвует.

Используя структуру проекторов $\Lambda_{\mathsf{a}}^{(\sigma)}$, матрицы P, матриц $\mathcal{L}$ и $\overline{\mathcal{L}}$, можно обнаружить, что выражение (15) значительно упрощается и оказывается ненулевым только для $\mathsf{a} = \mathsf{a}' = \mathsf{b} = \mathsf{b}'$. Таким образом, получаем

$$2^n \mathcal{G}^R_{\mathbf{p}_+,\mathsf{a}}(\varepsilon_+)\mathcal{G}^A_{\mathbf{p}_-,\mathsf{a}}(\varepsilon_-)\mathcal{G}^R_{\mathbf{q}_+,\mathsf{a}}(\omega_+)\mathcal{G}^A_{\mathbf{q}_-,\mathsf{a}}(\omega_-)(\Lambda_{\mathsf{a}}^{(+)})^{\nu\nu'} \times (\Lambda_{\mathsf{a}}^{(-)})^{\mu'\mu}\int_{\mathbf{k}_j} Y^{(+)}_{\mathsf{aa}}(\mathbf{k}_1)\dots Y^{(+)}_{\mathsf{aa}}(\mathbf{k}_{n-1}) \times \prod_{j=1}^{n} v_{\mathbf{k}_{(j-1)+}} v^*_{\mathbf{k}_{(j-1)-}} [U^\dagger_{\mathbf{k}_{j+}}\hat{\gamma}^{(\mathsf{a})}U_{\mathbf{k}_{j-}}]_{\mathsf{aa}}. \quad (17)$$

Выполняя суммирование по всем лестничным диаграммам от $n = 1$ до $n = \infty$, получаем следующий результат:

$$2v_{\mathbf{p}_+}v^*_{\mathbf{p}_-}\mathcal{G}^R_{\mathbf{p}_+,\mathsf{a}}(\varepsilon_+)\mathcal{G}^A_{\mathbf{p}_-,\mathsf{a}}(\varepsilon_-)[U^\dagger_{\mathbf{q}_+}\hat{\gamma}^{(\mathsf{a})}U_{\mathbf{q}_-}]_{\mathsf{aa}}\mathcal{G}^R_{\mathbf{q}_+,\mathsf{a}}(\omega_+) \times \mathcal{G}^A_{\mathbf{q}_-,\mathsf{a}}(\omega_-)(\Lambda_{\mathsf{a}}^{(+)})^{\nu\nu'}(\Lambda_{\mathsf{a}}^{(-)})^{\mu'\mu}\frac{1}{1-f_{\mathsf{a}}(\mathbf{q},\Omega)}, \quad (18)$$

где

$$f_{\mathsf{a}}(\mathbf{q},\Omega) = 2\int_{\mathbf{k}} Y^{(+)}_{\mathsf{aa}}(\mathbf{k})v_{\mathbf{k}_+}v^*_{\mathbf{k}_-}[U^\dagger_{\mathbf{k}_+}\hat{\gamma}^{(\mathsf{a})}U_{\mathbf{k}_-}]_{\mathsf{aa}}. \quad (19)$$

Вычисляя $Y^{(+)}_{\mathsf{aa}}(\mathbf{k})$ с помощью (11), находим

$$f_{\mathsf{a}}(\mathbf{q},\Omega) = \int_{\mathbf{k}} \frac{2iv_{\mathbf{k}_+}v^*_{\mathbf{k}_-}[U^\dagger_{\mathbf{k}_+}\hat{\gamma}^{(\mathsf{a})}U_{\mathbf{k}_-}]_{\mathsf{aa}}}{\Omega - s_{\mathsf{a}}\xi_{\mathbf{k}_+} + s_{\mathsf{a}}\xi_{\mathbf{k}_-} + i\bar{\gamma}_{\mathsf{a}}(|v_{\mathbf{k}_+}|^2 + |v_{\mathbf{k}_-}|^2)}. \quad (20)$$

Полагая $\mathbf{q} = \Omega = 0$, получаем $f_{\mathsf{a}}(0,0) \equiv 1$, т.е. у двухчастичной корреляционной функции в лестничном приближении есть полюс. Наличие такого полюса означает, что соответствующие двухчастичные возбуждения распространяются на большие расстояния. Разлагая функцию $f_{\mathsf{a}}(\mathbf{q},\Omega)$ по $\mathbf{q}$ и Ω, находим

$$\frac{1}{1-f_{\mathsf{a}}(\mathbf{q},\Omega)} \simeq \frac{2\bar{\gamma}_{\mathsf{a}}^2/\int_{\mathbf{k}}([U^\dagger_{\mathbf{k}}\hat{\gamma}^{(\mathsf{a})}U_{\mathbf{k}}]_{\mathsf{aa}}/|v_{\mathbf{k}}|^2)}{D^{(\mathsf{a})}_{jl}Q_jQ_l - i\Omega}. \quad (21)$$

Матрица коэффициентов диффузии $D^{(\mathsf{a})}_{jk}$ в общем случае задается громоздким выражением. Заметим, что согласно ур. (20), коэффициент диффузии зануляется для тривиальных моделей, в которых $\xi_{\mathbf{k}}$, $U_{\mathbf{k}}$ и $v_{\mathbf{k}}$ не зависят от k. Если же одна из этих величин зависит от k, коэффициент диффузии становится отличным от нуля.

В этой работе мы представляем формулу для $D^{(\mathsf{a})}_{jk}$, полученную при следующих упрощениях: (i) функция $v_{\mathbf{k}}$ вещественна и зависит только от $|\mathbf{k}|$; (ii) матрица $\hat{\gamma}^{(\mathsf{a})} = (\bar{\gamma}_a/n)\mathrm{diag}\{1,1\}$, где $n = \int_{\mathbf{k}}$ – полная плотность частиц; (iii) неабелев векторный потенциал в импульсном пространстве (связность Берри), $\mathcal{A}_j = iU^\dagger_{\mathbf{k}}\partial_{\mathbf{k}_j}U_{\mathbf{k}}$, удовлетворяет условию $\int_{\mathbf{k}}\mathcal{A}_j = 0$. При таких предположениях коэффициенты диффузии принимают вид

$$D^{(\mathsf{a})}_{jl} = \frac{1}{2\int\limits_{\mathbf{k}}|v_k|^{-2}}\int_{\mathbf{k}}\Biggl\{\frac{\delta_{jl}}{\bar{\gamma}_a d}\left[\frac{(\nabla_{\mathbf{k}}\xi_k)^2}{|v_k|^4} + 2\bar{\gamma}_a^2\frac{(\nabla_{\mathbf{k}}v_k)^2}{v_k^2}\right] + \Bigl[\bar{\gamma}_{\mathsf{a}}(\mathcal{A}_j\mathcal{A}_l + \mathcal{A}_l\mathcal{A}_j) - \frac{s_a}{v_k^2}(\mathcal{A}_j\partial_{\mathbf{k}_l}\xi_k + \mathcal{A}_l\partial_{\mathbf{k}_j}\xi_k)\Bigr]_{\mathsf{aa}}\Biggr\}. \quad (22)$$

Следует отметить, что ненулевой коэффициент диффузии $\propto\bar{\gamma}_{\mathsf{a}}$ появляется даже в случаях плоской зоны $\xi_q = \mathrm{const}$ или в отсутствие гамильтониана $\xi_q = 0$. Отметим, что первый член в правой части ур. (22) соответствует стандартному сценарию, когда коэффициент диффузии определяется кривизной спектра. Второй член в правой части ур. (22) описывает вклад в коэффициент диффузии от дисперсии параметра $v_{\mathbf{k}}$, контролирующего нелокальность рассеяния. Третий вклад в D^{a}_{jl} содержит неабелев векторный потенциал в комбинации, похожей на квантовый метрический тензор.

Пример. Для иллюстрации общего результата (22) применим его к модели двухзонного изолятора Черна с числом Черна, равным -1, предложенной в работе [35]. Гамильтониан этой модели равен $H_0(\mathbf{q}) = \mathbf{d}_{\mathbf{q}}\cdot\boldsymbol{\sigma}$, где $\mathbf{d}_{\mathbf{q}} = \{2mq_x, 2mq_y, q^2-m^2\}$. Следовательно, находим $\xi_q = d_q = q^2+m^2$ и $U_{\mathbf{q}} = (q_x - iq_y\sigma_z - im\sigma_y)/\sqrt{d_q}$. Кроме того, мы выбираем $v_q = \sqrt{d_q}$, что делает связь между фермионными полями l_{a} и ψ_α локальной в пространстве. Тогда, используя (22), мы получаем $D^{(\mathsf{a})}_{jl} = D_{\mathsf{a}}\delta_{jl}$, где

$$D_{\mathsf{a}} = \frac{2}{d\bar{\gamma}_{\mathsf{a}}}\frac{\int_{\mathbf{k}}k^2/d_k^2}{\int_{\mathbf{k}}1/d_k} + \bar{\gamma}_{\mathsf{a}}. \quad (23)$$

Для $\bar{\gamma}_{\mathsf{u}} = \bar{\gamma}_{\mathsf{d}}$ приведенное выше выражение было первоначально получено в работе [51].

Обсуждение. Результат самосогласованного борновского приближения для одночастичной функции Грина предполагает, что релевантный временной масштаб для возбуждений в нашей системе имеет порядок $1/(\bar{\gamma}_{\mathsf{a}} m^2)$. Однако, как и в неупорядоченных системах, существует гораздо большее время, определяющее расплывание плотности частиц. Действительно, двухчастичная корреляционная функция (12) может рассматриваться как функция Грина для линейного уравнения, описывающего временную и пространственную динамику отклонения плотности частиц $\delta n_{\mathsf{a}}(\mathbf{x}, t)$ от темнового состояния с $n_{\mathsf{d}} = 1 - n_{\mathsf{u}} = n$ (см. [51]). Из нашего результата следует, что $\delta n_{\mathsf{a}}(\mathbf{x}, t)$ подчиняется уравнению диффузии. Поскольку уравнения диффузии для $\delta n_{\mathsf{u}}(\mathbf{x}, t)$ и $\delta n_{\mathsf{d}}(\mathbf{x}, t)$ независимы, диффузия может пространственно перераспределить u- и d-частицы в пределах заданной зоны. В частности, если создать возмущение плотностей частиц, они распределятся по системе размера L за время $\sim L^2/D_{\mathsf{a}}$. Однако существует рекомбинация между u-частицами и d-дырками, приводящая к нелинейному члену, $\propto \delta n_{\mathsf{u}} \delta n_{\mathsf{d}}$, который связывает уравнения диффузии. Точный вывод рекомбинационного вклада для рассматриваемой общей модели выходит за рамки нашей работы. Отметим только, что рекомбинация приводит к степенному затуханию возмущения плотности от темнового состояния (подробности см. в работе [51]). Очевидно, что такое медленное затухание может усложнить построение желаемого темнового состояния в реальной условиях эксперимента.

Другим эффектом, также выходящим за рамки нашей статьи, является неустойчивость темнового состояния из-за накачки частиц в u-зону, предсказанная в работе [51] для модели из статьи [35]. В нашем подходе такая неустойчивость темнового состояния должна проявиться как модификация знаменателя (21) после включения диаграмм собственной энергии в диффузионную лестницу, $D^{(\mathsf{a})}_{jl} Q_j Q_l - i\Omega \to D^{(\mathsf{a})}_{jl} Q_j Q_l - i\Omega + 1/\tau^{(\mathsf{a})}_{\phi}$. Ненулевая скорость дефазировки диффузона возможна, поскольку диффузионный полюс не защищен сохранением u- или d-фермионов по отдельности. Отрицательный знак скорости расфазировки, $1/\tau_{\phi} < 0$, мог бы нарушить причинно-следственную связь и указать на нестабильность темнового состояния.

Помимо появления скорости дефазировки, могли бы возникнуть поправки (типа слабой локализации) к коэффициенту диффузии, найденному в рамках лестничного приближения. Источником таких поправок является зависимость собственной энергии диффузона от импульса. Некоторые из соответствующих диаграмм могут быть представлены в виде взаимодействия нескольких диффузонов. Как известно из рассмотрения неупорядоченных систем, такие диаграммы удобно суммировать с помощью нелинейной сигма-модели. Для модели бесспиновых (однозонных) фермионов, подвергнутых случайным измерениям, такие нелинейные сигма-модели были недавно получены в работах [56–58]. Можно также изучить функцию распределения $Z[\Phi, \overline{\Phi}]$ с помощью нелинейной сигма-модели [58]. Такой вывод нелинейной сигма-модели для обобщенной модели, рассматриваемой в этой статье, является интересной и сложной задачей. Также было бы интересно расширить нашу модель, добавив упругое рассеяние в гамильтониан H_0. Тогда так же, как в работе [59], можно было бы изучить взаимное влияние упругого и диссипативного рассеяний на коэффициент диффузии.

Наконец, мы отметим, что наши результаты отличаются от результатов работ [47–50] по следующим причинам: (i) наше рассмотрение не ограничено одномерными моделями; (ii) мы показываем, что диффузия появляется даже в отсутствие дисперсии спектра; (iii) мы явно показываем, что физическая причина диффузии – это коррелированное распространение электрон-дырочных пар в каждой из зон.

Выводы. Таким образом, мы исследовали возникновение диффузных возбуждений в динамике обобщенной модели двухзонной диссипативной многочастичной квантовой системы с сохранением общего числа частиц. Получено общее выражение для коэффициента диффузии, определяющего диффузионный полюс в диффузной лестнице для внутризонных частично-дырочных возбуждений. При наличии зонной дисперсии и при $|\bar{\gamma}_{\mathsf{a}}| \ll 1$, коэффициент диффузии обратно пропорционален скорости рассеяния (диссипации), как и ожидалось. В случае плоской зоны или при отсутствии гамильтоновой части динамики коэффициент диффузии по-прежнему отличен от нуля и пропорционален скорости диссипации. Таким образом, наш анализ показывает, что внутризонная диффузия возникает естественным образом в диссипативной динамике, сохраняющей общее число частиц и описываемой уравнением ГКСЛ. Напротив, межзонные двухчастичные возбуждения не являются диффузионными. Они распадаются за время, определяемое скоростью одночастичного распада $\bar{\gamma}_{\mathsf{a}} \xi_q$. Результаты нашей работы открывают множество направлений дальнейших исследований.

Авторы благодарны А. Алтланду, С. Дилю, М. Глазову, И. Побойко и Д. Смирнову за полезные обсуждения. Один из авторов выражает благодарность М. Голдштейну, П. Носову и Д. Шапиро за сотрудничество в другом проекте этой тематики.

Работа поддержана грантом Российского научного фонда # 22-22-00641.

1. L. M. Sieberer, M. Buchhold, and S. Diehl, Rep. Prog. Phys. **79**, 096001 (2016).
2. K. Le Hur, L. Henriet, L. Herviou, K. Plekhanov, A. Petrescu, T. Goren, M. Schiro, C. Mora, and P. P. Orth, C. R. Phys. **19**, 451 (2018).
3. B. Skinner, J. Ruhman, and A. Nahum, Phys. Rev. X **9**, 031009 (2019).
4. M. S. Rudner and N. H. Lindner, Nat. Rev. Phys. **2**, 229 (2020).
5. F. Thompson and A. Kamenev, Ann. Phys. (N.Y.) **455**, 169385 (2023).
6. W. Lechner and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **111**, 185306 (2013).
7. F. Piazza and P. Strack, Phys. Rev. Lett. **112**, 143003 (2014).
8. J. Keeling, M. J. Bhaseen, and B. D. Simons, Phys. Rev. Lett. **112**, 143002 (2014).
9. E. Altman, L.M. Sieberer, L. Chen, S. Diehl, and J. Toner, Phys. Rev. X **5**, 011017 (2015).
10. C. Kollath, A. Sheikhan, S. Wolff, and F. Brennecke, Phys. Rev. Lett. **116**, 060401 (2016).
11. Z. Leghtas, S. Touzard, I. M. Pop, A. Kou, B. Vlastakis, A. Petrenko, K.M. Sliwa, A. Narla, S. Shankar, M. J. Hatridge, M. Reagor, L. Frunzio, R. J. Schoelkopf, M. Mirrahimi, and M. H. Devoret, Science **347**, 853 (2015).
12. E. G. D. Torre, E. Demler, T. Giamarchi, and E. Altman, Nat. Phys. **6**, 806 (2010).
13. L. M. Sieberer, S. D. Huber, E. Altman, and S. Diehl, Phys. Rev. Lett. **110**, 195301 (2013).
14. J. Raftery, D. Sadri, S. Schmidt, H. E. Türeci, and A. A. Houck, Phys. Rev. X **4**, 031043 (2014).
15. Y. Li, X. Chen, and M. P. A. Fisher, Phys. Rev. B **98**, 205136 (2018).
16. Y. Li, X. Chen, and M. P. A. Fisher, Phys. Rev. B **100**, 134306 (2019).
17. S. Roy, J. T. Chalker, I. V. Gornyi, and Y. Gefen, Phys. Rev. Research **2**, 033347 (2020).
18. S. Garratt and J. T. Chalker, Phys. Rev. Lett. **127**, 026802 (2021).
19. S. Diehl, A. Micheli, A. Kantian, B. Kraus, H.P. Buchler, and P. Zoller, Nat. Phys. **4**, 878 (2008).
20. B. Kraus, H.P. Buchler, S. Diehl, A. Kantian, A. Micheli, and P. Zoller, Phys. Rev. A **78**, 042307 (2008).
21. F. Verstraete, M. M. Wolf, and J. I. Cirac, Nat. Phys. **5**, 633 (2009).
22. H. Weimer, M. Muller, I. Lesanovsky, P. Zoller, and H. P. Buchler, Nat. Phys. **6**, 382 (2010).
23. S. Diehl, E. Rico, M. A. Baranov, and P. Zoller, Nat. Phys. **7**, 971 (2011).
24. C.-E. Bardyn, M. A. Baranov, E. Rico, A. İmamŏglu, P. Zoller, and S. Diehl, Phys. Rev. Lett. **109**, 130402 (2012).
25. C.-E. Bardyn, M. A. Baranov, C. V. Kraus, E. Rico, A. İmamŏglu, P. Zoller, and S. Diehl, New J. Phys. **15**, 085001 (2013).
26. J. Otterbach and M. Lemeshko, Phys. Rev. Lett. **113**, 070401 (2014).
27. R. Konig and F. Pastawski, Phys. Rev. B **90**, 045101 (2014).
28. N. Lang and H. P. Buchler, Phys. Rev. A **92**, 012128 (2015).
29. J. C. Budich, P. Zoller, and S. Diehl, Phys. Rev. A, **91** 042117 (2015).
30. F. Iemini, D. Rossini, R. Fazio, S. Diehl, and L. Mazza, Phys. Rev. B **93**, 115113 (2016).
31. L. Zhou, S. Choi, and M. D. Lukin, arXiv:1706.01995 [quant-ph] (2017).
32. Z. Gong, S. Higashikawa, and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **118**, 200401 (2017).
33. M. Goldstein, SciPost Physics **7**, 67 (2019).
34. G. Shavit and M. Goldstein, Phys. Rev. B **101**, 125412 (2020).
35. F. Tonielli, J. C. Budich, A. Altland, and S. Diehl, Phys. Rev. Lett. **124**, 240404 (2020).
36. T. Yoshida, K. Kudo, H. Katsura, and Y. Hatsugai, Phys. Rev. Research **2**, 033428 (2020).
37. M. Gau, R. Egger, A. Zazunov, and Y. Gefen, Phys. Rev. Lett. **125**, 147701 (2020).
38. M. Gau, R. Egger, A. Zazunov, and Y. Gefen, Phys. Rev. B **102**, 134501 (2020).
39. S. Bandyopadhyay and A. Dutta, Phys. Rev. B **102**, 184302 (2020).
40. R. A. Santos, F. Iemini, A. Kamenev, and Y. Gefen, Nat. Commun. **11**, 5899 (2020).
41. A. Altland, M. Fleischhauer, and S. Diehl, Phys. Rev. X **11**, 021037 (2021).
42. A. Beck and M. Goldstein, Phys. Rev. B **103**, L241401 (2021).
43. A. Nava, G. Campagnano, P. Sodano, and D. Giuliano, Phys. Rev. B **107**, 035113 (2023).
44. G. Shkolnik, A. Zabalo, R. Vasseur, D. A. Huse, J. H. Pixley, and S. Gazit, arXiv:2308.03844.
45. G. Lindblad, Commun. Math. Phys. **48**, 119 (1976).
46. V. Gorini, A. Kossakowski, and E. C. G. Sudarshan, J. Math. Phys. **17**, 821 (1976).
47. M. Esposito and P. Gaspard, J. Stat. Phys. **121**, 463 (2005).
48. O. A. Castro-Alvaredo, B. Doyon, and T. Yoshimura, Phys. Rev. X **6**, 041065 (2016).

49. A. Dhar and H. Spohn, C. R. Phys. **20**, 393 (2019).
50. T. Jin, J. S. Ferreira, M. Filippone, and T. Giamarchi, Phys. Rev. Research **4**, 013109 (2022).
51. P. A. Nosov, D. S. Shapiro, M. Goldstein, and I. S. Burmistrov, Phys. Rev. B **107**, 174312 (2023).
52. A. Kamenev and A. Levchenko, Adv. Phys. **58**, 197 (2009).
53. B. Buča and T. Prosen, New J. Phys. **14**, 073007 (2012).
54. V. V. Albert and L. Jiang, Phys. Rev. A **89**, 022118 (2014).
55. P. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, Rev. Mod. Phys. **57**, 287 (1985).
56. Q. Yang, Y. Zuo, and D. E. Liu, arXiv:2207.03376.
57. M. Fava, L. Piroli, T. Swann, D. Bernard, and A. Nahum, arXiv:2302.12820.
58. I. Poboiko, P. Pöpperl, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, arXiv:2304.03138.
59. F. S. Lozano-Negro, E. A. Navarro, N. C. Chávez, F. Mattiotti, F. Borgonovi, H. M. Pastawski, and G. L. Celardo, arXiv:2307.05656.